This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

QA
35
.L869
1793

Die

Elemente der Mathematik

verfaßt

von

Johann Friedrich Lorenz.

Zweyter Theil.

Die

angewandte Mathematik.

Erste Abtheilung.

Die mechanischen und optischen

Wissenschaften,

mit 9 Kupfertafeln

Zweyte gänzlich umgearbeitete Ausgabe.

Leipzig

im Verlag der J. G. Müllerschen Buchhandlung

1795.

Vorrede
zu der zweyten Ausgabe.

Die Untersuchung der Natur, welche unserm Geiste so wohl thut, und zu Allem, wodurch die Menschheit veredelt wird, so unentbehrlich ist, muß, wegen der mancherley damit verbundenen Schwierigkeiten, als ein sehr grosses Unternehmen angesehen werden.

384546

Sie ist gewiß kein Spielwerk für erwachsne Kinder, die sich etwa einfallen liessen, die erhabenen Werke der Natur wie vormahls ihre Drechselpuppen zu behandeln; sondern erfodert die gröβte Anstrengung unsrer Kräfte, einen sehr geübten Verstand, und einen Vorrath von Hülfsmitteln, ohne deren Besitz wir uns an ein so grosses Unternehmen gar nicht wagen dürfen. Der Natur ihre Geheimnisse abzulernen, würde dem menschlichen Geiste unmöglich seyn, wenn er sich nicht eines vortrefflichen Kunstgriffes geschickt zu bedienen wüßte, wodurch er das nach und nach zu erforschen sucht, was er auf einmal einzusehen wohl wünscht, aber nicht vermag. Dieser Kunstgriff bestehet vorzüglich in Dem, was man Abstrahiren zu nennen pflegt, wodurch man eine verwickelte Frage für erst von allen Umständen, welche ihre Beantwortung schwer machen, befreyet, und sie so einfach als möglich darstellet. Hat man durch dieses Mittel,

tel, welches begreiflicher Weise unserm Geiste sehr zu statten kommen muß, erst seinen Zweck hier erreicht: so ist es gemeiniglich leicht, die zuvor bey Seite gelegten Umstände wieder in Betracht zu ziehen, und die ganze Frage, so wie sie uns vorgelegt ward, völlig zu beantworten. Daß dieses vom Anfange an der Gang gewesen sey, den der menschliche Geist bey Erforschung der Natur genommen, und auf dem derselbe zwar langsame, aber sichere und grosse Fortschritte gemacht hat; davon zeuget sowohl die Geschichte, als auch die innere Beschaffenheit der erhabenen Wissenschaften, zu deren Besitze die Menschen wirklich gelanget sind; und davon kann man sich noch leichter überzeugen, wenn man sich die Art vorstellet, wie diese Wissenschaften erfunden werden konnten. Denn das erste, was dem Menschen, bey aufmerksamer Betrachtung der natürlichen Körper, einfallen mußte, war wohl, ihre Eigenschaften, so viel

er deren wahrgenommen hatte, einzeln zu mustern, und eine Art von Rangordnung unter ihnen festzusetzen. Hier zeigte sich nun sogleich, daß aus dem Begriffe vom Körper alles Andre, nur nicht die Ausdehnung weggelassen werden konnte; daß also der Begriff der Ausdehnung, verbunden mit dem Begriffe einer bestimmten Grösse, die Form war, unter welcher er sich schlechterdings den Körper denken mußte, und diejenige Eigenschaft, welche allen andern zur Grundlage diente. Diese wichtige Entdeckung leitete seine ganze Aufmerksamkeit auf die Betrachtung der Grösse und Ausdehnung, deren beträchtliche Nützlichkeit, ja gänzliche Unentbehrlichkeit bey allen weitern Untersuchungen der Natur ihm bald einleuchten mußte. Was ihm diese Betrachtung noch wichtiger machte, war, daß er in seinem Geiste selbst, ja in diesem allein, einen Stoff dazu fand, bey dem ihm alle Hülfsmittel von aussen gänzlich

entbehrlich waren. Noch gröſſer mußte ſeine Freude werden, als ihm der erſte Verſuch gelungen war, die Begriffe, die ſein Geiſt ſich ſelbſt erſchaffen hatte, durch Bilder, welche in der Natur nirgends vorhanden waren, ſinnlich darzuſtellen, und als er durch mannigfaltige Verbindung dieſer Bilder ſich in den Stand geſetzt ſah, die abſtracteſten Vorſtellungen ſeines Geiſtes mit einander zu verknüpfen, einen Satz aus dem andern herzuleiten, eine neue Wahrheit nach der andern zu entdecken, und ſo ein Syſtem von lauter ſichern, allgemeinen und nothwendigen Wahrheiten, aus ſich ſelbſt zu bilden, welches man unter dem Nahmen der Mathematik begreift; unter welchem wir hier blos Das verſtehen wollen, was man ſonſt reine oder abſtracte Mathematik zu nennen pflegt. Prometheus ſelbſt konnte ſich nicht inniger an dem Gebilde ſeiner Hände, das durch die Götter belebt ward, ergötzen, als der Menſch an dieſem Wer-

ke seines Geistes, dem er selbst Leben und Othem gegeben hatte. Dennoch vergaß er dabey nicht den Endzweck, für den er so gearbeitet hatte, nämlich die wirkliche Natur kennen zu lernen. Hier sah er sich jedoch genöthigt, aus sich selbst herauszugehen, und ein aufmerksamer und scharfsinniger Zergliederer alles dessen zu werden, was Natur oder Kunst seinen Sinnen darstellte. **Erfahrungen**, das ist, theils **Beobachtungen**, observationes, theils **Versuche**, experimenta, waren nunmehr die Quellen, woraus er schöpfen mußte. Diese wurden ihm zur Entdeckung neuer Wahrheiten in der Natur das, was ihm für jenen abgesonderten Theil die Verzeichnungen gewesen waren, das heißt, Mittel um Begriffe, die nicht schon in einander liegen, zu verbinden. So fand er z. E. ein neues Attribut des Körpers, die **Schwere**, welches in dem Begriffe des Körpers gar nicht lag, auf eine ähnliche Art, wie er den aus dem

blos-

bloſſen Begriffe des Kreiſes nicht herzuleitenden Satz gefunden hatte, daß der Peripheriewinkel die Hälfte des ihm zugehörigen Centriwinkels ſey. Bey dieſen Erfahrungen aber ſind Gröſſe und Ausdehnung den übrigen Eigenſchaften der Körper ſo eingewebt, und ſo innig damit verbunden, daß er von der Hülfe, welche die Mathematik ihm gewährte, die wohlthätigſten Wirkungen erfuhr, und von der gänzlichen Unentbehrlichkeit dieſer Hülfe völlig überzeugt ward. Da es nun, je tiefer er in die Natur eindrang, deſto nöthiger ward, den Umfang dieſer Hülfswiſſenſchaft zu erweitern: ſo wuchs die Mathematik zugleich mit der Naturlehre, jene durch die gröſſern Bedürfniſſe, welche dieſe bekam, und dieſe durch die gröſſere Hülfe, welche jene ihr leiſtete; ja es entſtand ſogar ein neuer Zweig der Naturwiſſenſchaft, welcher zwiſchen der Mathematik, und der eigentlich ſogenannten Phyſik, das Mittel hielt. Jene ward nun

die abstracte oder reine Mathematik genannt, weil sie die Grösse und Ausdehnung in abstracto betrachtet. Der neue Zweig aber erhielt den Nahmen der angewandten oder gemischten Mathematik, weil darinnen physische Gegenstände blos mathematisch behandelt werden, das heißt, weil solche Gegenstände von dem, was eigentlich physisch an ihnen ist, abgesondert, unter die abstracte Vorstellung der Grösse und Ausdehnung, mit einem Worte, unter Verzeichnungen der reinen Mathematik gebracht werden. Dies läßt sich am leichtesten und deutlichsten an dem optischen Theile der angewandten Mathematik erkennen. Denn das Licht, ein sehr erheblicher Gegenstand der Naturwissenschaft, dessen eigentliche Beschaffenheit aber bis jetzt noch unentdeckt geblieben ist, zeigt bey näherer Untersuchung die Eigenschaften: daß es in gerader Richtung fortgeht; daß es von glatten Flächen unter einem Winkel zurückgeworfen wird, der dem Einfallswinkel gleich ist; und daß es, beym

Ueber-

Uebergange aus einer durchsichtigen Materie in eine andere, von seiner vorigen Richtung nach einer bestimmten Verhältniß abgelenkt oder gebrochen werde.

Dieses veranlaßt den **mathematischen Theil** der Lehre vom Lichte, welcher füglich eine **Geometrie des Lichts** genannt werden könnte, weil man darinnen das Licht unter geraden Linien, und seine veränderten Richtungen unter Winkeln abbildet; von den zurückwerfenden und brechenden Materien aber blos die Oberflächen betrachtet, und in der **Optik**, **Perspectiv**, **Catoptrik** und **Dioptrik**, blos mit Hülfe der Geometrie und des Calculs, Gesetze des Lichts findet, die uns von so mannigfaltigen Dingen der Natur und Kunst befriedigende Aufschlüsse geben. Jedoch ist die ganze Lehre vom Lichte bey weitem noch nicht erschöpft durch diese Untersuchungen, welche vielmehr blos als eine Einleitung zu dem **physischen Theile** dieser Lehre anzusehen sind. In diesem müssen nun

nun alle im mathematischen Theile bey Seite gesetzten Eigenschaften erwogen werden, welche dem Lichte als Materie, so wie auch denjenigen Körpern zukommen, von denen das Licht zurück geworfen, oder durch die es gebrochen wird. So setzt man z. E. in der Dioptrik die Brechungsverhältniß ganz unbestimmt n: 1, und führt nach derselben den Calcul mit der Voraussetzung, daß die Physik diese Verhältniß bey den verschiedenen Arten durchsichtiger Materien, durch welche das Licht gehet, genau bestimmen werde, wozu ihr die angewandte Mathematik den Weg zeigt, und die Mittel in die Hände giebt. Eine ausführlichere Entwickelung und Anwendung auch auf den mechanischen und astronomischen Theil der Naturwissenschaft würde mich hier zu weit führen. Auch ist das eben Gesagte hinreichend, den eigenthümlichen Character der angewandten Mathematik, und die Gränzen zwischen ihr und der Physik festzusetzen, wovon jener von Manchen völlig verkannt ist, diese

von

von Vielen gar sehr verrückt werden. Nicht jede Anwendung der Mathematik, welche gar vielfältig seyn kann, heißt angewandte Mathematik; sondern blos Anwendung auf physische Gegenstände von derjenigen bestimmten Art, welche im Vorhergehenden geschildert worden ist. Auch ist sie von der Physik nicht so unterschieden, wie Viele wähnen, das jene blos die Quantität, diese blos die Qualität der Materie und ihrer Wirkungen untersuche. Jenes giebt keinen genugsam bestimmten Begriff von der Sache; dieses ist ganz unrichtig, da sich Qualität nicht ganz von der Quantität trennen läßt, und ein beständiger Gebrauch der Mathematik, selbst von einer höhern Art, als die angewandte Mathematik nothwendig erfodert, in der Physik unentbehrlich bleibt. Auch kann selbst die angewandte Mathematik die Qualität nicht ganz ausser Augen setzen, wenn sie ihre Untersuchungen verständlich ausführen will, welche sie eben so, wie die Physik mit Beobachtungen

oder Versuchen anhebt. Jedoch hält sie hierinnen ein sehr bescheidenes Maaß, indem sie nur wenige und leichte Erfahrungen voranschickt, und blos diejenigen Schlüsse daraus ziehet, auf welche sie die ihr eigenthümlichen Untersuchungen bauen kann, übrigens aber den ganzen Apparat zusammengesetzter und verwickelter Versuche, mit allem, was daraus bestimmt zu folgern ist, der Physik gänzlich überläßt; wovon wiederum, besonders die Lehre vom Lichte, deutliche und auffallende Beyspiele liefert. Wird nun die angewandte Mathematik aus diesem Gesichtspunkte betrachtet, aus welchem allein sie zu betrachten ist: so erscheint sie als ein unentbehrlicher Zweig der Naturwissenschaft, und als der leichtere Theil der Physik, mit welchem der Anfang dieses Studiums gemacht werden muß; wobey es dann freylich um so weniger Jemanden einfallen kann, solches ohne Kenntniß der reinen Mathematik betreiben zu wollen.

Obige

Obige ganze Untersuchung, deren Länge meine Leser mir verzeihen werden, schien mir am rechten Orte vor einem Buche zu stehen, welches die Anfangsgründe der angewandten Mathematik enthält. Ich habe solche für diese neue Ausgabe aus eben den Gründen gänzlich umgearbeitet, aus denen dieses mit der reinen Mathematik in der von mir im Jahr 1793 zum Druck beförderten zweyten Ausgabe des ersten Theils der Elemente der Mathematik geschehen ist. Meine Absicht nämlich war, daß denen, welche diese Wissenschaft nach dem von mir verfaßten Grundrisse Helmstädt 1792. 93. erlernt haben, dies gröſsere Lehrbuch als zweyter Cursus dienen; zugleich aber, als ein von obgedachtem Grundrisse abgesonderter Lehrbegriff, beym Studium der Mathematik auch unmittelbar zum Grunde gelegt werden könnte. Diese Absicht verstattete nicht wohl, alle Theile der angewandten Mathematik in Einen Band zusammen zu fassen, daher gegenwärtige

wärtige erste Abtheilung blos die mechanischen und optischen Wissenschaften enthält, der nächstkünftigen zweyten aber die astronomischen Wissenschaften, nebst dem technischen Theile der gesammten Mathematik vorbehalten bleiben. In beyden Abtheilungen werden keine andere, als die im ersten Theile dieser Elemente, sogar mit Ausschlusse der ihm angehängten Analysis, befindlichen Principien vorausgesetzt: Da ich der Meynung bin, daß ein Lehrbuch dieser Wissenschaften, welches auf Analysis gegründet ist, einen dritten Cursus der Mathematik ausmachen müsse, für welchen die bereits vorhandnen, von grossen und berühmten Männern über einzelne Theile verfaßten, ausführlichern Bücher gehören. Geschrieben Closter Berge bey Magdeburg im December 1794.

J. F. Lorenz.

Inhaltsverzeichniß.

Elemente der mechaniſchen Wiſſenſchaften.

I. Die Statik.

A. Vorkenntniſſe der mechaniſchen Wiſſenſchaften.

1. Grundbegriffe vom Körper. S. 1.

Undurchdringlichkeit §. 1. 2. Materie, Maſſe, Umfang 3. Poroſität 4 - 6. Dichtigkeit 7. 8. Cohärenz 9. 10. feſte und flüſſige Körper 11. Elemente 12. Elaſticität 13 - 16.

2. Grundbegriffe von Kraft und Bewegung. S. 5.

Ruhe, Bewegung. §. 17. 18. Weg, Richtung. 19. gleichförmige und veränderte Bewegung. 20. Zuſtand des Körpers. 21. Kraft 22. 23. Trägheit 24. 25. Widerſtand, Gegenwirkung 26. 27. Druck. 28.

3. Grundbegriffe von Schwere und Gewicht. S. 8.

Schwere §. 29. 30. Lothrecht und wagrecht 31 - 32. Gewicht 34. 35. ſpecifiſche Schwere 36 - 38. Vergleichung zwiſchen ſpecifiſcher Schwere, Umfang und Gewicht 39 - 42.

Inhaltsverzeichniß.

B. Grundtheorien der Statik.

1. Grundlehren vom Gleichgewichte. S. 12.

Gleiche Kräfte, die unmittelbar wirken §. 43 - 49. die eine Linie um ihre Mitte drehen 50 - 55. die eine Kreisscheibe um ihren Mittelpunkt drehen. 56 - 59. mechanische Potenzen. 60.

2. Vom geradlinichten Hebel. S. 18.

Erklärung und Arten des Hebels §. 61 - 63. Druck der Unterlage. 64. Entfernung der Kräfte. 65. Schluß von einer Art des Hebels auf die andre Art 66. 67. Verhältniß der Kräfte 68 - 70. Gleichheit der Momente 71. Carteſiſches Geſetz 72. Stelle für den Unterſtützungspunkt. 73. 74. Schwerpunkt der Gewichte 75 - 81. Geſetz des Hebels für mehrere Gewichte 82. und für jede Lage. 83.

3. Vom Schwerpunkte. S. 28.

Syſtem von Gewichten, und deſſen Schwerpunkt §. 84 - 88. Schwerpunkt eines Körpers 89. Directionslinie 90. 91. Schwerpunkt durch Verſuche. 92. Mittelpunkt, Axe und Ebene der Momente 93. 94. Durchmeſſer und Ebene der Schwere 95 - 97. Mittelpunkt der Gröſſe und der Schwere 98. Schwerpunkt für geradlinichte Figuren. 100 - 104. für Pyramiden und Kegel 105 - 108. für Kreis- und Kugelſtücke. 109 - 112. Feſter Stand ſchwerer Körper. 113.

4. Von dem materiellen Hebel und der Wage. S. 42.

Vergleichung der Dinge am materiellen Hebel §. 114 - 116. Verſchiedene Anwendungen des Hebels. 117. Arten der Wage 118. Die gleicharmige Wage 119 - 122. ſpecifiſches Gewicht mittelſt der Wage. 123. Die Römiſche Wage 124 - 128. Die Schwediſche Wage 129.

5. Vom Winkelhebel. S. 51.

Verhältniß der beyden Kräfte am Winkelhebel §. 130 - 134. die mittlere Kraft am Winkelhebel 135 - 137. ein an-

drer Ausdruck für die mittlern und äußern Kräfte am Winkelhebel 138 - 142.

6. Von der Zusammensetzung der Kräfte. S. 58.

Parallelogramm der Kräfte §. 143 - 146. nähere Entwickelung 147. 148. Die Sinus der Richtungswinkel 149. trigonometrische Berechnungen und Formeln 150. Perpendikel auf die Richtungen 151. die Momente 152. 153. von Anwendungen dieser Lehre. 154 - 156.

C. Die abgeleiteten Potenzen.

1. Die Winde oder Radwelle. S. 66.

Arten der Winden §. 157 - 160. Gesetz der einfachen Winde 161 - 163. Verhältniß der Wege 164. 165. Zahn und Getriebe 166 - 172. Gesetz der zusammengesetzten Winden. 173 - 175. gleichzeitige Umlaufszahlen 176 - 179. Verhältniß der Wege 180 - 182. Vom Gebrauch der Winden. 183.

2. Die Rolle und der Flaschenzug. S. 76.

Feste und lose Rolle §. 184. 185. Gesetz der losen Rolle 186 - 188. Verhältniß der Wege. 189 Flaschenzug. 190. 191. Gesetz des Flaschenzugs 192. 193 Verhältniß der Wege 194. andere Arten des Flaschenzugs. 195.

3. Die schiefe Fläche. S. 82.

Erklärung der schiefen Fläche §. 196. Gang, den ein schwerer Punkt auf der schiefen Fläche nimmt. 197. 198. Länge, Höhe, Grundlinien, Neigung der schiefen Fläche 199. absolutes und relatives Gewicht der Last 200. 201. Gesetz der schiefen Fläche für jede Richtung der Kraft 202 - 204. Verhältniß der Wege 205. Vereinigung mehrerer Kräfte 206. Gewichte auf zwey schiefen Flächen 207. Last zwischen zwey schiefen Flächen. 208 - 211.

4. Der Keil. S. 89.

Erklärung des Keils §. 212. 213. Gesetz des Keils 214 - 219. Verhältniß der Wege 220. Schwierigkeiten bey dieser Lehre 221.

5. Die Schraube. S. 92.

Erklärung der Schraube §. 222 - 224. Gesetz der Schraube 225. 226. Verhältniß der Wege 227. Schwierigkeiten bey dieser Lehre. 228. Gebrauch der Schraube. 229.

D. Von den Maschinen.

1. Allgemeine Betrachtung der Maschinen. S. 96.

Erklärung der Maschinen §. 231. 232. Grund ihrer Beurtheilung 233. Grund ihrer Eintheilung 234. Klassification derselben 235. Einschränkung auf ihre allgemeine Beschreibung. 236.

2. Von den Hebezeugen, und dem Gange der Maschinen S. 100.

Schraube ohne Ende. §. 237. Fuhrmanns- und Stockwinde. 238. Krahn. 239. Ramme. 240. Winde der Schiffbauer 241. Kräfte der Menschen und Thiere 242 - 246. mechanische Geschwindigkeiten und Momente der Kräfte, Beharrungszustand der Maschine 247 - 252. Schwungrad und Schwungflügel 253 - 257. Effect der Maschine 258 - 260. Einrichtung der Winde 261. Berechnung des Laufrads und der Tretscheibe 262.

3. Von den Mühlen und Uhrwerken. S. 113.

Mehlmühlen §. 263. Umdrehen des Mühlsteins 264. Herabfallen der Körner 265. Absonderung des Mehls 266. Handmühlen 267. Roßmühlen 268. Windmühlen 269. Wassermühlen 270. Gefälle des Wassers 271.

271. oberschlächtiges Rad 272. unterschlächtiges Rad 273. Das Grundwerk 274. Die Gerinne 275. Effect der Mehlmühle 276. 277. Erklärung der Uhr 278. Pendeluhr 279. Taschenuhr 280. Seeuhr 281. Taschen-Chronometer 282. allgemeine Anmerkung 283.

4. Von der Friction. S. 124.

Erklärung der Friction §. 284. Ursprung der Friction 285. horizontale Friction 286. 287 Friction auf der schiefen Fläche 288. Muschenbroeks Tribometer 289. Metternichs Preißschrift von der Friction 290. Nutzen der Friction 291. Friction der Ruhe und der Bewegung 292. Friction an einer gleicharmigen Wage 293-295. Von Anwendung auf Maschinen und auf Fuhrwerke 296. 297. Gesetze der schiefen Fläche mit Betrachtung der Friction. 298. 299.

II. Die Hydrostatik.

A. Vom Gleichgewichte zwischen flüssigen Körpern.

1 Flüssige Körper von einerley Art. S. 133.

Natur der Flüssigkeit. §. 1-7. Wagrechte Oberfläche 8. Druck auf den Boden eines senkrechten Prisma. 9. Druck der innern Theile 10. Gesetz für communicirende Gefässe 11. 12. Anwendung auf Wasserwagen 13. und auf einige Naturerscheinungen 14. Gleicher Druck zu beiden Seiten 15. Druck auf jeden wagrechten Boden 16. Höhe des Drucks 17. gleiche Höhen des Drucks 18-20. Berechnung des Drucks auf jeden wagrechten Boden 21. 22. anatomischer Heber 23. 24. Verhältniß der Wege 25. Druck auf jedes Element des Gefässes 26. Druck auf die Seitenwände 27-29 Mittelpunkt des Drucks 30. Druck bey Wasserleitungen 31.

2. Flüssige Körper verschiedner Art. S. 145.

Zweyerley Flüssigkeiten über einander §. 32 - 34. ihre Verhältniß in communicirenden Gefässen 35 - 37. ihr gemeinschaftlicher Druck. 38. 39.

B. Vom Gleichgewicht zwischen festen und flüssigen Körpern.

1. Feste Körper in flüssigen leichterer Art. S. 149.

Verlust am Gewichte §. 40 - 47. specifische Schweren flüssiger Körper 48 - 52. specifische Schweren fester Körper 53 - 57. hydrostatische Untersuchung einer Mischung. 58 - 60.

2. Feste Körper in flüssigen schwererer Art, oder schwimmende Körper. S. 157.

Tiefe des Eintauchens §. 61. 62. gänzliches Untertauchen 63. zweyerley Körper mit einander verbunden 64. Ausdehnung der Körper zum Schwimmen 65. Anwendung auf Erhebung des Versunkenen 66. und auf die Luftbälle 67. Schwimmen einiger Körper schwererer Art 68. specifische Schweren fester Körper 69. specifische Schweren flüssiger Körper 70. Arten der Senkwagen 71. Nachricht von der angehängten Tafel 72.

Anhang.

Tafel der specifischen Schweren, nach Brisson und Rome de l'Isle. S. 165.

III. Die Aerometrie.

A. Von der Beschaffenheit der Luft.

1. Eigenschaften der Luft. S. 171.

Die mechanischen Wissenschaften.

Flüssigkeit §. 1-3 Schwere 4-7. Elasticität 8-14. verschiedene Luftarten 15. Einfluß der Wärme 16-21

2. Gleichgewicht der Luft. S. 178.

Verschiedenheit der Luftschichten. §. 22. 23. Beschaffenheit der Atmosphäre 24-28. Höhe des Drucks 29-32 Torricellische Röhre 33. mittlere Höhe 34. Berechnung des Drucks 35. Mariottisches Gesetz für Zusammendrückungen 36. 37. und für Verdünnungen 38. 39.

3. Die Luftpumpe. S. 187.

Structur und Gebrauch der Saug- und Druckpumpe. §. 40. Ventile 41. Windbüchse 42. Erfinder der Luftpumpe 43. Mancherley Arten von Luftpumpen 44. Berechnung der Verdünnungen 45. 46. der Verdichtungen 47. 48. und des Drucks der veränderten Luft. 49. 50. Anmerkung über solche Berechnungen 51. Einige der vorzüglichsten Versuche 52.

B. Von den meteorologischen Werkzeugen.

1. Das Barometer. S. 195.

meteorologische Werkzeuge überhaupt §. 53 Barometer, Barometerhöhe 54. 55. Bestimmung der Höhe 56. 57. correspondirende Barometer 58. mittlere Barometerhöhe 59. für mehrere Oerter 60. für die Meeresfläche 61. Barometrische Höhenmessung 62-64.

2. Von Thermometern und andern Werkzeugen. S. 202.

Thermometer §. 65. Frost und Siedpunkt, Scale. 66. Fundamentalabstand des Siedpunkts 67. Pyrometer 68. Manometer 69. 70. Hygrometer. 71, 72.

IV. Die Mechanik.

1. Von der gleichförmigen Bewegung. S. 207.

Verhältniß der Wege und der Zeiten. §. 1. 2. Vergleichung zwischen Geschwindigkeit, Raum und Zeit. 3. 4.

Reduction der veränderten Bewegung auf gleichförmige §. 6. Phoronomie und Dynamik, Bewegung der Punkte. 7.

2. Vom freyen Fall der Körper. S. 212.

absolute und relative Kraft §. 8, 9. gleichförmige Beschleunigung. 10. Die Räume sind wie die Quadrate der Zeiten. 11. Die Geschwindigkeiten sind wie die Zeiten. 12. doppelter Raum für gleichförmige Bewegung. 13. Bestimmung der Fallhöhe. 14 15. Fallhöhen für die einzelnen Zeittheile. 16. Fallhöhe g der ersten Secunde. 17. $s = gt^2$. 18. $t = \sqrt{\frac{s}{g}}$. 19. $s = \frac{ct}{2}$. 20. 21. Geschwindigkeit $k = 2g$ für jede Secunde 22. Das Aehnliche für jeden andern Zeittheil. 23. $c = 2gt = 2\sqrt{gs}$. 24. $t = \frac{c}{2g}, s = \frac{c^2}{4g}$. 25. Bestimmung jeder Geschwindigkeit durch die ihr gehörige Höhe. 26. Raum und Zeit, wenn schon eine Geschwindigkeit beym Anfange des Falls vorhanden war. 27. Tafeln, und vom Widerstande der Luft 28. gleichförmig verminderte Bewegung 29. Größte Höhe des verticalen Steigens 30. Vergleichung zwischen Zeit, Höhe des Steigens, und Geschwindigkeit. 31—34.

3. Von den Wirkungen der Kräfte. S. 225.

Vertheilung der Kraft durch die Masse. §. 35. bewegende und beschleunigende Kräfte 36. ihre Verhältniß überhaupt 37—39. und insbesondre bey bloßem Druck, oder wirklicher Bewegung. 40—45. Begrif von veränderlichen Kräften. 46—49.

4. Bewegung auf der schiefen Fläche S. 229.

Vergleichung zwischen Raum, Geschwindigkeit und Zeit §. 50 51. Vergleichung zwischen dem verticalen und schiefen Fall. 52. 53. gleichzeitige Räume. 54. 55. Geschwindigkeit und Zeit für den verticalen und schiefen

ſen Fall. 56. 57. Verſuche mit dem ſchiefen Fall 58. Unterſchied der freyen und vorgeſchriebenen Bewegung 59. Vom Steigen auf der ſchiefen Fläche. 60–63.

5. Von krummlinichten Bewegungen. S. 235.

Vorbereitung zu den folgenden Begriffen §. 64–66. Tangentialkraft 67. 68. Krümmungshalbmeſſer, Normalkraft 69. Schwungkraft 70. Urſprung der krummlinichten Bewegung. 71. 72. Zwey Fälle für krummlinichte Bewegung. Centralkraft. Empfehlung der Lehre von den krummen Linien. 73. Gleichung für die Bahn ſchief geworfener Körper 74. Weite des Wurfs 75. gleiche Weiten, gröſte Weite 76. paraboliſche Bahn. 77. 78. Höhe des Wurfs. 79. horizontale und verticale Geſchwindigkeit 80–82. Linien von der Bahn nach dem Brennpunkte 83. 84. horizontaler Wurf. 85. Vorgeſchriebener Punkt der Bahn. 86. Von Anwendung auf das Bombenwerfen. 87.

6. Vom Pendel. S. 245.

Bewegung auf vorgeſchriebenen krummen Wegen §. 88–93. Schwingung, Pendel, Pendelſchlag, einfaches Pendel 94. Geſchwindigkeit in jedem Punkte der Schwingung 95. 96. Formel für die Zeit der Schwingung 97–99. Vergleichung mit der Zeit durch den Durchmeſſer 100. mit den Pendellängen 101. 102. mit der freyen Fallhöhe. 103. mit den beſchleunigenden Kräften. 104. Anmerkung von ſchwingenden Maſſen. 105. Secundenpendel 106–111. linea tautochrona et brachyſtochrona 112. Anmerkung von der Geſtalt und Gröſſe bewegter Körper. 113. Zuſammengeſetztes Pendel, Mittelpunkt des Schwunges. 114. Uhrpendel, unveränderliches Pendel. 115. Vergleichung mit dem einfachen Pendel. 116. 117.

7. Die Geſetze des Stoſſes. S. 262.

Gerader und ſchiefer Stoß. §. 118. Vom Schwerpunkte ſtoſſender Körper. 119. 120. Gröſſe der Bewegung. 121. 122. harte, weiche, elaſtiſche Körper. 123. Aufhebung

Inhaltsverzeichniß.

Elemente der optischen Wissenschaften.

I. Die Optik.

1, Vom Lichte. S. 323.

Lichtstrahlen. §. 1-4. leuchtende und dunkle Körper. 5-7. durchsichtige und undurchsichtige 8. 9. Helligkeit. 10-13. Strahlenkugel. 14. Strahlenkegel und Pyramide. 15. 16, Strahlen- Cylinder und Prisma. 17. Lichtmenge aus einem Punkte 18. 19. aus einem Körper 20-22. zwischen zwey Körpern, 23, Begriff von der Photometrie. 24,

2. Vom Schatten. S. 330.

Schatten und Schlagschatten §. 25-27. Kernschatten und Halbschatten 28 29. Von der Gestalt des Schattens 30. Tangente zweyer Kreise 31-37. Licht und Schatten zweyer Kugeln. 38-42. gerader und verkehrter Schatten. 43. Höhe über den Horizont, und Abstand vom Scheitel. 44. 45. Bestimmung des vollen Schattens 46. 47. des Halbschattens 48. ihres Unterschiedes 49. Höhenmessung mittelst des Schattens 50,

3, Vom Sehen. S. 340.

Das Sonnenbild im Zimmer §. 51. 52. Begriff vom Gnomon. 53. Bilder im verfinsterten Zimmer 54-57. Bilder im Auge. 58. Augenstern und Netzhaut. 59. Crystalllinse, Mittelpunkt des Auges, und Augenaxe 60. 61. Erscheinung der Lage. 62. 63. Sehewinkel und scheinbare Grösse. 64. 65. allgemeine Regeln für die scheinbare Grösse 66-72. scheinbarer Durchmesser der Sonne. 73. scheinbarer Halbmesser einer Kugel. 74 scheinbare Grösse der Sehne im Kreise. 75. unmerklicher Sehewinkel 76. 77. Erscheinung der

der Parallellinien, der verticalen und horizontalen Ebene. Geſichtskreis oder Horizont. 78. ſchickliche Weite eines Objekts. 79. natürliches Geſichtsfeld. 80. ſcheinbare Entfernung. 81. Augenmaaß. 82. ſcheinbare Lage. 83. Parallaxe. 84. ſcheinbare Geſtalt. 85. 86. ſcheinbare Bewegung. 87-91. über optiſchen Betrug. 92.

II. Die Perſpectiv.

1. Theoretiſcher Theil. S. 353.

Tafel und Projection §. 1-4. Boden und Fundamentallinien 5. 6. Höhe des Auges 7. Abſtand des Auges 8. Verticalfläche 9. 10. Projection eines Punktes im Boden 11. perſpectiviſche Höhe 12. 13. perſpectiviſche Vertiefung 14. Projection der Linien 15. 16. der Figuren 17. 18. der Körper 19. Anmerkungen über die Perſpectiv. 20-22.

2. Practiſcher Theil. S. 358.

Verzeichnung eines Punktes im Boden §. 23. einer Figur im Boden. 24-28. der perſpectiviſchen Höhe, oder eines Punktes über dem Boden 29. eines Körpers. 30. Schlußanmerkung 31.

III. Die Catoptrik.

1. Von den ebenen Spiegeln. S. 363.

Spiegel. §. 1-4. ebener Spiegel 5. Erfahrung vom ebenen Spiegel. 6. Zurückſtrahlung. 7. Einfallsloth. 8. Einfalls und Zurückſtrahlungswinkel, Neigungswinkel. 9-11. Zurückſtrahlungsebene. 12-14. Neigungsloth 15. 16. Bilder in ebenen Spiegeln. 17-30. Gröſſe des Spiegels 31-33. andre Erſcheinungen in ebenen Spiegeln. 34. wagrechter Spiegel. 35-36. geneigter Spiegel. 37-39. Polemoſcop. 40. Zauberperſpectiv. 41. Vervielfältigung der Bilder 42.

108. 109. Maaſe hiezu. 110. Sternrohr mit zwey Oculaten. 111. Erdfernrohr 112-114. Holländiſches Fernrohr. 115. aufrechter Gegenſtand. 116. Vergröſſerung. 117. Stellung des Rohrs. 118. Geſichtsfeld. 119. Claſſificirung der Fernröhre. 120. Geſchichte der dioptriſchen Fernröhre. 121. achromatiſches Fernrohr 123. ihre Vorzüge. 124. Schriften darüber. 125. Spiegelteleſcope. 126. ihre Vorzüge. 127. Newtoniſches Teleſcop, und Verbeſſerung durch Herſchel. 128. Gregoriſches. 129. Caſſegrainiſches 130. Vorzug der metallenen Spiegel vor den gläſernen. 131. Geſchichte der Teleſcope. 132.

3. Die Microſcope. S. 439.

Einfaches Microſcop. §. 133. Vergröſſerung. 134-137. Ort des Auges. 138. 139. Erleuchtung des Objects 140. Wilſoniſches oder Lieberkühniſches Microſcop. 141. Zuſammengeſetzte Microſcope. 142. erſte Claſſe. 143-145. zweyte Claſſe, erſte Gattung. 146-150 zweyte Gattung. 151-153. dritte Claſſe. 154. 155.

4. Die Werkzeuge zu Projectionen. S. 444.

Sonnenmicroſcop. 156. Zauberlaterne. 157-159. Helioſcop. 160. 161. finſteres Zimmer. 162-164. daſſelbe mit einem Planſpiegel. 165-169.

Elemente

der

mechaniſchen Wiſſenſchaften.

I.

Die Statik.

A. Allgemeine Vorkenntniſſe der mechaniſchen Wiſſenſchaften.

I. Grundbegriffe vom Körper.

§. 1.

Erfahrung. Wenn wir einen Körper in die Stelle eines andern bringen: ſo finden wir, daß dieſer jenem erſt weichen müſſe.

§. 2. Erklärung. Es scheint uns also, der Körper habe die Eigenschaft, keinen andern mit sich zugleich in seine Stelle zu lassen; und wir nennen dieses Undurchdringlichkeit, impenetrabilitas.

§. 3. Erkl. Dasjenige an einem Körper, was undurchdringlich ist, heißt Materie, materia, und deren Quantität, die Masse, massa, Das, worinnen diese Masse enthalten ist, oder der Raum, den diese Masse erfüllt, heißt der Umfang, volumen, des Körpers, d. i. die geometrische Größe seiner Ausdehnung. Diese allein genommen, macht den geometrischen; mit jener aber zusammen den physischen Körper aus.

§. 4. Erfahr. Bey vielen Körpern fällt es in die Augen, daß die Theile ihrer Materie Räume zwischen sich lassen, die nicht mit der Materie des Körpers erfüllt sind; bey allen aber zeigt es sich, daß sie, mehr oder weniger, fremde Materien in sich eindringen lassen.

§. 5. Erkl. Die Materie des Körpers erfüllt nicht seinen ganzen Raum, sondern läßt zwischen ihren Theilen Räume übrig, welche Zwischenräume, pori, heissen. Daher kömmt der Materie und den daraus bestehenden Körpern, die Porosität, jedoch in verschiednen Graden, zu, welche macht, daß fremde Materien in den Körpern eindringen können.

§. 6. Zus. Die Materie ist zwar nicht durchdringlich, penetrabilis, §. 2. 3; aber wohl eindringlich, permeabilis, §. 4. 5.

§. 7.

§. 7. Erkl. Von zwey gleich großen Körpern, die mit verschiednen Materien erfüllt sind, heißt derjenige dichter, densius, der mehrere Masse, also weniger und kleinere Zwischenräume hat; der andere aber lockerer, rarius. Die Dichtigkeit, densitas, eines Körpers ist also die Verhältniß der Masse zum Umfange; und ist gleichförmig, uniformis, wenn jede gleiche Theile des Umfangs gleiche Massen enthalten; sonst aber ungleichförmig, difformis.

§. 8. Zus. Der physische Körper ist, wie der geometrische, ausgedehnt, also theilbar; und seine Theile sind ebenfalls zu einem Ganzen von verschiedener Gestalt verbunden, machen aber nicht, wie beym geometrischen Körper, eine stetige Grösse, continuum, aus. (vergl. Geom. §. 1.)

§. 9. Erfahr. Wenn wir die Theile der Materie trennen wollen: so finden wir Widerstand, und müssen dazu Gewalt anwenden, bey einem Körper mehr, bey einem andern weniger.

§. 10. Erkl. Es scheint uns also, die Materie habe die Eigenschaft, ihre Theile zusammen zu halten, und wir nennen diesen Zusammenhang der Theile ihre Cohärenz, die bey verschiednen Körpern von verschiednen Graden ist.

§. 11. Erkl. Feste Körper, solida, heissen, deren Theile merklich zusammenhängen; flüssige, fluida, aber, wo der Zusammenhang der Theile fast unmerklich ist.

§. 12. Anm. Jeder auch noch so kleine Theil der Materie ist zwar, als Materie, ausgedehnt, und also in abstracto theilbar; es könnte aber wohl seyn, daß wir zuletzt auf Theile kämen, die sich

durch keine Gewalt weiter von uns zertrennen lieſſen. Solche Theile ſind für uns Elemente des phyſiſchen Körpers, im Gegenſatz der Elemente des geometriſchen Körpers, der ohne Ende theilbar iſt. Hievon ſind noch die chemiſchen Elemente oder Urſtoffe zu unterſcheiden, die wir bey Zerlegung eines aus verſchiedenen Materien oder Stoffen gemiſchten Körpers nicht weiter in abgeſonderte Stoffe trennen können.

§. 13. Erfahr. Unter den Körpern finden ſich auch theils ſolche, die ſich in Länge oder Breite ausdehnen laſſen, und hierauf ſich wieder in ihren engern Raum zuſammenziehen; theils ſolche, die man beugen kann, und die von ſelbſt wieder gerade werden; theils ſolche, die in einen engern Raum gebracht, von ſelbſt ſich wieder in ihren vorigen Raum ausdehnen.

§. 14. Erkl. Stellt ein Körper, deſſen Figur ſich durch äuſſere Gewalt hat verändern laſſen, ohne daß dadurch der Zuſammenhang ſeiner Theile aufgehoben worden, ſeine vorige Figur von ſelbſt wieder her; ſo heißt dieſe Eigenſchaft ſeine Elaſticität oder Federkraft. Dergleichen Körper heiſſen elaſtiſch, alle übrige unelaſtiſch.

§. 15. Anm. 1. Einen Körper, wie das Waſſer und andre tropfbare Flüſſigkeiten, deſſen Elaſticität von ſehr geringem Grade iſt, rechnen wir zu den unelaſtiſchen, in ſo fern bey deſſen Unterſuchung ſeine geringe Elaſticität in keinen Betracht kömmt.

§. 16. Anm. 2. Alle Körper, am meiſten die flüſſigen, werden durch die Wärme ausgedehnt, ziehen ſich aber nach gewichener Wärme, wieder zuſammen. Auch dieſer Umſtand wird nicht zu der Elaſticität gerechnet. Indeß hat dieſes Ausdehnen durch die Wärme und Zuſammenziehen durch die Kälte allerdings einen groſſen Einfluß auf die Dichtigkeit der Körper §. 7; in ſo fern einerley Maſſe, bald einen gröſſern, bald einen kleinern Raum einnimmt, nachdem ſie warm oder kalt iſt.

2. Grundbegriffe von Kraft und Bewegung.

§. 17. Erfahr. Einen Körper aus seiner Stelle zu bringen, d. i. ihn zu bewegen, oder einen bewegten Körper aufzuhalten, erfodert allemal eine Gewalt von aussen, die entweder sogleich in die Augen fällt, oder doch bald entdeckt werden kann.

§. 18. Erkl. Ein Körper ist in Ruhe, quies, so lange er seinen Ort beybehält, und in Bewegung, motus, so lange er seinen Ort verändert. Beydes wird aus seiner Lage gegen andre um ihn befindliche ruhende oder bewegte Körper beurtheilt, und heißt in so fern relative Ruhe oder Bewegung, welche von der absoluten, die sich nicht auf die um ihn befindlichen Körper beziehet, zu unterscheiden ist.

Z. E. auf einem Schiffe kann man seinen Ort beybehalten, und doch zugleich mit dem Schiffe fortgeführt werden; also in relativer Ruhe und absoluter Bewegung seyn.

§. 19. Erkl. Der Weg eines bewegten Körpers wird als eine blosse Linie betrachtet, die entweder gerade oder krumm ist; wonach man auch die Bewegung geradlinicht, rectilineus, oder krummlinicht, curvilineus, nennt. Die gerade Linie, nach welcher ein Körper gehet, oder gehen würde, heißt seine Richtung, directio. Der in einer gewissen Zeit von ihm zurückgelegte Weg, heißt der von ihm beschriebene Raum, spatium descriptum.

§. 20. Erkl. Die Bewegung heißt gleichförmig, uniformis, wenn der Körper in jedem gleichen Theile der Zeit, einen gleichen Raum beschreibt; also seine Geschwindigkeit, celeritas, immer dieselbe bleibt. Wenn aber der Körper in jedem folgenden gleichen Theile der Zeit entweder immer einen grössern, oder immer einen kleinern Raum, als in dem vorhergehenden Theile beschreibt: so heißt seine Geschwindigkeit oder Bewegung verändert, variatus; und zwar im ersten Falle beschleunigt, acceleratus, im zweyten vermindert, retardatus.

§. 21. Erkl. Unter Zustand eines Körpers versteht man hier seine Ruhe oder seine Bewegung, und zwar bey letzterer die Richtung in der er, und die Geschwindigkeit, mit der er sich bewegt.

§. 22. Grundsatz. Die Veränderung in dem Zustande eines Körpers, erfodert allemal eine äussere Ursach, in welcher sie gegründet ist, und aus welcher sie uns begreiflich wird. §. 17.

§. 23. Erkl. Das, was den Zustand eines Körpers ändert, oder zu ändern strebt, heißt Kraft, vis, und die gerade Linie, nach welcher die Kraft wirkt, ihre Richtung, directio.

§. 24. Erkl. Es scheint uns also, als habe die Materie die Eigenschaft, für sich, ohne äussere Kraft, in jedem Zustande, worin sie einmal ist, zu verbleiben; und wir nennen dieses ihre Trägheit, inertia.

§. 25. Zus. Ein bewegter Körper, für sich betrachtet, setzt seine angefangene Bewegung in einerley Richtung und mit einerley Geschwindigkeit, ohne neue Kraft,

Kraft, blos vermöge ſeiner Trägheit, ununterbrochen fort §. 22. Auch iſt die Bewegung eines blos der Trägheit überlaßnen Körpers, allemal geradlinicht und gleichförmig. §. 19. 20.

§. 26. Erkl. Das, was eine Kraft ganz oder zum Theil hindert, d. i. Bewegung ganz oder zum Theil aufhebt, heißt Widerſtand, reſiſtentia. Wirkt ein Körper in den andern: ſo heißt auch der Widerſtand, den der leidende Körper der Wirkung, actio, des thätigen entgegengeſetzt, die Gegenwirkung, reactio; und man betrachtet beydes als Kräfte, die einander entgegengeſetzt ſind.

§. 27. Anm. Dergleichen Vorſtellungen ſind ſowohl des Sprachgebrauchs, als der Rechnung wegen nothwendig; nur muß die Zweydeutigkeit, die darinnen liegt, ſorgfältig gehoben werden. Nämlich wirken zwey bewegte Körper in entgegengeſetzten Richtungen in einander, daß die Bewegungen entweder einander völlig aufheben, oder die eine völlig vernichtet wird, und ſo viel als ſie beträgt, der andern entzieht: ſo ſind die Ausdrücke, Wirkung, Gegenwirkung, und entgegengeſetzte Kräfte, in eigentlicher Bedeutung zu nehmen. In den Fällen hingegen, wo Eigenſchaften des Körpers, als Trägheit oder Cohärenz, die für ſich keine Bewegung hervorzubringen ſtreben, blos andre Bewegungen ohne beſtimmtes Maaß, oder vielmehr nach jedem Maaſſe hindern, iſt nur Widerſtand, aber eigentlich keine Gegenwirkung, vorhanden. Weil aber doch dadurch der thätige Körper ſo viel von ſeiner Kraft verliehrt, als er auf die Wirkung in den blos leidenden Körper verwendet: ſo kann man ſich dies auch vorſtellen, als wirkte der leidende Körper zurück, und entzöge dies dem thätigen Körper, daß man alſo dieſen Widerſtand als eine entgegengeſetzte Kraft bequem mit in Rechnung bringen kann, in ſo fern überhaupt alles das Kraft heiſſen kann, was Bewegungen hindert.

§. 28. Erkl. Wird die Kraft, die in einen Körper wirkt, durch den Widerſtand deſſelben, oder durch Gegenwirkung, überhaupt durch ein Hinderniß, obſtaculum, aufgehoben: ſo heißt ſolche Wirkung ein Druck, preſſio, und die Kraft drückend, zum Unterſchied von der bewegenden, die kein Hinderniß findet, oder daſ-

ſelbe überwältigt. Einige brauchen auch dafür die Ausdrücke todte und lebendige Kräfte. In allen Fällen aber iſt der Druck die Wirkung einer Kraft, die man ihr Beſtreben nach Bewegung, ſollicitatio ad motum, nennt.

3. Grundbegriffe von Schwere und Gewicht.

§. 29. **Erfahr.** Jeder Körper in jeder Höhe über der Erde, ſich ſelbſt überlaſſen, fällt zur Erde herab. Hängt der Körper an einem Faden ruhig; ſo iſt der Faden auf die Oberfläche eines ſtillſtehenden Waſſers ſenkrecht.

§. 30. **Erkl.** Die Kraft, welche das Herabfallen des Körpers (alſo auch das Dehnen des Fadens) bewirkt, heißt die Schwere, gravitas, oder Schwerkraft, vis gravitatis, deren Richtung alſo auf die Oberfläche eines ſtillſtehenden Waſſers ſenkrecht iſt.

§. 31. **Erkl.** Ein an einem Faden frey hangender Körper heißt ein Loth, Senkloth, Senkbley, und was auf der Oberfläche eines ſtillſtehenden Waſſers ſenkrecht iſt, lothrecht oder vertical; jene Oberfläche aber, und überhaupt, was auf einer lothrechten Linie ſenkrecht iſt, wagrecht oder horizontal.

§. 32. **Zuſ. 1.** Iſt die Erde eine Kugel: ſo laufen die Richtungen der Schwere im Mittelpunkte dieſer Kugel zuſammen, und jede Horizontalfläche iſt eine Kugelfläche. Jene dürfen wir für parallel und dieſe für eine Ebene halten, wenn der Mittelpunkt der Erde von dem Raume der Beobachtung ſo weit entfernt iſt, daß

daß die Gröſſe dieſes Raums dagegen nicht in Betracht kömmt. (Vergl. Geom. §. 314. und 546. nebſt §. 89.)

§. 33. Zuſ. 2. Eine verticale Ebene erforſcht man durch ein Senkbley, wenn ſolches in die Ebene fällt, oder ihr parallel iſt. Eine horizontale Ebene erforſcht man durch die Setzwage, Schrotwage, auf deren ebener Grundfläche eine Linie ſenkrecht gezogen, und von dem Senkbley gedeckt wird, wenn die Ebene, auf welcher die Setzwage ſteht, horizontal iſt.

§. 34. Erfahr. Wenn ein Körper auf der Hand liegt: ſo fühlt man einen Druck, bey einem Körper mehr als bey einem andern, und ſchließt, daß der Körper den Tiſch, worauf er liegt, gleichfals drücken werde. vergl. §. 28.

§. 35. Erkl. Da die Hand oder der Tiſch ſich der Schwerkraft, die einen jeden Theil der Materie treibt, entgegenſetzt: ſo muß hieraus der Druck entſtehen, und deſto gröſſer ſeyn, je gröſſer die Maſſe des Körpers iſt. Die Summe des Drucks aller ſchweren Theile eines Körpers heißt ſein Gewicht, pondus, welches man durch die gemeine Wage (deren Theorie aber erſt im Folgenden vorkommen kann) erforſcht, indem man annimmt, daß der Druck des Körpers gegen die eine Wageſchaale, dem Drucke des Gegengewichts gegen die andere gleich ſey.

§. 36. Erkl. Das Gewicht einer Maſſe mit ihrem Umfange verglichen, giebt uns einen Begriff von dem, was man eigene Schwere, gravitas ſpecifica, oder eigenes Gewicht, pondus ſpecificum, dieſer Maſſe nennt.

Man sagt nämlich, daß von zweyerley Massen gleichen Umfangs die eine n mahl schwerer sey, als die andere, wenn sie n mahl mehr wiegt; und daß einerley Masse n mahl mehr wiege, wenn sie n mahl größer ist.

§. 37. Zus. 1. Die specifischen Schweren zweyer Massen gleichen Umfangs verhalten sich wie ihre Gewichte.

§. 38. Zus. 2. Bey einerley Masse verhalten sich die Gewichte, wie die Volumina.

§. 39. Aufg. Von zweyerley Massen heissen die specifischen Schweren G, g; die Volumina V, v; die Gewichte P, p; man soll diese Grössen unter einander vergleichen.

Aufl. Von der ersten Masse nehme man eine Quantität, deren Volumen $= v$, und deren Gewichte $= \pi$ sey: so ist $P : \pi = V : v$ §. 37. und

$\pi : p = G : g$ §. 38, folglich

I. $P : p = GV : gv$.

II. $G : g = \frac{P}{V} : \frac{P}{v}$

III. $V : v = \frac{P}{G} : \frac{p}{g}$

IV. Für $P = p$, ist $GV = gv$, folglich $G : g = v : V$.

§. 40. Anm. Wenn man, der Bequemlichkeit wegen, aus obigen Proportionen Gleichungen macht, daß man setzt $P = GV$; $G = \frac{P}{V}$; $V = \frac{P}{G}$; so muß man nicht vergessen, daß solche Gleichungen

chungen nur Verhältniſſe anzeigen, und daß P, G, V, auf ſolche Art durch Zahlen ausgedrückt, nur in Beziehung auf eine gewiſſe Einheit, eine beſtimmte Bedeutung haben können. Z. E. Bey $G = \frac{P}{V}$, ſey $P = 15$ ℔, $V = 7$ Zoll, daß alſo $G = \frac{15\text{ ℔}}{7\text{ Zoll}}$, welches, wenn man auch $G = \frac{15}{7}$ ſetzte, nichts beſtimmtes bedeutet. Vergleicht man dies aber mit $g = \frac{p}{v}$, wo $p = 13$ ℔, $v = 5$ Zoll, daß nämlich die Verhältniß $G : g$ aus der geraden Verhältniß $P : p$, und verkehrten $v : V$ zuſammengeſetzt ſey: ſo iſt $G : g = \frac{15}{7} : \frac{13}{5}$. Man erhält aber aus $G : g = \frac{P}{V} : \frac{p}{v}$ eine vollſtändige Gleichung, $G = \frac{P}{V} \cdot \frac{gv}{p}$, wo die ſpecifiſche Schwere einer gewiſſen Maſſe für die Einheit angenommen, und aus $\frac{gv}{p} = m$ ein für allemahl berechnet, $G = \frac{P}{V} \cdot m$ giebt, daß nämlich, wenn man P, V, in gleichnamigen Theilen von p, v, ausdrückt, die ſpecifiſche Schwere m in G ſo vielmahl enthalten ſey, als der Quotient $\frac{P}{V}$ anzeigt.

§. 41. Zuſ. In ſo fern wir bloß ſchwere Materien betrachten, iſt die Quantität und Dichtigkeit einer Maſſe §. 7. ihrem Gewichte P und G proportionirt, daß nämlich $M : m = P : p$, und $D : d = G : g$; da dann obige Proportionen §. 39. auch hierauf anzuwenden ſind, und mit derſelben Einſchränkung §. 40.

§. 42. Anm. Will man die ſpecifiſche Schwere einer feſten Maſſe, und ihre Dichtigkeit, die wir hiebey immer als gleichförmig §. 7. vorausſetzen, durch die gemeine Wage §. 35. erforſchen: ſo laſſe man einen Körper davon machen, deſſen Volumen man genau meſſen

messen kann, und wäge ihn genau ab; da denn $\frac{P}{V}$ das Gewicht der Einheit des gebrauchten Maasses anzeigt.

Für flüssige Materien lasse man ein hohles Gefäß machen, dessen innerer Raum genau auszumessen ist, und fülle solches mit der Flüssigkeit genau an, deren genaues Gewicht die Wage anzugeben hat.

In Praxi läßt sich die hiebey angenommene Genauigkeit nicht leicht erreichen; daher man bequemere Methoden, die im Folgenden erst vorkommen können, zu Hülfe nehmen muß.

B. Grundtheorien der Statik.

I. Grundlehren vom Gleichgewichte.

§. 43. Erklär. **Wirken zwey entgegengesetzte Kräfte in Etwas, ohne daß solches in Bewegung kömmt: so nennt man diesen Zustand ihr Gleichgewicht,** aequilibrium.

§. 44. Zus. 1. (Fig. 1.) Um von der Wirkung der beyden Kräfte alle fremde Vorstellungen abzusondern, denke man sich eine polirte elfenbeinerne Kugel, die auf einem horizontalen ebnen polirten Tische liegt, von dem ihr ganzes Gewicht getragen wird, daß man sie als eine blos träge Masse M ansehen kann, wenn die Kräfte P, Q, sie nach den horizontalen entgegengesetzten Richtungen MC, MD zu bewegen streben. Sind nun P und Q einander gleich: so ist kein Grund vorhanden, warum M der einen Kraft mehr, als der andern, folgen

gen ſollte. Da ſie nun auch beyden zugleich nicht folgen kann: ſo muß ſie in ihrer Stelle bleiben, d. i. ſo ſind die Kräfte P, Q, im Gleichgewichte, wo ſie einander aufheben.

§. 45. Zuſ. 2. Wären P und Q ungleich, etwa $P = Q + q$: ſo könnten ſich dieſe Kräfte nicht das Gleichgewicht halten. Denn der Theil von P, der Q gleich iſt, wird von Q aufgehoben; da dann dem übrigen Theile q nichts entgegen ſtehet, und M durch dieſen Ueberſchuß q in Bewegung kömmt.

§. 46. Zuſ. 3. Wir nehmen hiebey an, daß MC, MD in einer geraden Linie CD ſind, die durch den Mittelpunkt der Kugel M gehet. Nun kann CD entweder einen Faden oder einen Stab vorſtellen, ſo daß entweder die eine Kraft nach MC, die andre nach MD ziehet, oder die erſte nach MD, die andre nach MC drückt; nur daß Faden ſowohl als Stab, die blos Bilder von der Art, wie die Kräfte wirken, ſind, ohne Schwere, doch ſo, daß ſie nicht reißen, brechen, oder ſich beugen, gedacht werden.

Unter dieſer Vorausſetzung iſt es einerley, in welchen Punkten der CD die Kräfte angebracht ſind; ja man kann, wenn der Tiſch mit einem abgerundeten Rande von der Höhe des Halbmeſſers der Kugel M verſehen, an den Faden zwey gleiche Gewichte P, Q, ziehen laſſen.

§. 47. Zuſ. 4. Die Richtung der Kräfte an M ſind die geraden Linien MC, MD; die Kräfte aber ſelbſt können entweder durch die gleichen Gewichte P, Q, oder durch die gleichen Linien MC, MD vorgeſtellt werden; ſo daß man der Kürze wegen ſagt, die Kräfte MC,

MC, MD, d. i. die Kräfte, die nach den Richtungen MC, MD, wirken, und deren Verhältniß MC : MD ist. Diese Vorstellungsart kann, wie man leicht einsiehet, bey jeder Verhältniß der Kräfte gebraucht werden. z. E. Es sey P : Q = 2 : 3 = ME : MD, d. i. in der Zeit, in welcher M von P allein durch ME, von Q allein durch MD bewegt würde, wird es durch den Ueberschuß von Q durch MF gebracht §. 45.

§. 48. Anm. 1. Beym Gleichgewicht hat man es mit drückenden Kräften zu thun §. 28. Daher auch Gleichgewicht von bloßer Ruhe wohl zu unterscheiden ist; obgleich in beyden Fällen Mangel der Bewegung statt findet.

§. 49. Anm. Der Druck den eine drückende Kraft unmittelbar blos auf einen Theil der festen Masse M anwendet, muß sich auch durch alle übrigen Theile fortpflanzen; indem, wenn die Kraft obsiegt, die entferntesten Theile zuerst in Bewegung kommen. Bey dieser Fortpflanzung des Drucks zeigt sich ein merkwürdiger Umstand, wodurch sich feste Körper von flüssigen unterscheiden; indem bey jenen die ganze Masse, mit unveränderter Verbindung und Lage ihrer Theile, bewegt wird, und der Druck sich blos nach solchen Richtungen fortpflanzet, die mit der Richtung des Drucks selbst parallel sind; welches mit diesen, wie aus der Folge näher erhellen wird, eine ganz andere Beschaffenheit hat.

§. 50. Lehrs. (Fig. 2.) Eine unbiegsame gerade Linie A B liege horizontal in ihrer Mitte C auf einer festen unverrückten Unterlage D, um welche sie sich drehen lasse, und es wirken zwey gleiche Gewichte P, Q, an ihren Endpunkten A, B; man behauptet unter diesen Umständen ein völliges Gleichgewicht.

Bew. Da alles zu beyden Seiten gleich ist: so müßte, wenn man annähme, daß der eine Endpunkt A sinkt, aus eben dem Grunde auch der andere Endpunkt B sinken, folglich beyde zugleich, welches nur geschehen könnte, wenn entweder die Linie AB sich beugte,

te, oder die Unterlage D wiche, beydes gegen das Angenommene.

§. 51. Zuſ. 1. Da die Linie ſich um D drehen läßt, daß wenn A ſinkt, B ſteigen muß: ſo pflanzt ſich der Druck auf A, bis B fort, und es iſt eben ſo gut, als wirkte eine der D gleiche Kraft auf B, und ſuchte BC um C aufwärts zu drehen; da denn eine ihr gleiche Kraft Q, BC um C herabwärts zu drehen ſtrebt, folglich nothwendig ein Gleichgewicht erfolgen muß.

Denkt man ſich alſo in C anſtatt der Unterlage D, ſo Etwas wie einen Stift, um welchen AB ſich drehen laſſe: ſo können ohne Aenderung des Gleichgewichts, zwey den Gewichten P, Q, gleiche Kräfte an AB auch aufwärts ziehen, und es iſt überhaupt gleichgültig, ob eine Kraft P in A abwärts, oder in B aufwärts ziehet, wofern nur CB=CA iſt.

§. 52. Zuſ. 2. Zwey ungleiche Kräfte P, Q, können unter den nämlichen Umſtänden §. 50. nicht im Gleichgewichte ſeyn. §. 45. Das gröſſere Gewicht ſinkt nämlich mit ſeinem Ueberſchuſſe, und iſt alſo auf ſeiner Seite die Ueberwucht, praepondium.

§. 53. Zuſ. 3. Zwey Kräfte P, Q, ſind gleich, wenn ſie unter den nämlichen Umſtänden §. 50. einander das Gleichgewicht halten.

§. 54. Zuſ. 4. Die Gewichte P, Q, an A und B, drücken die Unterlage D, als drückten ſie beyde zuſammen den Punkt C, ſo daß, wenn man AB in C auf den Finger legte, dieſer einen Druck litte, als hingen P und Q zuſammen am Finger; indem dieſer beyde Gewichte, nebſt der Linie AB, die aber nicht ſchwer iſt, trägt.

Eine

Eine Kraft S = 2 P = 2 Q, die, anstatt der Unterlage D, in C vertical aufwärts ziehet, würde also mit den gleichen Kräften P, Q, an A und B im Gleichgewichte seyn.

§. 55. Zus. 5. Die Kraft S, und die Unterlage D leisten hier also einerley, und kann eine die Stelle der andern vertreten; wodurch aber nicht geläugnet wird, daß die Unterlage, wenn die Gewichte an A und B größer wären, als man angenommen hat, auch noch mehr zu leisten vermag. Denn hier ist blos die Rede davon, was sie für die angenommenen Gewichte P, Q, leistet.

§. 56. Erkl. (Fig. 3.) Eine Rolle, trochlea, heißt eine Kreisrunde Scheibe, durch deren Mitte C ein unverrückter Stift gehet, um den sie sich drehen läßt.

Zwey Kräfte können entweder unmittelbar an ihrer Peripherie wirken, und sie nach entgegengesetzten Seiten zu drehen streben, oder man kann auch um ihre Peripherie einen Faden legen, an dessen Enden die Kräfte in obiger Absicht ziehen. Da hiebey die Schwere der Rolle nicht in Betracht kömmt: so kann man sie als eine unbiegsame Kreisscheibe ohne Schwere annehmen.

§. 57. Lehrs. (Fig. 3.) Zwey gleiche Kräfte, die in beliebigen Punkten der Peripherie einer Rolle in der Richtung der Tangenten so wirken, daß sie die Rolle nach entgegengesetzten Seiten zu drehen streben, sind im Gleichgewichte.

Bew. I. Es sey über die Rolle ein Faden gelegt, an dessen Enden zwey gleiche Gewichte P, Q hangen: so ist wie §. 50. alles auf beyden Seiten gleich, daß also kein Umdrehen erfolgen kann.

Oder:

Oder: Ziehet man den horizontalen Durchmesser durch die Scheibe AB: so ist es so gut, als strebten die Gewichte an A und B denselben um die unverrückte Unterlage C zu drehen, wie §. 50.

II. Strebte eine Kraft = P, in einem beliebig andern Punkte D der Peripherie, nach der Tangente DE, die Scheibe auf eben die Seite, wie P zu drehen, und man ziehet CD: so siehet man, daß solche Kraft völlig einerley mit P wirkt, und also auch noch mit Q das Gleichgewicht hält.

Von Q lassen sich eben die Schlüsse, wie von P machen.

§. 58. Zus. 1. Zwey Kräfte P, Q, sind gleich, wenn sie unter den Umständen §. 57. einander das Gleichgewicht halten. Vergl. §. 52. 53.

§. 59. Zus. 2. Wäre ein Faden EDBQ um die Rolle gelegt, an dessen einem Ende ein Gewicht Q vertical, an dem andern aber eine Kraft = Q nach der Tangente DE zöge: so erfodert das erwiesene Gleichgewicht, daß das Gewicht Q, die Schnur nach der Richtung ED ziehet. Hieraus erhellet also, daß man mittelst der Rollen den Gewichten jede beliebige Richtung geben, folglich Gewichte anstatt der Kräfte in allen Richtungen annehmen könne §. 47, wofern man nur die Rolle so anbringt, daß die angenommene Richtung eine Tangente der Scheibe werde.

Will man z. E. §. 44, daß die Gewichte P, Q, (Fig. 1.) horizontal ziehen sollen: so bringe man in C und D Rollen an, über welche man den Faden leite. Oder soll §. 54 ein Gewicht = S (Fig. 2.) vertical aufwärts ziehen: so leite man den Faden CS um eine

Rolle und hänge an deſſen zweytes Ende das Gewicht. Auf eben die Art können §. 57. beyde Gewichte P, Q, (Fig. 3.) auch vertical aufwärts ziehen, wenn man den Faden unten um die Rolle gehen läßt, wie (Fig. 4.) und deſſen beyde Enden über zwey andre Rollen m, n, führet.

§. 60. Anm. Aus dem Bisherigen erhellet, daß zwey gleiche Kräfte einander das Gewicht halten, ſie mögen nun unmittelbar an einen Körper, den ſie zu bewegen ſtreben, angebracht ſeyn, oder mittelſt der Faden, Stangen und dergleichen in ihn wirken, wie §. 44, oder eine Linie, wie §. 50, und eine Scheibe, wie §. 56, um ihre Mitte zu drehen ſuchen. Dergleichen Mittel dienen alſo zu gröſſerer Bequemlichkeit, ohne daß ſie einer Kraft mehrere Gewalt ertheilen. Es giebt aber auch Mittel, eine Kraft ſo zu verſtärken, daß ſie einer gröſſern Kraft das Gleichgewicht halten kann. Solche Mittel heiſſen Rüſtzeuge oder Maſchinen, und werden, wenn ſie als immateriell, blos geometriſch, gedacht werden, mechaniſche Potenzen genannt. Man zählt derſelben ſechs, nämlich zwey urſprüngliche, den Hebel, und die ſchiefe Fläche; und vier davon abgeleitete, die Winde und die Rolle, die Schraube und den Keil, die man ſämmtlich aus dem Folgenden kennen lernt. Da auch die ſchiefe Fläche auf der Theorie des Hebels beruhet: ſo iſt eigentlich der Hebel die einzige urſprüngliche Potenz. Es heiſſen aber die genannten Potenzen, und die darauf beruhenden Maſchinen einfach, weil durch deren mannigfaltige Verbindungen unzählige Zuſammenſetzungen entſtehen können.

2. Vom geradlinichten Hebel.

§. 61. Erkl. Ein geradlinichter Hebel iſt eine unbiegſame gerade Linie ohne Schwere, in welcher theils ein unverrückter Punkt, der Ruhepunkt oder Bewegungspunkt, um den ſich der Hebel auf einer Unterſtützung oder Unterlage, hypomochlion, drehen läßt; theils zwey Punkte, woran Kraft und Laſt nach entgegengeſetzten Seiten wirken.

Anm. Von zwey entgegengeſetzten Kräften nennt man nämlich die eine die Laſt, in ſo fern man ſie blos als einen Widerſtand der an-

andern, oder als ein Gewicht betrachtet, welches die andere, die man schlechthin Kraft nennt, zu bewegen strebt.

§. 62. Erkl. Der Hebel, vectis, heißt zweyarmig, heterodromus, wie ACB (Fig. 5.) wenn die Punkte für die Kräfte A, B, zu beyden Seiten der Unterstützung C sind; einarmig, homodromus, wie CAB (Fig. 6.) wenn die Punkte für die Kräfte A, B, beyde zu einer Seite der Unterstützung sind.

§. 63. Zus. 1. Am zweyarmigen Hebel ziehen beyde Gewichte entweder zugleich unterwärts, oder zugleich aufwärts; am einarmigen aber ziehet allemahl das eine Gewicht aufwärts und das andere unterwärts: welches alles sich durch Rollen bewirken läßt §. 59. Auch muß man sich Etwas, wie einen Stift, im Ruhepunkte C vorstellen, wenn der Hebel sich um denselben in allen Umständen drehen soll. Vergl. §. 51.

§. 64. Zus. 2. (Fig. 5.) Sind zwey Gewichte P, Q, am Hebel im Gleichgewichte; so ist beym zweyarmigen Hebel ACB, nach eben den Schlüssen, wie §. 54, der Druck des Stifts durch C, $R=P+Q$, so daß R, wenn es anstatt des Stifts in C aufwärts ziehet, mit P und Q, an A und B, das Gleichgewicht hält.

Nun könnte auch aus eben den Gründen, wie §. 55, anstatt P durch A ein Stift gehen; so daß am einarmigen Hebel ACB, R und Q einander das Gleichgewicht hielten, folglich hier $P=R-Q$ der Druck des Stifts durch A wäre, und anstatt des Stifts allemahl ein Gewicht $R-Q$ wenn es an A in entgegengesetzter Richtung mit dem nächsten Gewichte R zöge, mit R und Q, an C und B, das Gleichgewicht hielte.

§. 65. Erkl. Ein Perpendikel vom Ruhepunkte des Hebels auf die Richtung der Kraft, heißt ihre Entfernung, nämlich vom Ruhepunkte. z. E. (Fig. 5. 6.) ist CA die Entfernung der Kraft P, und CB die Entfernung der Kraft Q.

Anm. Die Richtungen der Kräfte werden allemahl als senkrecht auf den Hebel angenommen, wofern das Gegentheil nicht ausdrücklich angezeigt wird. In jenem Falle sind die Hebelarme selbst die Entfernungen der Kräfte.

§. 66. Lehrs. (Fig. 5. 6.) Sind zwey Kräfte in gewissen Entfernungen am Hebel der einen Art §. 62. im Gleichgewichte: so sind eben die Kräfte in eben den Entfernungen auch am Hebel der andern Art im Gleichgewichte.

Bew. Sind die Kräfte P, Q, am zweyarmigen Hebel ACB (Fig. 5.) oder am einarmigen CAB (Fig. 6.) in den Entfernungen CA, CB im Gleichgewichte: so mache man CD = CA, und lasse an D eine Kraft p = P nach entgegengesetzter Richtung ziehen, nämlich Fig. 5. aufwärts, Fig. 6. abwärts: so thut diese Kraft die nämliche Wirkung wie vorher P, und hält auch so mit der unveränderten Q das Gleichgewicht. §. 51.

Andrer Beweis. Man mache wiederum CD = CA, lasse (Fig. 5.) in D ein dem P gleiches Gewicht, p aufwärts, π abwärts, ziehen: so ändert sich, weil p, π einander aufheben, das zuerst angenommene Gleichgewicht zwischen P, Q, nicht. Nun hält P mit π das Gleichgewicht §. 50; folglich p mit Q. Eben so, wenn man (Fig. 6.) p an D, π an A hängt,

bleibt

bleibt ein Gleichgewicht zwiſchen p, Q, indem P, π, einander aufheben.

§. 67. Zuſ. Hieraus erhellet, wie man jede Kraft am Hebel von einer Seite auf die andere bringen könne, wenn man ſie nur ſo ziehen läßt, daß ſie auf einerley Punkt einerley Wirkung behalte.

Denn z. E. hängt man (Fig. 5.) p = P an D, anſtatt P an A: ſo ziehet p den Punkt D eben ſo ſtark aufwärts, und A abwärts, als vorher P that.

§. 68. Lehrſ. An beyden Arten des Hebels §. 62, hält die n fache Kraft in der einfachen Entfernung, mit der einfachen Kraft in der n fachen Entfernung, das Gleichgewicht, wobey n eine ganze Zahl bedeutet.

Bew. I. Für n = 2 betrachte man (Fig. 2.) wo S, P, Q im Gleichgewichte, wenn AB = 2AC, und S = 2P = 2Q. §. 54. Nun bleibt nach eben den Schlüſſen, wie §. 55 dieſes Gleichgewicht zwiſchen S und Q, wenn man P wegnimmt, und an deſſen ſtatt durch A Etwas, wie einen Stift, befeſtigt, um den ſich der einarmige Hebel ACB umdrehen laſſe. Demnach iſt, für n = 2, der Satz vom einarmigen Hebel bewieſen, alſo auch vom zweyarmigen. §. 66.

II. Gilt der Satz für irgend ein n: ſo gilt er auch für n + 1. Denn es ſey (Fig. 5.) am zweyarmigen Hebel ACB ein Gleichgewicht zwiſchen P und Q, wenn P = nQ, und CB = n. CA = n. CD iſt: ſo leidet, nach §. 64. die Unterlage in C einen Druck = P + Q = nQ + Q = (n + 1) Q, ſo daß ein Gewicht = (n + 1) Q in C, anſtatt der Unterlage, mit P und Q das Gleich-

gewicht hält, folglich auch mit Q, wenn anstatt P in A ein Stift kömmt, um den sich der einarmige Hebel ACB drehet. Demnach ist dieses vom einarmigen Hebel bewiesen, folglich auch vom zweyarmigen. §. 66.

III. Da also der Satz von $n = 2$ gilt: so gilt er auch von $n + 1 = 3$, u. s. w. für alle folgende ganze Zahlen, die man für n setzen kann, und ist also allgemein.

§. 69. Lehrs. Zwey entgegengesetzte Kräfte, die sich umgekehrt wie ihre Entfernungen verhalten, sind an beyden Arten des Hebels im Gleichgewichte.

Bew. I. Man habe zwey Gewichte P, Q, die sich wie ganze Zahlen m, n verhalten, daß also $P : Q = m : n$, folglich $nP = mQ$ sey. Nun sey am Hebel CDB (Fig. 5.) $CD = \frac{1}{m} CB$, und es wirke Q an B, und ein Gewicht $p = m Q$ an D: so ist p mit Q im Gleichgewichte §. 68. Wirkte nun an D auch noch ein Gewicht $\pi = p = mQ = nP$: so würde es an ACB, wo $CA = n$, $CD = \frac{n}{m}$. CB, mit P an A im Gleichgewichte seyn §. 68. Demnach ist ein Gleichgewicht zwischen diesen vier Kräften, und bleibt auch noch zwischen den beyden P, Q, wenn man die andern beyden p, π, die einander aufheben, wegnimmt. Nun war $CA = \frac{n}{m}$. CB d. i. $m . CA = n . CB$, oder $CB : CA = m : n$; aber auch $P : Q = m : n$, folglich ist für das Gleichgewicht $P : Q = CB : CA$, am zweyarmigen Hebel; also auch am einarmigen. §. 66.

II. Da

II. Da sich jedes Rationalverhältniß stets durch ganze Zahlen ausdrücken läßt, und für jedes Irrationalverhältniß, sich Rationalverhältnisse setzen lassen, die von ihr um nichts angebliches verschieden sind: so gilt obiger Beweis für jedes Verhältniß, sie sey in ganzen, gebrochenen und selbst Irrational-Zahlen.

§. 70. Zus. 1. Wenn am Hebel zwey entgegengesetzte Kräfte P, Q, sich nicht umgekehrt, wie ihre Entfernungen verhalten: so können sie nicht im Gleichgewichte seyn.

Denn es sey CB : CA = m : n, aber nicht P : Q = m : n, also nicht $Q = \frac{n}{m} P$: so sey m : n = P : R, also $R = \frac{n}{m} P$. Demnach wird R an B angehängt mit P das Gleichgewicht halten §. 69. Nun kann Q, welches nicht = R ist, unmöglich dasselbe an B thun, was R thut, folglich kann es mit P nicht das Gleichgewicht halten.

§. 71. Zus. 2. Setzt man CA : CB = n : m; so ist zwischen P und Q nur alsdann ein Gleichgewicht, wenn P : Q = m : n, folglich m . Q = n . P. Nennt man also das Produkt einer Kraft am Hebel in ihre Entfernung, ihr Moment: so ist nur ein Gleichgewicht am Hebel, wenn die Kräfte sich umgekehrt, wie ihre Entfernungen verhalten, oder wenn die Momente zu beyden Seiten gleich sind.

§. 72. Zus. 3. (Fig. 7.) Wären die Kräfte P, Q, an des Hebels Endpunkten A, B, unmittelbar angebracht, und man drehete den Hebel um C, daß er aus der Lage AB, in die Lage ab käme; so wäre P durch Aa gegangen und um ad gestiegen, und Q durch

Bb gegangen und um be gesunken. Beyde Wege aber verhalten sich wie CA ; CB. Nun ist im Falle des Gleichgewichts P : Q = CB ; CA. Folglich verhalten sich diese Kräfte, umgekehrt, wie ihre Wege, die sie in gleicher Zeit beschreiben würden, wenn sich der Hebel um C drehte, also umgekehrt wie ihre Geschwindigkeiten §. 19. und man kann sagen: es erfodere einerley Gewalt mit einer kleinen Kraft durch einen grossen Raum zu gehen, als eine um so viel grössere Last, durch einen um so viel kleinern Raum zu führen; oder: das Produkt der kleinern Kraft in ihre grosse Geschwindigkeit, müsse dem Produkte der grössern Kraft in ihre kleine Geschwindigkeit gleich seyn. Carte-sius hat dies als einen allgemeinen Grundsatz angenommen.

§. 73. **Aufg.** (Fig. 5. 6.) Zwey Gewichte P, Q, am Hebel, sind nebst ihrem Abstand AB gegeben; man soll den Ort der Unterstützung für das Gleichgewicht finden.

Aufl. I. (Fig. 5.) Die Gewichte ziehen nach einer Seite; so ist der Ort der Unterstützung zwischen ihnen. Er sey C, daß also P : Q = BC : AC §. 71. folglich P + Q : Q = AB : AC, oder P + Q : P = AB : BC. Arithm. §. 373.) Demnach ist $AC = \frac{AB \cdot Q}{P+Q}$ und $BC = \frac{AB \cdot P}{P+Q}$.

II. (Fig. 6.) Die Gewichte ziehen nach entgegengesetzten Seiten; so ist der Ort der Unterstützung beyden zur Seite. Er sey C, daß also P : Q = BC : AC.

AC. §. 71. folglich $P-Q:Q=AB:AC$, oder $P-Q:P=AB:BC$. (Ar. §. 373.) Demnach ist $AC=\frac{AB.Q}{P-Q}$, und $BC=\frac{AB.P}{P-Q}$.

III. Hieraus entstehet die allgemeine Regel: „Um den Abstand des Unterstützungspunktes von der „einen Kraft zu finden, multiplicire man die andere „Kraft mit dem Abstande beyder Kräfte, und dividire „dieses Produkt im ersten Falle mit der Summe, im „zweyten mit der Differenz beyder Kräfte."

§. 74. Zus. 1. Der Unterstützungspunkt C fällt immer der grössern Kraft P näher; weil in den Ausdrücken für AC, BC, in beyden Fällen $AB.P > AB.Q$ ist.

§. 75. Zus. 2. Am zweyarmigen Hebel ACB (Fig. 5.) wird der Unterstützungspunkt C mit einer Gewalt $= P+Q$ gedrückt, eben so, als hiengen beyde Gewichte zusammen an C. §. 64. Dieser Punkt heisse der beyden Gewichte Schwerpunkt, centrum gravitatis.

§. 76. Zus. 3. Zwey gegebene Gewichte an gegebenen Punkten eines Hebels haben also nur einen Schwerpunkt C. Wird dieser unterstützt, oder mit der Summe der Gewichte gehalten: so kann keine Bewegung erfolgen. Bringt man aber die Unterstützung an einen andern Punkt D, entweder zwischen die Gewichte (Fig. 5.) oder beyden zur Seite (Fig. 8.) an: so muß der Schwerpunkt C, der von nichts gehalten wird, sinken, und zwar im ersten Falle mit dem Ueberschusse des grössern Moments über das kleinere,

P . AD − Q . BD; im zweyten mit der Summe beyder Momente, P . AD + Q . BD.

§. 77. Zuſ. 4. Dieſes Sinken aber würde verhindert, wenn man die Summe der beyden Gewichte in ihrem Schwerpunkte C aufwärts ziehen lieſſe. Denn alsdann wäre in §. 76.

I. im erſten Falle (Fig. 5.) das Moment der Summe (P + Q) . CD = P . CD + Q . CD. Nun iſt CD = AD − CA = CB − BD. Folglich wäre das Moment der Summe = P . AD − P . CA + Q . CB − Q . BD. Nun iſt C der Schwerpunkt, und daher Q . CB = P . CA. §. 75. 71. oder Q . CB − P . CA = 0. Folglich iſt das Moment der Summe = P . AD − Q . PD, alſo dem Ueberſchuſſe des gröſſern Moments über das kleinere gleich. §. 76.

II. im zweyten Falle (Fig. 8.) das Moment der Summe (P + Q) CD = P . CD + Q . CD. Nun iſt CD = AD − AC = BD − BC. Folglich wäre das Moment der Summe = P . AD + P . AC + Q . BD − Q . BC. Nun iſt wegen des Schwerpunkts P . AC − Q . BC = 0. Folglich iſt das Moment der Summe = P . AD + Q . BD, alſo der Summe der beyden Momente gleich. §. 76.

§. 78. Zuſ. 5. Die Gewichte P, Q, in A, B, heben die Kraft P + Q, die in C aufwärts ziehet, auf. §. 77. Eben dies aber würden die Gewichte zuſammen in C angehängt thun. Folglich iſt es einerley, ob die Gewichte abgeſondert, oder ihre Summe im Schwerpunkte am Hebel wirkt, d. i. zwey Gewichte laſſen ſich allemahl in ihrem Schwerpunkte vereinigen.

§. 79.

§. 79. Zuſ. 6. Da man aus §. 77. $(P+Q)$ $CD = P \cdot AD \pm Q \cdot BD$ hat, wo das poſitive Zeichen für Fig. 8. das negative für Fig. 5. gilt: ſo ſiehet man, daß bey Kräften auf einerley Seite der Unterſtützung, die Momente als bejahende Gröſſen angeſehen werden können, die bey Kräften auf verſchiedenen Seiten der Unterſtützung einander entgegengeſetzt ſind, ſo daß, wenn die einen bejaht ſind, die andern verneint ſeyn müſſen.

§. 80. Zuſ. 7. Auch läßt ſich der Schwerpunkt C zweyer Gewichte aus §. 77. noch auf andre Art als §. 73. finden. Hiezu nämlich nehme man einen beliebigen Punkt D; und Fig. 5. $DC = \frac{P \cdot AD - Q \cdot BD}{P+Q}$;

Fig. 8. $DC \frac{P \cdot AD + Q \cdot BD}{P+Q}$ §. 77.

§. 81. Zuſ. 8. Wären mehrere Gewichte P, Q, R u. ſ. w. die nebſt ihren Entfernungen p, q, r, u. ſ. w. von einem beliebigen Punkte des Hebels, gegeben ſind, zu vereinigen: ſo dividire man die algebraiſche Summe aller Momente mit der Summe aller Gewichte.

Denn ſetzt man die Entfernung des Schwerpunkts für die drey erſten $= \varrho$, für die zwey erſten $= \pi$: ſo iſt $\pi = \frac{Pp \pm Qq}{P+Q}$, und $\varrho = \frac{(P+Q)\,\pi \pm Rr}{P+Q+R.}$ $= \frac{Pp \pm Qq \pm Rr}{P+Q+R}$; da man dann, wenn der Schwer-

punkt

punkt für n Gewichte gefunden ist, ihn auf eben die Art für n + 1 Gewichte finden kann.

§. 82. Zus. 9. Ist der beliebig angenommene Punkt §. 81, von dem die Entfernungen gerechnet werden, der Schwerpunkt: so ist $\varrho = 0$; folglich $(P + Q + R)\,\varrho = 0 = Pp + Qq + Rr$; folglich die Summe der positiven und negativen Momente gleich.

Hieraus erhellet das Gesetz des Hebels für so viele Gewichte, als man will; „daß die Summe aller „Momente auf der einen Seite, der Summe aller Mo„mente auf der andern Seite gleich seyn müsse, wenn „ein Gleichgewicht statt finden soll."

§. 83. Anm. Bey allen bisherigen Untersuchungen haben wir den Hebel in wagrechter Lage angenommen. Aber man siehet leicht ein, daß alle Proportionen auch bey jeder andern Lage dieselben bleiben.

Denn es sey (Fig. 7.) P an a mit Q an b in verticalen Richtungen ad, be, im Gleichgewichte, und man ziehe durch C die wagrechte Linie de; so wird die Ebne, die man sich durch beyde Lagen des Hebels gedenkt, noch mit gleicher Gewalt um C gedrehet, wenn auch P und Q an d und e hängen; da dann $P : Q = Ce : Cd$ (und weil Δ Cad $\sim \Delta$ Cbe ist) $= Ca : Cb$ seyn muß.

3. Vom Schwerpunkte.

§. 84. Erkl. Sind mehrere Punkte, in einer oder in verschiedenen Ebnen, so mit einander verbunden, daß, wenn Gewichte an diesen Punkten ziehen, und irgend ein Punkt in Bewegung käme, alle übrige Punkte zugleich in Bewegung kommen: so nennet man dies Ganze ein System von Gewichten; und denjenigen

nigen Punkt, worinn die Summe aller Gewichte dem Ganzen das Gleichgewicht hält, den Schwerpunkt dieſes Syſtems. Vergl. §. 75.

§. 85. Lehrſ. (Fig. 9.) Für jedes Syſtem von Gewichten läßt ſich der Schwerpunkt §. 84 finden.

Bew. I. Sind alle Punkte, woran die Gewichte ziehen, durch eine unbiegſame gerade Linie ohne Schwere mit einander verbunden: ſo findet man ihren Schwerpunkt nach §. 81.

II. Sind die Punkte a, b, c, u. ſ. w. woran die Gewichte A, B, C ziehen, nicht in gerader Linie, aber zuſammen in einer Ebene durch unbiegſame Linien ohne Schwere mit einander verbunden: ſo läßt ſich der Schwerpunkt für A und B in der Linie ab etwa in m finden §. 80, folglich wenn man mc ziehet, auch für M und C, d. i. für A, B, C, in n; da man dann, wenn der Schwerpunkt für r ſolcher Punkte gefunden iſt, ihn auf eben die Art für r + 1 Punkte finden kann.

III. Sind die Punkte a, b, c, d u. ſ. w., woran die Gewichte A, B, C, D ziehen, in verſchiednen Ebnen, aber durch unbiegſame gerade Linien ohne Schwere mit einander verbunden: ſo kann man durch jede drey a, b, c, eine Ebene legen (Geom. §. 386.) und ihren Schwerpunkt n nach (II.) finden, folglich, wenn man nd ziehet, auch für a, b, c, und d; da dann der Schwerpunkt, wenn er für r Punkte gefunden iſt, auch für r + 1 Punkte auf eben die Art gefunden werden kann.

§. 86.

§. 86. Zuſ. 1. Denkt man ſich, daß alle Punkte einer Linie, anſtatt der Gewichte, die daran ziehen, durch unmittelbar daran wirkende Kräfte in eben den Richtungen und mit eben der Gewalt getrieben würden; ſo giebt es in dieſem Sinne ſchwere Punkte, und ſchwere Linien, und einen Schwerpunkt derſelben.

§. 87. Zuſ. 2. Denkt man ſich auf vorige Art alle Punkte einer Fläche als ſchwere Punkte: ſo giebt es auch ſchwere Flächen, und einen Schwerpunkt derſelben.

§. 88. Zuſ. 3. Denkt man ſich, der Umring einer Figur, ſie mag geradlinicht oder krummlinicht ſeyn, beſtehe aus ſchweren Linien §. 86: ſo giebt es auch ſchwere Umringe der Figuren, und einen Schwerpunkt derſelben, der durch unbiegſame Linien ohne Schwere mit dem Umringe verbunden iſt.

§. 89. Zuſ. 4. Von den Theilen eines Körpers kann man ſich jeden als ein Syſtem ſchwerer Punkte, die durch die Feſtigkeit des Körpers mit einander verbunden ſind, und einen Schwerpunkt dieſes Syſtems, worinn das ganze Gewicht dieſes Theils vereinigt iſt, gedenken. Hiedurch erhält man ſo viel ſchwere Punkte, als Theile ſind, die durch die Feſtigkeit des Körpers mit einander verbunden, ein Hauptſyſtem ſchwerer Punkte ausmachen, deſſen Schwerpunkt den Schwerpunkt des ganzen Körpers giebt, worinn man ſich das geſammte Gewicht des Körpers vereinigt denken kann.

§. 90. Zuſ. 5. Das Gewicht des Körpers wirkt an ſeinen Schwerpunkt in verticaler Richtung,

ſo

so wie die Gewichte der einzelnen Theile §. 75. Diese Richtung heißt die Directionslinie schwerer Körper. Wird demnach der Körper in dieser Linie unterstützt, oder gehalten: so kann keine Bewegung erfolgen, d. i. er kann weder sinken, wegen der Stütze, noch sich um seinen Schwerpunkt drehen, indem die Gewichte zu beyden Seiten desselben, einander das Gleichgewicht halten. §. 82.

§. 91. Zus. 6. Ein Körper hat nur einen einzigen Schwerpunkt. Denn gäb es noch einen zweyten, von jenem unterschiednen, d. i. nicht in jenes Directionslinie: so wäre, wenn man diesen unterstützte, der Körper in Ruhe; aber auch, weil jener nicht unterstützt ist, zugleich in Bewegung §. 76, welches unmöglich ist.

§. 92. Zus. 7. Um durch Versuche den Schwerpunkt eines Körpers zu finden, lasse man ihn an einem Faden in zwey verschiednen Punkten nach einander ruhig hangen: so ist sein Schwerpunkt in beyden Richtungen des Fadens, folglich da, wo diese Richtungen verlängert einander schneiden.

Verstattet die Grösse und Schwere des Körpers nicht, ihn aufzuhängen: so mache man den Versuch mit einem kleinern und leichtern, jenem völlig ähnlichen Körper, wodurch sich die proportionirte Lage des Schwerpunkts für jenen Körper ergiebt, nur muß von beyden Körpern jeder von gleichförmiger Dichtigkeit seyn.

§. 93. Erkl. Das Produkt einer Kraft in ihre Entfernung von einem beliebig angenommenen Punkte, oder einer Linie, oder einer Ebene heißt das Moment

ment der Kraft für den Punkt, die Linie, die Ebene; und solcher Punkt, Linie, Ebene, worauf sich dieses Moment beziehet, der Mittelpunkt, die Axe, die Ebene des Moments.

§. 94. Zus. 1. (Fig. 10.) Für die schweren Punkte A, B, und ihren Schwerpunkt G, wären CA, CB, CG, die Momente für den Punkt C, und dieser Punkt C wäre der Mittelpunkt der Momente. Gedächte man sich, als würde die Linie CB von den schweren Punkten A, B, G, um C, als um einen Ruhepunkt, gedrehet: so gäbe dies den einarmigen Hebel CAB.

Wird CB von CD unter einem beliebigen Winkel geschnitten, und man ziehet AE, BF, GH, parallel, auch unter einem beliebigen Winkel: so kann man sich vorstellen, als wären die Kräfte A, B, G, mit der unverrückten Linie CD, durch unbiegsame, nicht schwere Linien AE, BF, GH, verbunden, und strebten sich um CD zu drehen; da dann CA : CG : CB = AE : GH : BF (Geom. §. 247.) und es wären also die Momente der Kräfte für die Axe CD noch die nämlichen, wie für den Mittelpunkt C.

Wären A, G, B, nicht in einer Ebene: so bleiben noch eben die Schlüsse, wenn man sich durch CD eine Ebene der Momente gedenkt, nach welcher AE, BF, GH parallel gezogen sind; und es bleiben also die Momente für solche Ebene noch dieselben, wie für den Punkt C.

§. 95. Zus. 2. (Fig. 10.) Fällt der Mittelpunkt C, die Axe CD, die Ebene durch CD, in und durch den Schwerpunkt G: so ist GH oder CG = 0. Folglich sind die Momente von A und B zu beyden Seiten

des

des Mittelpunkts, oder der Axe, oder der Ebene, einander gleich. Alsdann heißt für die schweren Punkte A, B, die Axe oder die Ebene der Momente, ein **Durchmesser**, oder eine **Ebene der Schwere**.

§. 96. Zus. 3. Jede schwere Ebene wird vom Durchmesser der Schwere, und jeder schwere Körper von der Ebene der Schwere, in zwey Stücke getheilt, die sich das Gleichgewicht halten.

§. 97. Zus. 4. Wenn zwey Durchmesser der Schwere, oder drey Ebenen der Schwere einander schneiden: so giebt ihr Durchschnitt den Schwerpunkt der Ebene im ersten, und des Körpers im zweyten Falle.

§. 98. Zus. 5. In jeder Masse, die durch ihren Raum gleichförmig vertheilt ist, haben gleich grosse Theile auch gleiches Gewicht. Daher ist jede Ebene, die einen gleichförmig dichten Körper halbirt, eine Ebene der Schwere, und eine Linie, die eine Ebene halbirt, ein Durchmesser der Schwere; folglich der Mittelpunkt der Grösse, auch der Mittelpunkt der Schwere.

Demnach ist der Schwerpunkt einer Linie ihre Mitte; eines Kreises und regulären Polygons, so wie beyder Umringe, der Mittelpunkt; eines Parallelogramms und dessen Umrings, der Durchschnitt zweyer Diagonalen, oder zweyer geraden Linien durch die Mitte der gegenüber liegenden Seiten; einer Kugel ihr Mittelpunkt; eines Cylinders, und eines Prisma mit regulären Grundflächen, die Mitte der durch den Mittelpunkt der Grundflächen gelegten geraden Linie.

§. 99. Anm. Auch in einigen andern Fällen, die nicht zu den §. 98. genannten gehören, läßt sich durch gemeine Geometrie der Schwerpunkt finden, wovon hier einige Aufgaben folgen.

§. 100. Aufg. (Fig. 11. 12.) Den Schwerpunkt der Fläche einer jeden geradlinichten Figur zu finden.

Aufl. I. (Fig. 11.) Für den △ ABC. Man halbire eine beliebige Seite BC in D, ziehe AD, und nehme AG = ⅔ AD: so ist G des Triangels Schwerpunkt.

Bew. Man halbire zwey Seiten BC, AC, und ziehe AD, BE, die auch den Triangel halbiren (Geom. §. 122.) folglich Durchmesser der Schwere sind §. 98. daher ihr Durchschnitt G der Schwerpunkt des Triangels ist. §. 97. Zieht man nun DE, die folglich mit AB parallel ist, und daher BAG = GDE macht: so ist CD : CB = DE : AB = DG : GA. Nun ist CD = ½ CB. Folglich ist auch DG = ½ GA, folglich AG = ⅔ AD.

II. (Fig. 12.) Für das Polygon ABCDE. Man theile die Figur in Triangel ABE, BCE, ECD, deren Gewichte P, Q, R, ihren Flächen proportionirt sind, und suche deren Schwerpunkte p, q, r, nach I. Nun vereinige man p, q, r, in g, entweder nach §. 85; oder mittelst der Momente §. 94. auf folgende Art:

In der Ebene des gegebenen Polygons lege man zwey Axen der Momente MO, ON, etwa die erste vertical, die zweyte horizontal; und ziehe auf dieselben von p, q, r, die Perpendikel ap, bq, cr; ep, fq, gr. Wäre nun g der gesuchte Schwerpunkt der Figur, und dg, hg, auch senkrecht: so hätte man aus §. 94.

dg

$dg = \frac{P.ap + Q.pq + R.cr}{P + Q + R}$ und $hg = \frac{P.ep + Q.fq + R.gr}{P + Q + R}$. Nimmt man also auf OM die Od = hg, und auf ON die Oh = dg, und ziehet durch d und h die dg, hg, mit ON, OM, parallel: so laufen diese in den gesuchten Punkt zusammen.

III. (Fig. 13.) Für das Trapez BCED mit zwey parallelen Seiten DE, BC. Man halbire diese Seiten in F, H; ziehe die Linien FB, HE; mache FK = $\frac{1}{3}$ FB, und HL = $\frac{1}{3}$ HE; ziehe endlich die Linien KL, FH: so giebt deren Durchschnitt G den Schwerpunkt des Trapezes.

Denn eine Linie BE theilt das Trapez in zwey Triangel BDE, EBC, deren Schwerpunkte nach dem ersten Falle K, L, sind. Demnach ist der Schwerpunkt dieser beyden Triangel, also auch des ganzen Trapezes, in der Linie KL. Dieser aber ist auch in der Linie FH, welche das Trapez halbirt, folglich in dem Durchschnitte G.

Will man allgemein die Weite HG bestimmen: so ziehe man KM, LN, mit DE oder BC parallel. Demnach ist FK : FB = FM : FH = KM : BH, folglich FM = $\frac{1}{3}$ FH, und KM = $\frac{1}{3}$ BH = $\frac{1}{6}$ BC. Eben so zeigt man, daß HN = $\frac{1}{3}$ FH, und LN = $\frac{1}{3}$ EF = $\frac{1}{6}$ DE. Folglich ist auch MN = $\frac{1}{3}$ FH. Nun ist, wegen Aehnlichkeit der Triangel, KM : GM = LN : GN, also auch KM + LN : GM + GN = LN : GN, d. i. $\frac{1}{6}$ BC + $\frac{1}{6}$ DE : $\frac{1}{3}$ FH = $\frac{1}{6}$ DE : GN. Folglich ist GN = $\frac{\frac{1}{3}FH \cdot DE}{BC + DE}$, folglich HG = $\frac{1}{3}$ FH + GN =

$$\frac{\frac{1}{3}\,FH\,(BC + 2\,DE)}{BC + DE}.$$

§. 101. Zuſ. 1. Um den Schwerpunkt der Oberfläche eines jeden eckigen Körpers zu finden, ſuche man aus §. 100. die Schwerpunkte der ihn einſchlieſſenden Figuren, und vereinige dieſelben nach §. 94.

§. 102. Zuſ. 2. Um den Schwerpunkt des Inhalts eines jeden Priſma zu finden, ſuche man aus §. 100. die Schwerpunkte der Grundflächen, und halbire die ſolche Schwerpunkte verbindende Linie.

§. 103. Aufg. Den Schwerpunkt des Umrings einer jeden geradlinichten Figur zu finden.

Aufl. I. (Fig. 13.) Für den △ ABC. Durch die Mitte zweyer beliebigen Seiten AB, AC, ziehe man die gerade Linie DE, und nehme darin den Punkt F ſo, daß $AB + AC : AC = DE : DF$; ſo iſt F der Schwerpunkt der beyden Seiten §. 73. Von F ziehe man FH nach der Mitte der dritten Seite, und nehme darin G ſo, daß $AB + AC + BC : BC = FH : FG$; ſo iſt G der Schwerpunkt von allen drey Seiten. §. 73.

II. Für jedes Polygon. Für drey Seiten deſſelben ſuche man den Schwerpunkt nach dem erſten Falle; alsdann für dieſe und die vierte Seite, für vier und die fünfte u. ſ. w.

§. 104. Anm. Da der Schwerpunkt des Umrings auſſerhalb deſſelben fällt: ſo muß man ſich hier und in ähnlichen Fällen vorſtellen, als ſey der Schwerpunkt mittelſt unbiegſamer Linien ohne Schwere, mit dem Umringe verbunden.

§. 105.

§. 105. Aufg. (Fig. 14. 15.) Den Schwerpunkt einer jeden Pyramide zu finden.

Aufl. Man suche der Grundfläche Schwerpunkt F §. 100, ziehe AF, und nehme AG = $\frac{3}{4}$ AF: so ist G der Pyramide Schwerpunkt.

Bew. I. (Fig. 14.) Für die dreyeckige Pyramide ABCD. Die Ebenen ABF, ADF, verlängert, halbiren die Pyramide (Geom. §. 493.) und sind also Ebenen der Schwere, daher ist ihr Durchschnitt AF ein Durchmesser der Schwere. Nun sey ACD die Grundfläche, und H ihr Schwerpunkt: so ist aus den Gründen BH ein Durchmesser der Schwere. Nun liegen A, B, F, H, in der Ebene ABE, und daher auch BH, HF. Folglich müssen sich letztere in G schneiden. Demnach ist G der Schwerpunkt der Pyramide.

Ziehet man nun FH: so ist sie der BA parallel, und daher auch BAF = AFH. Demnach ist FG : GA = FH : BA = EF : EB = 1 : 3, d. i. FG = $\frac{1}{3}$ GA, folglich AG = $\frac{3}{4}$ AF.

II. (Fig. 15.) Für die vieleckige Pyramide ABCDEH.

Theilt man die Pyramide in dreyeckige, deren eine ABCH: so ist deren Schwerpunkt K in der AL, daß AK = $\frac{3}{4}$ AL. Legt man nun durch K eine Ebene bcdeh der Grundfläche parallel: so schneidet sie alle Linien von der Spitze nach der Grundfläche proportionirt (Geom. §. 480.) und enthält also die Schwerpunkte aller übrigen dreyeckigen Pyramiden, folglich auch den Schwerpunkt der ganzen Pyramide.

Denkt man sich nun die ganze Pyramide in lauter Durchschnitte, wie bcdeh getheilt: so sind deren Schwerpunkte, folglich auch der Schwerpunkt der ganzen Pyramide in der Linie AF. Nun war derselbe auch in der Ebene bcdeh. Folglich ist er in dem Durchschnitte G dieser Ebene mit jener Linie; da dann AK : AL = AG : AF = 3 : 4.

§. 106. Zus. Der Schwerpunkt eines Kegels, den man als eine Pyramide mit einer unzähligseitigen Grundfläche, deren Mittelpunkt F, betrachten kann, ist also auch G, daß AG = $\frac{3}{4}$ AF.

§. 107. Aufg. (Fig. 15.) Den Schwerpunkt einer abgekürzten Pyramide (oder eines abgekürzten Kegels) zu finden.

Aufl. Aus der abgekürzten Pyramide findet man AF, und das obere abgeschnittene Stück. (Geom. §. 609.) Nun setze man die Gewichte des obern Stücks, des untern, und der ganzen Pyramide, die sich wie diese Körper selbst verhalten, P, Q, R, und ihre Schwerpunkte M, N, G, die offenbar sämmtlich in der Linie AF sind. Demnach ist P . AM + Q . AN = R . AG, oder Q . AN = R . AG — P . AM, folglich AN = $\frac{R \cdot AG - P \cdot AM}{Q}$; wo AG = $\frac{3}{4}$ AF, AM = $\frac{3}{4}$ AG, wie auch P, Q, R, gegeben sind.

§. 108. Zus. Nach der §. 107. gebrauchten Methode kann man allemahl aus den Schwerpunkten zweyer Dinge, den Schwerpunkt ihrer Summe oder Differenz finden.

§. 109.

§. 109. Die bisher angeführten Fälle sind die vorzüglichsten, wo sich der Schwerpunkt ohne viele Umstände durch gemeine Geometrie finden läßt. Da aber diese für die meisten und wichtigsten Fälle nicht zureicht: so muß man die Analysis zu Hülfe nehmen, welche weit allgemeinere und bequemere Methoden gewährt (vergl. H. H. Kästners Anfangsgr. der Analysis des Unendlichen, Seite 602 bis 612.) von deren Resultaten einige hier historisch angezeigt werden sollen:

I. (Fig. 17.) Es sey eines Kreises Halbmesser $CB = r$, CO auf der Sehne BG senkrecht, und der Winkel $BCO = \eta$: so ist des Segments BOG Schwerpunkt F offenbar in CO, und man findet $CF = \frac{\frac{2}{3} r \cdot \sin \eta^3}{\eta - \frac{1}{4} \sin 2\eta}$.

Für den Halbkreis also, wo $\eta = \frac{1}{2}\pi$, wird $CF = \frac{\frac{2}{3} r}{\frac{1}{2}\pi} = \frac{4r}{3} \cdot \frac{1}{\pi} = r \cdot \frac{4}{3}\, 0{,}318309886$ (Geom. §. 347.) $= r \cdot 0{,}424413181$.

II. (Fig. 17.) Für des Bogens BOG Schwerpunkt F, findet man $CF = \frac{r \cdot \sin \eta}{\eta}$.

III. (Fig. 16.) Für den Schwerpunkt T eines Kugelstücks, das aus Umdrehung des Kreisstücks um die Axe $AP = f$ entstehet, findet man $AT = \frac{8rf - 3f^2}{4(3r - f)}$.

Für die Halbkugel also, wo $f = AC = r$, wird $AT = \frac{5}{8} r$.

IV. (Fig. 16.) Für den Schwerpunkt T der Kugelfläche, die der Bogen AM beschreibt, findet man $AT = \frac{1}{2} f$.

Für die halbe Kugelfläche also, wo $f = r$, wird $AT = \frac{1}{2} r$.

§. 110. Zus. 1. (Fig. 17.) Man setze das Segment $BOG = S$, dessen Schwerpunkt F aus §. 109. I. gefunden wird; den Triangel $CBG = T$, dessen Schwerpunkt D aus §. 190. I. bekannt ist; und den Sector $GOBCG = V$, dessen Schwerpunkt H gesucht wird: so ist nach §. 108. $\frac{2}{3} CA \cdot T + CF \cdot S = CH \cdot V$, folglich $CH = \frac{\frac{2}{3} CA \cdot T + CF \cdot S}{V}$.

Setzt man $CA = e$, $BA = h$: so ist $\frac{2}{3} CA \cdot T = \frac{2}{3} e^2 h$. Nun ist $r \cdot \sin \eta = h$, also $\frac{2}{3} r^3 \sin \eta^3 = \frac{2}{3} h^3$, und $S = r^2 (\eta - \frac{1}{2} \sin 2\eta)$ Trigon. §. 83. demnach $CF \cdot S = \frac{2}{3} h^3$. Folglich ist $\frac{2}{3} CA \cdot T + CF \cdot S = \frac{2}{3} h (h^2 + e^2) = \frac{2}{3} h r^2$. Nun ist $V = r^2 \eta$. Folglich ist $CH = \frac{2 h r^2}{3 r^2 \eta} = \frac{2 h}{3 \eta} = \frac{2 r \cdot \sin \eta}{3 \eta}$ folglich $CH : \frac{2}{3} r = \sin \eta : \eta = 2 r \cdot \sin \eta : 2 r \eta = 2 h :$ BOG, d. i. der Bogen BOG zu seiner Sehne BG, wie $\frac{2}{3} r : CH$.

Vergleicht man dies mit §. 109. II. so ist daselbst $CF = \frac{r \cdot \sin \eta}{\eta} = \frac{3}{2} CH$.

§. 111. Zus. 2. Ist der Winkel $BCO = \eta$ so klein, daß $\sin \eta = \eta$, also $\frac{\sin \eta}{\eta} = 1$ wird; so erhält

hält man in §. 110. $CF = \frac{\frac{2}{3} r \cdot \sin \eta}{\eta} = \frac{2}{3} r$, wie auch nach §. 100. I. seyn muß, wenn man diesen unendlich schmalen Sector als einen geradlinichten Triangel betrachtet. Denkt man sich nun den ganzen Kreis in lauter solche schmale Sectoren getheilt: so ist für jeden $CF = \frac{2}{3} r$, wodurch man für das Gewicht des ganzen Kreises einen Kreis erhält, dessen Halbmesser $\frac{2}{3}$ des erstern ist. Hievon läßt sich bey Cylindern, die sich um ihre verticale Axe drehen, z. E. bey Mühlsteinen, Gebrauch machen.

§. 112. Zus. 3. (Fig. 18.) Den Schwerpunkt der Figur DEBG zwischen den Bogen DE, BG, findet man nach §. 108. aus den Schwerpunkten der beyden Sectoren BCG, DCE.

Auf ähnliche Art findet man auch mittelst §. 111. den Schwerpunkt des Ringes zwischen zwey concentrischen Kreisen.

§. 113. Anm. Die Lehre vom Schwerpunkte ist von unentbehrlichem Gebrauche in allen Theilen der Mechanik; auch sind darauf mancherley Erscheinungen in der Natur und Kunst gegründet, als: der feste Stand der Gebäude, der mathematischen Instrumente, der Menschen und Thiere; das Balanciren der Gaukler, das scheinbare Aufsteigen des Cylinders oder des doppelten Kegels; das Spiel mit dem Purzelmännchen, oder der so genannten Chinesischen Puppe u. s. w. Das allgemeine Gesetz der Unterstützung ist §. 90. befindlich. Insbesondere sind dabey folgende Fälle zu unterscheiden:

1.) Soll der Körper nur in einem Punkte unterstützt werden: so muß dieser Punkt in der Directionslinie liegen.

2) liegt der Unterstützungspunkt alsdann niedriger, als der Schwerpunkt: so bringt die geringste Abweichung von der Verticallinie den Körper zum Falle. Z. E. ein Kegel steht auf seiner Spitze höchst unsicher. Eine Kugel liegt zwar auf einer wagrechten Ebene in jeder Lage ruhig, weil die Directionslinie allemahl die Stelle trift, wo sie die Ebene berühret; aber bey der geringsten Abweichung der Ebene von der wagrechten Lage, ist die Stelle, wohin die Directionslinie trift, nicht unterstützt, und die Kugel rollt herab.

b) liegt der unterſtützte Punkt höher, als der Schwerpunkt (wenn man z. E. einen Kegel aushöhlt) ſo iſt der Körper deſto ſicherer vor dem Falle, je tiefer der Schwerpunkt liegt, und je gröſſer das Gewicht des Körpers iſt.

2.) Soll der Körper in einer geraden Linie unterſtützt werden: ſo muß dieſe Linie in der Verticalebene durch den Schwerpunkt liegen. Liegt alsdann der Schwerpunkt höher, als die Unterſtützungslinie, welches die Seitenlinie eines dreyeckigten Prisma ſeyn kann: ſo muß der Körper bey der geringſten Abweichung von der Verticalebene umfallen.

3.) Iſt der Körper in ſeiner Grundfläche unterſtützt: ſo muß die Directionslinie innerhalb des Grundes fallen, wenn er feſt ſtehen ſoll. Bey gleichen Grundflächen ſteht alsdann der Körper bey kleinerer Höhe ſicherer, als bey gröſſerer.

4. Von dem materiellen Hebel und der Wage.

§. 114. Aufg. (Fig. 19.) An einem materiellen oder phyſiſchen Hebel AB, deſſen Gewicht G, und Schwerpunkt D iſt, ſoll für den Ort der Unterſtützung C, und zwey Gewichte P, Q, an A, B, ein Gleichgewicht ſeyn; man ſucht von dieſen drey Dingen eines, wenn die beyden andern gegeben ſind.

Aufl. Denkt man ſich das Gewicht des Hebels G in D vereinigt: ſo hat man den immateriellen Hebel ACB mit drey Gewichten P, G, Q, und es iſt $CB \cdot Q = CA \cdot P + CD \cdot G$ §. 82. Folglich iſt $Q = \frac{CA \cdot P + CD \cdot G}{CB}$, und $P = \frac{CB \cdot Q - CD \cdot G}{CA}$.

Um nun auch C zu finden, da man auſſer den Gewichten blos AB, und AD oder BD kennt: ſo ſetze man

in

in obiger Gleichung $CB = AB - AC$, und $CD = AC - AD$, welches $AB \cdot Q - AC \cdot Q = AC \cdot P + AC \cdot G - AD \cdot G$ giebt. Folglich ist $AB \cdot Q + AD \cdot G = (P + G + Q)\,AC$, folglich $\frac{AB \cdot Q + AD \cdot G}{P + G + Q} = AC$.

Oder setzt man $CA = AB - CB$, und $CD = BD - CB$: so giebt dies $CB \cdot Q = AB \cdot P - CB \cdot P + BD \cdot G - CB \cdot G$. Folglich ist $CB\,(P + Q + G) = AB \cdot P + BD \cdot G$, folglich $BC = \frac{AB \cdot P + BD \cdot G}{P + Q + G}$; daß sich also der vorige Werth von AC, in diesen Werth von BC verwandelt, wenn man nur die Gewichte P, Q, und die Punkte A, B, verwechselt; welches man mit einiger Aufmerksamkeit, ohne neue Rechnung, hätte voraussehen können.

Ist $G = o$: so wird $BC = \frac{AB \cdot P}{P + Q}$, und $AC = \frac{AB \cdot Q}{P + Q}$, wie §. 73.

§. 115. Anm. 1. Hielte ein Gewicht g in B mit G in D das Gleichgewicht: so wäre $BC : CD = G : g$, folglich $g = \frac{CD \cdot G}{BC}$. Hängt man also an B ein Gewicht $\frac{CD \cdot G}{BC}$: so kann man ACB als einen inmateriellen Hebel ansehen, woran die Gewichte P, Q, wirken.

Oder hängt man $S = P + G$ im Schwerpunkte beyder Gewichte E auf: so hat man den inmateriellen Hebel ECB mit den beyden Gewichten S, Q.

Oder wäre die Unterstützung in D: so hielten die gleichschweren Hebelarme AD, DB, einander selbst das Gleichgewicht, und ADB wäre ein inmaterieller Hebel mit den beyden Gleichgewichten P, Q.

Eben

Eben dieser Fall findet bey der Rolle §. 57. statt, auf deren Schwere also nicht zu achten ist, wenn man die daran wirkenden Kräfte vergleichen will.

§. 116. Anm. 2. Beym materiellen Hebel kommen noch einige besondere Stücke in Betracht, an die man beym immateriellen Hebel nicht zu denken brauchte. Dahin gehört vorzüglich:

1.) Der Bewegungspunkt C; den man sich hier in der Axe, dem Polzen, oder Zapfen, um den sich der Hebel AB drehet, denken muß, wovon im Folgenden das Nähere.

2.) Das Gewicht des materiellen Hebels vermehrt das Moment derjenigen Kraft, nach deren Seite der Schwerpunkt fällt. Z. E. Zu CA. P kömmt noch CD. G. Wäre der Hebel einarmig, in A unterstützt, daß Q an B aufwärts zöge, und man wollte durch Verlängerung des Hebels das Moment von Q vergrössern: so würde G grösser, und D rückte weiter nach B, wodurch offenbar auch AD. G vergrössert würde, welches vielleicht mehr betragen könnte, als man durch Vergrösserung von AB. Q gewonnen hätte; daß es also eine bestimmte Länge dieses Hebels giebt, die man für den möglichgrößten Vortheil der Kraft Q erreichen muß, aber nicht überschreiten darf.

3.) Die Materie des Hebels kann von Holz, Eisen u. s. w. seyn, muß aber eine Stärke haben, welche der Festigkeit solcher Materie, der Länge der Arme, und der Grösse der daran wirkenden Kräfte proportionirt ist. Denn ob man gleich durch Substitution jeder andern Kräfte, die sich wie die vorigen verhalten, das Umdrehen des Hebels hindern kann: so ist dieses doch für den Druck der Unterstützung, und für die Unbiegsamkeit der Arme gar nicht gleichgültig.

§. 117. Anm. 3. Der Gebrauch und die Anwendung des Hebels ist gar mannichfaltig. Folgende Beyspiele mögen hinreichend seyn, unsere Aufmerksamkeit auf diese Sache zu lenken:

1.) Die Verhältniß, in welcher zwey Personen, die eine Last auf einer Stange tragen, oder in welcher Säulen und Wände in einem Gebäude beschwert sind, wenn die Last einer Stütze näher, als der andern ist, läßt sich aus den Gesetzen des Hebels leicht finden. Denn wäre AB ein Balken, in zwey Punkten A, B, unterstützt, und nicht nur mit seinem eigenen Gewichte, sondern auch mit einer Last in C, oder auch mit mehrern in andern Punkten, beschwert; und man wollte den Druck, den jede Unterlage leidet, wissen, so verfahre man also: Man suche den gemeinschaftlichen Schwerpunkt aller

aller Gewichte, in welchem nun ihre Summe S vereinigt. Gesetzt, dieser Punkt wäre E: so hätte man eine unbiegsame Linie AB ohne Schwere, die in A und B unterstützt, und in E mit einem Gewichte S beschwert wäre. Nun sey anstatt der Unterlage in A eine Kraft P mit S im Gleichgewichte: so ist $P \cdot AB = S \cdot BE$, folglich $P = \frac{S \cdot BE}{AB}$; welches den Druck der Unterlage A bestimmt. Eben so sey anstatt der Unterlage in B eine Kraft Q mit S im Gleichgewichte; so ist $Q \cdot AB = S \cdot AE$, folglich $Q = \frac{S \cdot AE}{AB}$, der Druck der Unterlage B. Demnach ist $P : Q = \frac{S \cdot BE}{AB} : \frac{S \cdot AE}{AB}$ $= BE : AE$. (Ar. §. 157.) d. i. die Stützen tragen in der Verhältniß $BE : AE$, oder umgekehrt, wie ihre Entfernungen von dem Punkte E.

2.) Wird ein schwerer Körper, z. E. eine Zugbrücke, um seine Endpunkte gedrehet; so stellt eine Linie durch seinen Schwerpunkt einen einarmigen Hebel vor, woran die Last abwärts, die Kraft aufwärts wirkt, da denn das Aufheben immer leichter fällt, je gröſſer der Winkel wird, weil die Directionslinie der im Schwerpunkte vereinigten Last dem Bewegungspunkte dadurch immer näher kömmt.

3.) In der einfachsten Gestalt kömmt der Hebel unter dem Namen des Hebebaums oder Geißfußes, oder der Brechstange vor, an deſſen einem Ende die Kraft wirkt, indem deſſen anderes Ende sich auf dem Fußboden stützt, und die Last nicht weit davon aufliegt.

4.) Die Heblade ist ein Hebel, der auf abwechselnden über einander befindlichen Unterlagen ruhet, indem er mit der daran befindlichen Last stufenweise von einer zur andern gebracht wird, um die Last zu einer mehr beträchtlichen Höhe zu heben; oder auch deſſen kurzer Arm mit Bügeln versehen ist, die in eine gezähnte eiserne Stange einfallen, und solche jedesmal um einen Zahn höher bringen. Man hat hievon besondere Einrichtungen, um Bäume umzustürzen, und Wurzelstöcke aus der Erde zu reiſſen.

5.) Zu den vielen anderweitigen Anwendungen des Hebels und seiner Gesetze, als bey den Rudern, Meſſern, Scheeren, Zangen u. s. w. gehört noch vorzüglich die so allgemein genutzte Wage §. 35, deren nähere Untersuchung nun noch beyzufügen ist.

§. 118.

§. 118. Erkl. Eine Wage ist ein materieller Hebel, womit man das Gewicht einer jeden Masse, mittelst eines bekannten Gegengewichts finden kann. Die gemeine oder gleicharmige Wage, bilanx, libra, ist ein gleicharmiger Hebel, woran also das Gegengewicht dem Gewichte der Masse allemahl gleich seyn muß. Die Schnellwage, oder ungleicharmige Wage, statera, ist ein ungleicharmiger Hebel, woran also einerley Gegengewicht in verschiednen Entfernungen von der Unterstützung verschiednen Lasten das Gleichgewicht halten kann; und zwar läßt sich in der Römischen Wage das Gegengewicht, an der Schwedischen aber die Unterstützung verschieben.

§. 119. Aufg. (Fig. 22.) Die allgemeine Einrichtung der Wage, insbesondere der gleicharmigen, anzugeben.

Auflös. I. In der Mitte des Wagebalkens, oder des physischen Hebels, ist 1) die Zunge KL senkrecht auf der geraden Linie AB, die durch des Balkens Schwerpunkt G, und die Anhängepunkte A, B, der gleichschweren Wagschalen gehet. 2.) ein cylindrischer unten geschärfter Zapfen C, senkrecht auf dem verticalen Durchschnitt durch G, welcher sich in den beyden Pfannen der Scheere oder Zange, woran der Wagebalken hängt, frey drehen kann.

II. Die Unterstützung C in der verticalen Linie durch den Schwerpunkt G, ist in der Zeichnung etwas über demselben, daß dieser also nebst dem horizontalen Balken in Ruhe bleibt, so lange die Gewichte völlig gleich sind. Ist aber das Gewicht an der einen Seite B etwas gröſſer: so rückt der Schwerpunkt nach D,

und der Balken kömmt nicht eher in Ruhe, als bis CD vertical wird, folglich den Winkel DCG durchgegangen ist.

III. Dieser Winkel DCG bestimmt den Ausschlag der Wage, und ist bey einerley Gewichte an B; d. i. bey gleicher Größe der GD, desto kleiner je höher C über G, und desto grösser, d. i. die Wage desto schneller oder empfindlicher, je näher C der G ist, bis C in oder gar unter G kömmt; da dann die Wage zur Beschwerde empfindlich ist, und ganz überschlägt.

IV. Die Länge der Arme vermehrt die Empfindlichkeit der Wage, da sie dem Ueberschusse des einen Gewichts ein grösseres Moment giebt. Die Zunge, die beym Ausschlage aus der vertikalen Scheere austritt, dient, solchen Ausschlag merklich zu machen und zwar desto mehr, je länger sie ist.

§. 120. Zus. 1. Hieraus ergiebt sich der Unterschied zwischen den feinen Wagen, als Goldwage, Probierwage, hydrostatische Wage, bey denen das kleinste Gewicht einen Ausschlag geben muß; und den groben Wagen, dergleichen die Kramerwage ist, bey denen es nicht aufs Genaue ankömmt. Bey jenen sind Arm und Zunge fein und lang, und C nahe über G; bey diesen sind Arm und Zunge stärker und kürzer, und C weiter über G.

§. 121. Zus. 2. Sind die Arme AG, GB, nicht genau von gleicher Länge, wie sie doch seyn sollten: so heißt dies eine falsche Wage. Denn hält das Gewicht P an A mit der Masse Q an B das Gleichgewicht: so ist $P:Q = GB:AG$. Ist nun $GB > AG$, so ist auch $P > Q$, d. i. die Masse Q wiegt nicht so schwer, als ihr Gegengewicht P anzeigt.

§. 122.

§. 122. Zuſ. 3. Will man auf der falſchen Wage dennoch das wahre Gewicht der Maſſe Q finden: ſo lege man ſie in die andere Wagſchale, und bringe ſie auch mit dem Gewichte p an B ins Gleichgewicht; da dann zuvor P:Q = GB:AB, jetzt Q:p = GB:AG; folglich P:Q = Q:p, folglich Q = $\sqrt{Pp}$.

Auch iſt eine unmittelbare Methode hiezu dieſe: Nachdem man zu der Maſſe Q das Gegengewicht P gefunden, lege man Gewichte in die Stelle von Q, bis ſie dem P auch das Gleichgewicht halten. Geſetzt dieſe Gewichte betrügen p: ſo iſt offenbar Q = p.

Kennte man die Verhältniß der Wagearme: ſo ließe ſich daraus und dem falſchen Gewichte der Maſſe Q ihr wahres Gewicht berechnen; ſo wie man auch umgekehrt aus dem wahren und falſchen Gewichte der Maſſe Q die Verhältniß der Wagearme finden könnte.

§. 123. Anm. Der Gebrauch der Wage zur Erforſchung des ſpecifiſchen Gewichts der Körper iſt §. 42. ſchon vorläufig angezeigt worden. Eine bequemere Methode für die Metalle iſt folgende: Man bringe ſie durch das Drathziehen in Cylinder von gleicher Dicke, deren Volumen ſich alſo wie ihre Länge verhält, und mache ſie mittelſt der Wage von gleichem Gewichte; da denn aus §. 39. G:g = v:V, d. i. G:g umgekehrt wie die Längen.

§. 124. Aufg. (Fig. 20.) Die Römiſche Wage §. 118. gehörig abzutheilen.

Aufl. Sind die Gewichte K, L, M, N, etc. am kurzen Arme CA, nebſt dem unveränderlichen Gegengewichte P, welches in der Entfernung CD mit K das Gleichgewicht hält, gegeben: ſo findet man die

Abthei-

Abtheilungen am langen Arme: $DE = (L-K)\frac{CA}{P}$; $EF = (M-L)\frac{CA}{P}$; $FB = (N-M)\frac{CA}{P}$ u. ſ. w.

Beweis. Es ſey R das Gewicht des langen Arms im Schwerpunkte E, S das Gewicht des kurzen Arms im Schwerpunkte G vereinigt, T das Gewicht der Wagſchale. Wären nun nach einander in der Wagſchale die Gewichte K, L, M, N etc. mit dem unveränderlichen Gewichte P in D, E, F, B etc. im Gleichgewichte: ſo hätte man folgende Gleichungen:

$$K \cdot CA + S \cdot CG + T \cdot CA = P \cdot CD + R \cdot CE$$
$$L \cdot CA + S \cdot CG + T \cdot CA = P \cdot CE + R \cdot CE$$
$$M \cdot CA + S \cdot CG + T \cdot CA = P \cdot CF + R \cdot CE$$
$$N \cdot CA + S \cdot CG + T \cdot CA = P \cdot CB + R \cdot CE$$

u. ſ. w.

Subtrahirt man nun die erſte dieſer Gleichungen von der 2ten, die 2te von der 3ten, die 3te von der 4ten u. ſ. w. ſo erhält man:

$(L-K)\,CA = P \cdot DE$, folglich $\frac{(L-K)\,CA}{P} = DE$

$(M-L)\,CA = P \cdot EF$, folglich $\frac{(M-L)\,CA}{P} = EF$

$(N-M)\,CA = P \cdot FB$, folglich $\frac{(N-M)\,CA}{P} = FB$

u. ſ. w.

§. 125. Zuſ. 1. Wären nun die Gewichte K, L, M, N etc. in arithmetiſcher Progreſſion (daß $L-K = M-L = N-M$ etc.) ſo müßten auch die Theile, DE, EF, FB etc. gleich ſeyn. Macht man dieſe nun auch

dem kurzen Arme CA gleich: so erhält man $\frac{L-K}{P} = 1$, folglich $L-K=P$, d. i. das Gegengewicht P muß der Differenz der Glieder der Progression gleich seyn.

§. 126. Zus. 2. Setzt man die Wage für sich ins Gleichgewicht (welches für die Praxis am bequemsten ist) indem man ein Gewicht T in die Wagschale legt, welches dem Uebergewichte des langen Arms das Gleichgewicht hält: so ist $S \cdot CG + T \cdot CA = R \cdot CE$, folglich $K \cdot CA = P \cdot CD$. Macht man nun $CD = CA$: so ist $K = P$, folglich, (weil $L-K=P$ war) $L = 2K = 2P$ u. s. w.

Sind demnach die Theile am langen Arme, dem kurzen Arme gleich gemacht: so hält das Gegengewicht P in D, E, F, B etc. den Gewichten P, 2 P, 3 P, 4 P etc. am kurzen Arme das Gleichgewicht.

§. 127. Zus. 3. Man kann die gleichen Theile DE, EF, EB etc. noch weiter für die Gewichte eintheilen, die zwischen P, 2 P, 3 P etc. fallen.

Es sey z. E. ein Zwischengewicht $P + \frac{m}{n} P$, daß $\frac{m}{n}$ ein ächter Bruch: so wird aus obiger Gleichung $DE = \frac{(L-K)\ CA}{P}$, nunmehr $x = \frac{m}{n} \cdot \frac{P \cdot CA}{P} = \frac{m}{n} \cdot CA = \frac{m}{n} \cdot DE$. d. i. die kleinern Theile des Gewichts P verhalten sich wie die kleinern Theile der Abtheilung DE. Eben dies gilt auch für die folgenden Abtheilungen, EF, FB etc.

§. 128.

§. 128. Anm. Eine solche Wage hat nicht nur den Vortheil, daß man nur eines einzigen Gegengewichts bedarf; sondern auch, daß sie die Unterlage weniger beschwert, als die gleicharmige Wage. Indeß ist ihr langer Arm der Gefahr der Beugung mehr unterworfen.

§. 129. Aufg. (Fig. 21.) Die Schwedische Wage §. 118. gehörig abzutheilen.

Aufl. Hier ist in A eine schwere Masse, in B die Wagschale, in C der Schwerpunkt der ganzen Wage, deren Gewicht P, und D der schiebbare Ring. Ist nun Q das Gewicht der Waare: so ist $Q \cdot BD = P \cdot CD = P \cdot (BC - BD)$, folglich $(Q + P)\,BD = P \cdot BC$, folglich $BD = \frac{P \cdot BC}{Q+P}$. Kennt man daher BC und P: so läßt sich hienach der Wagebalken für die verschiedenen Gewichte Q leicht eintheilen.

5. Vom Winkelhebel.

§. 130. Erkl. (Fig. 23.) Ein immaterieller gebrochener oder Winkel-Hebel heißt der Winkel ACB, von unveränderlicher Grösse, und mit unbiegsamen Schenkeln ohne Schwere, der sich um seinen unverrückten Scheitel C, von zwey Kräften P, Q, deren Richtungen in seiner Ebene sind, nach entgegengesetzten Seiten drehen läßt.

§. 131. Lehrs. Zwey Kräfte am Winkelhebel §. 130, die sich umgekehrt, wie ihre Entfernungen verhalten, sind im Gleichgewichte.

Bew. I. (Fig. 23.) Die Kräfte P, Q, ziehen senkrecht auf die Arme des Winkelhebels ACB.

Um C beſchreibe man mit CA, CB, Kreiſe, ziehe durch C die wagrechte Linie ab, und laſſe an deren Endpunkten, die den Kräften P, Q, gleiche Gewichte p, q, ziehen.

Die gleichen Kräfte p, P, ſtreben die kleinere Scheibe mit gleicher Gewalt auf ihre Seite zu drehen, ſo wie die gleichen Kräfte q, Q, die gröſſere auf ihre Seite. Sind alſo P, Q, im Gleichgewichte, ſo ſind es auch p, q; da dann p:q = Cb : Ca §. 71. Folglich iſt auch, im Falle des Gleichgewichts, P:Q=Cb : Ca=CB:CA.

II. (Fig. 24.) Die Kräfte P, Q, ziehen an den Armen des Hebels ACB, unter ſchiefen Winkeln.

Von C fälle man auf die Richtungen der Kräfte AP, BQ, die Perpendikel CD, CE; und denke, daß die Kräfte P, Q, in den Punkten D, E, ihrer Richtungen wirkten: ſo wäre nach dem erſten Falle ein Gleichgewicht, wenn P:Q = CE:CD; folglich auch, wenn ſie an den Punkten A, B, wirken; weil es einerley iſt, in welchen Punkten der nämlichen Richtungen die nämlichen Kräfte angebracht ſind. §. 46.

§. 132. Zuſ. 1. (Fig. 24.) Ziehet man durch C die wagrechte Linie FG, an deren Endpunkten die nämlichen Kräfte in den nämlichen Richtungen ziehen: ſo gelten noch obige Schlüſſe. Demnach iſt das Geſetz des Hebels §. 71. allgemein, unter welchen Richtungen auch die Kräfte auf die Arme des Hebels wirken mögen.

§. 133. Zuſ. 2. (Fig. 24.) Im Falle des Gleichgewichts können zwar die Kräfte P, Q, den Hebel ACB, oder

oder DCE, oder FCG, und überhaupt die Ebene des Winkelhebels, auf keine Seite drehen; aber sie drükken doch offenbar beyde gemeinschaftlich den Punkt C, um den sie die Ebene zu drehen streben, mit einer gewissen Gewalt, in einer gewissen Richtung. Man nenne diese die mittlere Kraft, und die mittlere Richtung; die Kräfte selbst aber, und deren Richtungen, die äusseren Kräfte, und die äusseren Richtungen.

§. 134. Zus. 3. Beym geradlinichten Hebel, an dem die Gewichte parallel zogen, war die mittlere Richtung den äussern parallel, und die mittlere Kraft der Summe der äussern gleich. Machen aber die Richtungen der Kräfte einen Winkel, welcher der Richtungswinkel heißt: so ist nun die Frage, welches ihre mittlere Kraft und Richtung sey. Da die äussern Kräfte durch P, Q, angedeutet werden: so bedeute R die mittlere Kraft.

§. 135. Aufg. (Fig. 25.) Zwey Kräfte P, Q, am Winkelhebel ACB, in beliebigen, nur nicht parallelen Richtungen AP, BQ, halten einander das Gleichgewicht, man soll ihre mittlere Kraft und Richtung finden.

Aufl. Man verlängere der Kräfte Richtungen bis sie in einem Punkte F zusammenlaufen; dieser mag nun oberhalb oder unterhalb C seyn. Wir wählen das letztere, welches, wenn man die Figur umkehrt, auch das erstere in eben den Verbindungen darstellt. Durch C lege man CG, CH, mit AF, BF, parallel, und ziehe des Parallelogramms Diagonale CF: so ist, wenn R die mittlere Kraft bedeutet, $P : Q : R = CG : CH : CF$, in der Bedeutung des §. 47.

Bew. I. Fället man von C auf die Richtungen der Kräfte die Perpendikel CD, CE: ſo iſt P : Q = CE : CD §. 71. Nun iſt △ CEG ∼ △ CDH, wegen der rechten Winkel bey D und E, und wegen der dem Winkel GFH gleichen Winkel bey G und H. (Geom. §. 95.) Folglich iſt CE : CD = CG : CH. (Geom. §. 257.) Nun war P : Q = CE : CD. Folglich iſt P : Q = CG : CH = FH : FG. (Geom. §. 107.)

II. Da der Punkt C von den beyden Kräften gedrückt wird §. 133, und deren Wirkung auf das Umdrehen der Ebene des Winkels um den Punkt C einerley bleibt, in welchen Punkten ihrer Richtung ſie auch angebracht ſeyn mögen §. 46, daß man ſie alſo auch in H und G annehmen kann: ſo wird der Punkt C von P in H offenbar nach einer Richtung gedrückt, welche durch den drückenden und gedrückten Punkt gehet, alſo nach der Richtung CH, d. i. P in H ſtrebt den Punkt C nach CH zu ziehen. Eben ſo drückt Q in G den Punkt C nach der Richtung CG. Hiebey bleibt der Richtungswinkel GCH = HFG noch derſelbe; auch iſt es für den geſammten Druck auf C einerley, wenn man P in G, und Q in H annimmt, daß alſo P : Q = CG : CH völlig in der Bedeutung des §. 47. zu verſtehen iſt.

III. Wären beyde Kräfte in F beyſammen: ſo wird eben ſo bewieſen, daß P ſowohl als Q den Punkt C nach der Richtung CF drücke, d. i. ihn herabzuziehen ſtrebe, welches alſo ihre mittlere Richtung iſt §. 133. die, ſo wie die äuſſern Richtungen in II, dieſelbe bleibt, wenn gleich die Kräfte in A und B, oder irgend wo anders in den nämlichen Linien AF, BF, angebracht ſind §. 46. Auch iſt es einleuchtend, theils, daß die mittlere Richtung durch F beſtimmt werde, weil blos dieſer Punkt zugleich in beyder Kräfte Richtungen ſich befindet,

befindet, theils daß die äussern Richtungen durch die Winkelpunkte G, H, des Parallelogramms bestimmt werden müssen.

IV. Aus dem Bisherigen zusammen erhellet demnach, daß, wenn man auf den in F oder C zusammenlaufenden Richtungen zweyer Kräfte von gedachtem Punkte an, zwey Linien annimmt, die sich wie die Kräfte verhalten, und das Parallelogramm unter diesen Linien vollendet, alsdann die Diagonale dieses Parallelogramms die mittlere Richtung beyder Kräfte sey.

V. Verlängert man die Diagonale FC nach K: so würde die mittlere Kraft R, in der Richtung CK, den Punkt C auch ohne Unterstützung halten, also mit P, Q, die sich wie CG, CH, oder wie FH, FG, verhalten, im Gleichgewichte seyn §. 134. daß, wenn CK = R wäre, P : Q : R = CG : CH : CK seyn müßte. Um nun die Gröſſe dieser CK, die wir noch nicht wissen, zu finden, dienen folgende Betrachtungen:

Da die drey Kräfte CG, CH, CK an C einander das Gleichgewicht halten sollen: so kann man auch CK, CH, als ein Paar äussere ansehen, wozu eine mittlere, der CG gleiche und entgegengesetzte Kraft gehörte, d. i. GC verlängert giebt die Diagonale CL des Parallelogramms C K L H, unter den äussern Kräften CK, CH, daß also der Punkt L sich in des gedachten Parallelogramms Winkel befindet. Folglich ist LK = CH = FG (Geom. §. 107.) Nun ist auch eben der Punkt L in der verlängerten GC, also CGF = CLK (Geom. §. 95) desgleichen FCG = LCK (Geom. §. 58.) Folglich ist CG = CL, und CF = CK (Geom. §. 82.) Demnach giebt CF nicht nur die

mittlere Richtung, sondern auch die Grösse der mittlern Kraft, zu den beyden äussern CG, CH, oder FH, FG, und es ist hierdurch der Satz der Auflösung bewiesen: daß P : Q : R = CG : CH : CF.

§. 136. Zus. Da CH = FG; so stellen die Seiten des Δ CGF, die Verhältniß der drey Kräfte P, Q, R vor. Nun ist CF < FG + CG (Geom. §. 73.) Folglich ist R < P + Q, d. i. wenn zwey Kräfte am Hebel in nicht parallelen Richtungen einander das Gleichgewicht halten: so ist die mittlere Kraft kleiner, als die Summe der äussern Kräfte; auch läuft die mittlere Richtung mit den äussern zusammen. Bey parallelen Richtungen hingegen war die mittlere Richtung den äussern auch parallel, und die mittlere Kraft der Summe der äussern gleich. §. 134.

§. 137. Anm. Indessen läßt sich die Theorie für die parallelen Richtungen, selbst aus obiger Theorie für nicht parallele Richtungen, (wodurch letztere eine neue Bestätigung, und erstere eine grössere Allgemeinheit erhält) herleiten; wozu folgender Lehrsatz dient.

§. 138. Lehrs. (Fig. 27.) Werden die Richtungen der Kräfte P, Q, R, §. 135. mit einer beliebigen geraden Linie MCN geschnitten: so verhält sich jede dieser Kräfte (z. E. P) wie der abgeschnittene Theil ihrer Richtung (FM) multiplicirt in den Theil (CN) der schneidenden Linie zwischen den Richtungen der beyden übrigen Kräfte. Oder, so ist P : Q : R = FM . CN : FN . CM : FC . MN.

Bew. Da CG mit FM, und CH mit FN parallel: so ist MN : FM = CN : CG, und MN : FN = CM

CM : CH (Geom. §. 243.) folglich $CG = \frac{FM \cdot CN}{MN}$ und $CH = \frac{FN \cdot CM}{MN}$. Nun war P : Q : R = CG : CH : FC §. 135. Folglich ist $P : Q : R = \frac{FM \cdot CN}{MN} : \frac{FN \cdot CM}{MN} : FC = FM \cdot CN : FN \cdot CM : FC \cdot MN$.

§. 139. Zuſ. 1. Ziehet man beliebig TLV der MCN parallel: ſo iſt FM : FN : FC = TM : VN : LC, (Geom. §. 243). Hiedurch wird aus der Proportion in §. 138. dieſe P : Q : R = TM . CN : VN . CM : LC . MN.

§. 140. Zuſ. 2. Je weiter ſich der Punkt F entfernt, folglich je kleiner der Richtungswinkel MFN wird, deſto weniger ſind die Linien TM, VN, LC, von einander unterſchieden, bis ſie, wenn F unendlich weit iſt, d. i. wenn die Richtungen der Kräfte parallel ſind, völlig gleich werden. Demnach iſt alsdann P : Q : R = CM : CN : MN; wo MN = CM + CN, folglich auch R = P + Q, was auch die Linie MCN für eine Lage haben möge.

§. 141. Zuſ. 3. Die vom geradlinichten Hebel im Vorhergehenden erwieſenen Sätze, gelten alſo nicht blos für die daſelbſt angenommene wagrechte Lage, und vertical ziehende Gewichte; ſondern auch für jede beliebige Lage, und für jede parallel wirkende Kräfte.

§. 142. Anm. Die bisherige Theorie des Winkelhebels läßt ſich mit Zuziehung deſſen, was im Obigen vom phyſiſchen geraden Hebel gelehrt worden, auf den phyſiſchen gebrochenen oder gebogenen Hebel, der unter mancherley Geſtalten häufig vorkömmt, leicht anwenden. Eine allgemeine Anwendung dieſer Theorie iſt die nun folgende Lehre von der Zuſammenſetzung der Kräfte.

6. Von der Zusammensetzung der Kräfte.

§. 143. Erkl. (Fig 26.) Wenn eine Kraft an A in der Richtung AB wirkt, und man um diese Linie als um eine Diagonale ein beliebiges Parallelogram ACBD beschreibt: so kann man sich vorstellen, als wären dessen Seiten AC, AD, zwey äussere, und die Diagonale AB die mittlere Kraft §. 135. Alsdann heißt ACBD das Parallelogramm der Kräfte, parallelogrammum virium, und man sagt, die mittlere Kraft AB sey aus den äussern oder Seiten-Kräften AC, AD, zusammengesetzt, oder in diese Kräfte zerlegt. Diese Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte, compositio et resolutio virium, kann also auf unzählige Arten vorgenommen werden.

§. 144. Zus. 1. Da sich AD und AC, wiederum auf mannigfaltige Art in Seitenkräfte zerlegen lassen: so siehet man leicht, wie eine Kraft AB in so viele andre, als man will, zu zerlegen, und wie aus so vielen Kräften als man will, eine einzige AB zusammen zu setzen sey. Auch können solche Seitenkräfte in verschiedenen Ebnen liegen, wenn sie nur in einen Punkt A zusammentreffen. Jedoch sind jede zwey mit ihrer mittlern allemahl in einer Ebene. (Geom. §. 388.)

§. 145. Zus. 2. Die Wirkung aller dieser Seitenkräfte vereinigt sich in der zuletzt gefundenen mittlern Kraft AB, da dann eine derselben gleiche Kraft AG, in der entgegengesetzten Richtung, allen den Seitenkräften das Gleichgewicht hält:

§. 146.

§. 146. Zus. 3. Von drey Kräften AC, AD, AG, die an einem gemeinschaftlichen Punkte A, einander das Gleichgewicht halten, kann man jede verlängern, und als die mittlere Kraft der beyden übrigen ansehen.

§. 147. Lehrs. (Fig. 28. 29. 30.) Jede zwey Seitenkräfte AB, AC, deren mittlere AD, lassen sich in neue Kräfte so zerlegen, daß, wenn diese noch eben so in den Punkt A wirken sollen, ein Paar davon, als entgegengesetzt und gleich, einander aufhebe, das übrige aber die mittlere Kraft AD ausmache.

Bew. Man zerlege die eine Kraft AB in zwey andre BF, AF, so daß erstere der AD parallel laufe, letztere aber eine andre beliebige Richtung habe: so giebt es einen Durchschnitt F, daß BF entweder = AD Fig. 28, oder < AD Fig. 29, oder > AD Fig. 30, wird.

I. Ist das erste (Fig. 28.): so hat man anstatt AB, AC, drey neue Kräfte BF oder AD, AF, und AC, die noch eben so in den Punkt A wirken sollen. Da nun die erste davon schon mit AD gleiche Richtung und Grösse hat: so müssen die beyden andern entgegengesetzt und gleich seyn. Denn wären AF, AC nicht entgegengesetzt, so trieben sie den Punkt A nach einer von AD verschiedenen Richtung; wären sie nicht gleich: so folgt A der stärkern Kraft in der Linie CF, die von AD verschieden ist.

II. Ist das zweyte und dritte (Fig. 29..30.) so zerlege man auch die zweyte Seitenkraft AC in zwey andre

andre, CG, AG, daß erstere der AD parallel laufe. Hiedurch erhält man anstatt AB, AC, vier neue Kräfte, wovon die beyden ersten BF oder AE, und CG oder AH, den Punkt A in der Linie AD treiben; die beyden letzten AF, AG, aber, wie im vorigen Falle, und aus eben den Gründen, einander entgegengesetzt und gleich seyn müssen, und nur noch zu beweisen übrig ist, daß vorgedachte beyde erste AE, AH, die mittlere AD ausmachen.

Da nämlich BF, AD, CG parallel sind, desgleichen FAG nach dem zuvor Erwiesenen eine gerade Linie, folglich mit HC, BE parallel ist: so sind die △ BED, CAH, ähnlich (Geom. §. 95. 257.) und weil BD = AC, auch congruent (Geom. §. 82.) folglich ED = AH. Demnach ist (Fig. 29.) BF + CG = AE + AH = AE + ED = AD, und (Fig. 30.) BF − CG = AE − AH = AE − ED = AD.

§. 148. Zus. Die aus AB, AC zusammengesetzte Kraft AD ist 1.) deshalb kleiner, als die Summe der beyden §. 136, weil die eine im 2ten und 3ten Falle Etwas in der andern; im ersten aber, die andre ganz aufhebt. 2.) nur so groß, als im 1sten Falle die übrige Kraft, im 2ten die Summe, und im 3ten die Differenz der übrigen Kräfte beträgt.

§. 149. Lehrs. (Fig. 28.) Von drey Kräften, davon eine AD = R aus zwey andern AB = P, und AC = Q zusammengesetzt ist, verhält sich jede wie der Sinus des Richtungswinkels der beyden übrigen.

Bew.

Bew. Da AB = CD: ſo geben die Seiten des Δ ACD die Verhältniſſe der drey Kräfte. Folglich iſt P:Q:R = ſin CAD:ſin ADC:ſin ACD (Trigon. §. 53.) Nun iſt ACD + BAC = 2R (Geom. §. 95.) alſo ſin ACD = ſin BAC (Trigon. §. 5.) auch iſt ADC = BAD. Folglich iſt P:Q:R = ſin CAD:ſin BAD:ſin BAC.

§. 150. Zuſatz. I. Zur trigonometriſchen Berechnung der mittlern Kraft aus den äuſſern Kräften und deren Richtungswinkel, ſetze man BAC = α, BAD = ADC = m, CAD = n: ſo iſt ACD = 2R − α. Nun ſuche man zuerſt m, n, und hieraus AD (Trigon. §. 61.) z. E. Wäre α = 55° 49′, und AC:CD = 11:9. ſo hätte man

AC + CD : AC − CD = 20:2 = 10:1, und $\frac{m+n}{2}$ = $\frac{\alpha}{2}$ = 27° 54′, folglich 10:1 = tang 27° 54′: tang $\frac{m-n}{2}$, welches beynahe 3° 2′ giebt, folglich m = 30° 56′, und n = 24° 52′; da dann ſin ADC ſin ACD = AC:AD, oder AD beynahe = 17, 7.

II. Auch laſſen ſich zu dergleichen Berechnungen allgemeine Formeln leicht finden. Denn behält man obige Berechnung der Winkel bey, und ſetzt die Kräfte = p:q:r, ſo iſt

1. für die beyden äuſſern Kräfte und ihren Richtungswinkel mit der mittlern Kraft §. 149. p:q = ſin n:ſin m.

d. i. die äussern Kräfte verhalten sich umgekehrt, wie die Sinus ihrer Winkel mit der mittlern.

2. für die drey Kräfte und den Richtungswinkel jeder äussern Kraft mit der mittleren §. 149.

$r : p = \sin \alpha : \sin n$, und
$r : q = \sin \alpha : \sin m$.

d. i. die mittlere Kraft verhält sich zu jeder der beyden äussern, wie der Sinus des Winkels der beyden äussern zum Sinus des Winkels der andern äussern mit der mittlern.

3. für die beyden äussern und ihren Winkel, nebst dem Winkel der einen äussern mit der mittlern nach (1)

$p : q = \sin n : \sin m = \sin (\alpha - m) : \sin m = \sin n : \sin (\alpha - n)$.

folglich $q . \sin (\alpha - m) = p . \sin m$, und
$q . \sin n = p . \sin (\alpha - n)$

4. für die mittlere Kraft, aus den beyden äussern, und deren Richtungswinkel (Trigon. §. 66.)

$p^2 + q^2 + 2pq . \cos \alpha = r^2$. (weil $\cos ACD = -\cos \alpha$.)

Wäre $p = q$, also auch $m = n$ nach (3): so hätte man hier $2p^2 (1 + \cos \alpha) = r^2$ folglich

$r = 2p . \cos \frac{1}{2} \alpha = 2p . \cos n$. (Trigon. §. 38.)

5. für die Richtungswinkel, aus den drey Kräften (Trigon. §. 70.) wenn man

(p +

$(p+q+r)\ (p+q-r)\ (p+r-q)\ (r+q-p) = u^2$ setzt, $\sin\alpha = \frac{u}{2pq}$; $\sin m = \frac{u}{2pr}$; $\sin n = \frac{u}{2qr}$.

§. 151. Lehrs. (Fig. 33) Sind auf die Richtungen der drey Kräfte §. 149. die Seiten des Triangels EFG senkrecht: so verhalten sich die Kräfte wie diese Seiten.

Beww. Es sey nämlich GF auf AB, GE auf AC, und EF auf AD senkrecht: so wird behauptet, daß P:Q:R = GF:GE:EF sey.

Denn da x und y rechte Winkel, und bey H Scheitelwinkel: so ist F = BAD; und eben so ist E = CAD = ADB. Folglich ist nach (Geom. §. 257.) △ FGE ~ △ ABD, und FG:GE:EF = AB:BD:AD = P:Q:R.

§. 152. Lehrs. (Fig. 31.) Nimmt man in der Ebene der drey Kräfte §. 149. einen beliebigen Punkt E, und fället von da auf die Richtungen der Kräfte die Perpendikel EF, EG, EH: so ist das Moment der mittlern Kraft für diesen Punkt E, der algebraischen Summe der Momente der Seitenkräfte gleich.

Beww. I. Der Punkt E sey, wie in der Figur allen dreyen Richtungen zur Seite.

Man

Man ziehe AE, und beſchreibe einen Kreis, deſſen Durchmeſſer AE ſey, und der folglich auch durch F, G, H, gehet (Geom. §. 184.) Nun ziehe man die Sehnen FG, GH; und mit AE die BK parallel, welche mit DA in K zuſammentreffen muß.

Da ABK = EAF, AKB = EAG (Geom. §. 95.) und EAF = FGE, EAG = FEG (Geom. §. 175.) ſo iſt ABK = FGE, und AKB = FEG. Folglich iſt △ ABK ∼ △ FGE, und AB : EG = AK : EF (Geom. §. 257.) folglich AB . EF = AK . EG.

Da aus eben den Gründen BKD = EAG = EHG, und BDA = DAC = GEH: ſo iſt auch △ BKD ∼ △ GHE, und DB : EG = DK : EH, oder AC : EG = DK : EH, folglich AC . EH = DK : EG.

Addirt man dieſe Gleichung zu der vorhergehenden: ſo erhält man AB . EF + AC . EH = (AK + DK) EG = AD . EG, d. i. P . EF + Q . EH = R . EG.

II. Wäre der Punkt E zwiſchen den Schenkeln des Richtungswinkels der mittlern Kraft mit einer der beyden äuſſern, z. E. zwiſchen GAH: ſo wäre das Moment von Q für den Punkt E auf der einen Seite, und die Momente von P und H auf der andern, daß erſteres negativ würde, wenn man letztere poſitiv nähme. Hiedurch würde die Gleichung in I. nunmehr P . EF − Q . EH = R . EG, welche ſich auch auf vorige Art mittelſt einer beſondern Zeichnung für dieſen Fall erweiſen läßt.

III. Nähme man den Punkt E in der mittlern Richtung an: ſo würde R . EG = 0 = P . EF − Q . EH, folglich P . EF = Q . EH, wie gleichfalls ſich aus einer beſondern

beſondern Zeichnung ergiebt, auch bereits §. 131. erwieſen iſt.

§. 153. Zuſ. Hieraus erhellet, daß die Geſetze von den Momenten für einen Punkt, Linie, oder Ebene §. 94. die im Obigen bey parallelen Richtungen der Kräfte erwieſen und angewendet worden, auch noch bey zuſammenlaufenden Richtungen ſtatt finden, und hier alſo wie dort die Berechnung auch nach Momenten angeſtellet werden könne.

§. 154. Anm. 1. Umgekehrt muß die Berechnung der Kräfte bey zuſammenlaufenden Richtungen, auch noch bey parallelen Richtungen ſtatt finden. Denn da ſie für jeden Richtungswinkel gilt: ſo gilt ſie auch noch, wenn ſolcher Winkel unendlich klein wird, oder die Richtungen in einen unendlich entfernten Punkt zuſammenlaufen, d. i. wenn ſie parallel ſind.

Demnach iſt die Lehre von Zuſammenſetzung der Kräfte ganz allgemein, und begreift ſelbſt parallele Richtungen, doch mit gehörigem Unterſchiede, der aus dem Vorhergehenden leicht abzunehmen iſt, unter ſich.

§. 155. Anm. 2. Durch dieſe Lehre werden ſelbſt die Geſetze des Hebels erſt für alle Fälle anwendbar. Denn wäre z. E. (Fig. 32.) ACB ein Hebel, der ſich um einen feſten Zapfen durch C in der Ebene PAB drehete, und es wirkte gegen das vertical ziehende Gewicht P eine Kraft Q nach einer Richtung DB, die ſchief auf jener Ebene wäre, ſo läßt ſich Q in zwey andere zerlegen, davon die eine BE in der Ebene, die andere BF ſenkrecht auf der Ebene wäre. Letztere wird durch den Hebel ſelbſt, dem der Zapfen dieſe Bewegung nicht verſtattet, aufgehoben; daher bleibt blos die erſtere, welche in der Entfernung CG, den Hebel in obgedachter Ebene um C zu drehen, und das Gewicht P zu heben ſtrebt.

§. 156. Anm. 3. Ueberhaupt wird dieſe Lehre in der Mechanik ſowohl, als in der Statik, auf unzählige Arten angewendet. Für erſtere ſey z. E. (Fig. 28.) A ein Schiff, das in einer gegebenen Zeit vom Strome allein durch AC, vom Winde allein durch AB getrieben würde: ſo wird es von beyden zuſammen in eben der Zeit durch die Diagonale AD getrieben. Für letztere iſt eine un-

mittelbare Folge dieser Lehre die Vergleichung der Gewichte, die an Fäden ziehen; wenn z. E. (Fig. 33.) drey Kräfte, die an den Fäden DP, DQ, DR, ziehen, im Gleichgewichte sind: so verlängert man RD nach A, und vollende das Parallelogramm BC, welches die Verhältniß der Kräfte P, Q, R, oder die Spannungen der Fäden, nebst den Winkeln, welche die gespannten Fäden machen, darstellet.

C. Die abgeleiteten Potenzen.

1. Die Winde oder Radwelle.

§. 157. Erkl. (Fig. 34.) Eine Winde, Radwelle, oder ein Rad an der Axe, axis in peritrochio, entsteht, wenn ein Cylinder AB, (die Welle) welcher mit den Zapfen c, d, in den Zapfenlagern oder Pfannen e, f, ruhet, mittelst des Rades GH, oder der Speichen ab, gh, oder der Kurbel d m k n, umgedrehet werden kann, so daß sich ein daran befestigtes Seil um denselben wickelt, und die daran geknüpfte Last R in Bewegung gebracht wird.

§. 158. Zus. 1. Die Last kann an der Welle frey herabhängen, oder mittelst der Rollen mancherley beliebige Richtungen erhalten. Auch kann die Last, oder jeder andere Widerstand, auf mannichfaltige Arten an der Welle wirken, die jedoch alle auf obige Vorstellung zurückgeführt werden können.

§. 159. Zus. 2. Die Winden sind theils liegend oder wagrecht, und heissen Haspeln, theils stehend oder vertical, und heissen Göpel. Jene werden Rad-

haspeln

haſpeln, Kreuzhaſpeln oder Hornhaſpeln genannt, je nachdem die Kraft mittelſt des Rades GH, oder der Speichen ab, gb, oder der Kurbel d m k n wirkt.

§. 160. Zuſ. 3. Die Bewegung der Winde kann durch Kräfte der Menſchen und Thiere, auch lebloſer Dinge, geſchehen. Die Menſchen können mit ihren Händen unmittelbar an die Kurbel, die Speichen, das Rad faſſen, oder an einer um das Rad gelegten Schnur ohne Ende ziehen. Auch kann das Rad ſo eingerichtet ſeyn, daß Menſchen und Thiere darinn herumgehen (ein Laufrad) oder von auſſen darauf treten können (ein Tretrad). Hiemit iſt die Tretſcheibe verwandt, deren Welle aufrecht ſteht, doch ſo, daß ſie etwas gegen den Horizont geneigt iſt. Beym Göpel arbeiten Menſchen an Schiebeſtangen, oder Pferde an Zugſtangen. Das Waſſerrad, woran Zellen oder Schaufeln befindlich ſind, iſt oberſchlächtig, directa, wenn ſich das Waſſer von oben herab in die Zellen ergießt, und das Rad in der Richtung des Stroms umtreibt; oder unterſchlächtig, retrograda, wenn das Waſſer durch den Stoß an die Schaufeln ſchlägt, und das Rad in der, dem Strome entgegengeſetzten Richtung umhertreibt. Die Windflügel entſtehen, wenn man die Windruthen, d. i. zwey durch den Kopf der Welle geſteckte lange Bäume, mit Löchern durchbohrt, durch welche Sproſſen, ſo lang, als der Flügel breit ſeyn ſoll, gehen, die zu beyden Seiten durch Leiſten oder Rahmen befeſtiget, und mit Seegeltuch oder dünnen Bretern bedeckt ſind.

§. 161. Lehrſ. (Fig. 35.) Wirken Kraft und Laſt an der Winde nach Tangenten des Ra-

des und der Welle: so ist im Stande des Gleichgewichts die Kraft P zur Last Q, wie der Halbmesser der Welle CB, zum Halbmesser des Rades CA.

Bew. Es sey ein Durchschnitt der Welle, deren Halbmesser CB, der kleine Kreis um C, den die Last Q um C zu drehen strebt. Beschreibt man nun um C einen Kreis mit dem Halbmesser des Rades CA: so wird die Kraft P nach der Tangente AP mit Q im Gleichgewichte seyn, wenn P:Q = CB:CA §. 131. Nun wirkt P am Rande der Winde eben so, als an diesem Kreise; folglich findet dort eben dieses Gesetz statt.

§. 162. Zus. Macht die Richtung der Kraft, AD, mit CA einen schiefen Winkel: so erhält man P: Q = CB:CE, wobey sin tot: sin A = CA:CE ist.

§. 163. Anm. Da der Schwerpunkt der ganzen Maschine in die Axe der Welle fällt: so kömmt das Gewicht der Maschine hiebey nicht in Betracht. Nur muß man in Praxi die halbe Dicke des Seils, woran die Last hängt, zum Halbmesser der Welle addiren, wodurch das Moment der Last vergrößert wird. Dies geschiehet noch mehr wenn sich das Seil doppelt über einander legt. Auch kömmt das Gewicht des herabhängenden Seils mit zur Last. Uebrigens versteht es sich von selbst, daß die Wellen, weil sie Lasten tragen sollen, die gehörige Festigkeit und Stärke haben müssen.

§. 164. Lehrs. (Fig. 35.) Wenn die Kraft AP das Rad umdrehet, und dadurch die Last Q hebet: so verhalten sich die beschriebenen Räume der Kraft und Last, wie die Halbmesser CA, CB.

Bew.

Beww. Kömmt CA in die Lage CF; so kömmt CG in die Lage CB, so daß BCF = ACG, und daher ACF = BCG ist. Hiedurch verändert die gehobene Last ihre Stelle um den Bogen BG, die Kraft aber um den Bogen AF; da denn AF : BG = CA : CB ist (Geom. §. 257.)

§. 165. Zus. Hieraus und aus §. 161. erhellet, daß bey der Winde, wie beym Hebel §. 72. die Kräfte sich verhalten umgekehrt wie die Wege, die sie in gleicher Zeit zurücklegen, oder wie ihre Geschwindigkeiten.

§. 166. Erkl. Sollen zwey oder mehrere Räder einander in Bewegung setzen, so verbindet man sie entweder durch eine umgelegte Schnur ohne Ende, (Seilräder) oder daß Erhöhungen des einen Rades in die Vertieffungen des andern eingreiffen. Solche Erhöhungen, die man Zähne oder Kämme nennt, stehen am Stirn- oder Stern-Rade in der Richtung des Halbmessers; an dem Kronen- und Kammrade aber auf dem Halbmesser senkrecht.

Anm. Kammräder dienen, liegende und stehende Winden mit einander zu verbinden. Aus Verbindung der Winden entsteht ein Räderwerk.

§. 167. Erkl. Von zwey Rädern die in einander greiffen, heißt das kleinere das Getriebe, und insbesondere ein Trilling, wenn es aus zwey Scheiben bestehe, die mit Stäben (den Triebstöcken) zusammengefügt sind.

§. 168. Zus. 1. Ist der Abstand der Mittellinien der Triebstöcke so groß, als der Abstand der Mittellinien der Zähne, da wo sie in die Triebstöcke greif-

fen: so verhalten sich die Zahlen der Zähne und der Triebstöcke, wie die Peripherien, folglich auch wie die Halbmesser, des Rades und des Getriebes.

§. 169. Zus. 2. Bey einer Umdrehung des Rades läuft das Getriebe so vielmahl um, so vielmahl die Zahl seiner Zähne oder Stöcke in der Zahl der Zähne des Rades enthalten sind, oder so vielmahl der Halbmesser des Rades den Halbmesser des Getriebes enthält §. 168.

§. 170. Anm. 1. Sollen die Zähne des Rades und Getriebes sich so an einander hinschieben, daß immer zusammengehörige Theile der Zähne oder des Zahns und des Triebstocks an einander passen, und sanft an einander hinstreichen, ohne schütternd und stossend an einander zu gehen, so müssen sie besondre Gestalten haben, die sie sich durch das Abschleiffen bey ihrem Gange öfters selbst erst geben müssen, die aber die höhere Geometrie schon zum voraus bestimmen kann, wovon die praktischen Schriftsteller, die ganz unrichtige Figuren vorschreiben, nichts wissen. In Wolfii elem. mech. §. 960. wird beklagt, daß die Gestalt der Zähne, welche die höhere Geometrie bestimmt, noch nicht eingeführet sey. H. Hofr. Kästner aber in den Anfangsgründen der Statik §. 76. berichtet, daß ihre Wichtigkeit und Brauchbarkeit im Grossen durch den H. Bergrath Borlach bey den Maschinen in den Salzwerken zu Kösen bey Naumburg gezeigt worden.

§. 171. Anm. 2. Die Zähne und Triebstöcke müssen die gehörige Festigkeit und Stärke haben; indem die ganze Last immer auf dem Zahn und Triebstock ruhet, die eben in einander eingreiffen. Die Zahl der Triebstöcke läßt sich nicht wohl unter 6 oder 5 annehmen, wenn die Bewegung ordentlich fortgehen soll. Wird die Zahl der Zähne von der Zahl der Triebstöcke gemessen: so kommen nicht vielerley Zähne an einen Triebstock, wie man leicht sehen kann, wenn man z. E. 5 Triebstöcke und 30 Zähne annimmt. Sind aber diese Zahlen zu einander Primzahlen z. E. 5 Triebstöcke und 31 Zähne: so kommen mehrere Zähne an jeden Triebstock, welches viel vortheilhafter ist, weil sich dadurch diese Theile besser an einander abschleifen, und ihre Gestalt vollkommener machen. Man würde also das letzte vorziehen, wenn es nicht Schwierigkeiten machte, ein Rad in eine grosse Anzahl Zähne, die sich nicht ohne Rest dividiren läßt, einzutheilen, und man wählt daher andere Zahlen, bey denen dennoch viele Zähne an einen Triebstock kommen z. E. 6, 8, 10 Triebstöcke für 48, 60 Zähne.

§. 172.

§. 172. Anm. 3. Da die Triebstöcke den Druck öfters ausstehen, als die Zähne, folglich etwas stärker seyn müssen; auch die Zähne, um das Klemmen beym Aufschwellen durch Feuchtigkeit zu verhindern, etwas Spielraum haben müssen: so ist §. 168. nur deshalb angenommen worden, um nach Belieben die Verhältnisse der Wellen und Räder ohne Unterschied, durch ihre Halbmesser, oder Peripherien, oder Zahl der Zähne angeben, auch die Seilräder §. 166. unter den folgenden Sätzen mit begreiffen zu können; da dann auch die Zeichnung (Fig. 36.) Rad und Welle dicht an einander vorstellet, als würde jeder Punkt der einen Peripherie von einem Punkte der andern fortgeschoben.

Um aber ein Beyspiel zu geben, wie man bey der zu Anfang der Anmerkung gedachten Einrichtung der Zähne und Triebstöcke verfahren könne, diene folgendes:

1.) Belidor machte bey einer Wassermühle, wo der gesammte Druck zwischen Zahn und Getriebe 400 ℔ betrug, die Triebstöcke, die aus sehr festem Holze, Cormier. (Sorbus) bestunden, bey 18 Zoll Höhe, $2\frac{1}{2}$ Zoll dick.

2.) Eine Methode, den Theilriß zu machen, ist von mehrern andern diese: Man theile den Abstand der Mittellinien zweyer Triebstöcke, welches ein Kreisbogen ist, so daß $\frac{1}{2}$ oder $\frac{8}{16}$ dieses Abstandes die Dicke eines Triebstockes; und $\frac{7}{16}$ die Dicke eines Zahns wird, folglich $\frac{1}{16}$ Spielraum bleibt, und die Dicke eines Triebstocks sich zur Dicke eines Zahns wie 8 zu 7 verhält.

3.) Ist n, m, die Anzahl der Triebstöcke und Zähne, d die Dicke eines Triebstocks: so ist 2nd die Peripherie des Getriebes und 2md des Rades, folglich $\frac{nd}{\pi}$ der Halbmesser des ersten und $\frac{md}{\pi}$ des zweyten, (weil die Peripherie $P = 2r\pi$, folglich $\frac{P}{2\pi} = r$ ist.) Die Halbmesser werden bis an den Punkt gerechnet, wo Zähne und Triebstöcke einander ergreiffen.

§. 173. Lehrs. (Fig. 36.) Greiffen mehrere Räder A, B, C, in einander, wie die Figur vorstellt: so ist im Stande des Gleichge-

wichts, und bey senkrechten Richtungen, die Kraft P am ersten Rade A, zur Last Q an der Welle des letzten Rades C, wie das Produkt $\alpha\beta\gamma$ aus den Halbmessern aller Wellen, zum Produkt a b c aus den Halbmessern aller Räder.

Bew. Man denke sich die Gewalt, womit die Kraft den Punkt h angreift, und womit dieser Punkt ihr widersteht, als ein Gewicht R in h angehängt. Auf ähnliche Art sey auch das Gewicht S in g; und so ferner bey noch mehrern Rädern: so ist aus §. 161.

$$\left.\begin{array}{l} P:R=\alpha:a. \\ R:S=\beta:b. \\ S:Q=\gamma:c. \end{array}\right\} \text{folglich } P:Q=\alpha\beta\gamma:abc.$$

§. 174. Zus. 1. Ist die Verhältniß der Kräfte, z. E. durch den Bruch $\frac{24}{128}$, gegeben; um ein Räderwerk §. 166 anzulegen: so findet man die Verhältnisse der Wellen und Räder; wenn man den gegebenen Bruch in so viele Factoren zerfället, als man Räder verlangt. Nämlich hier ist $\frac{24}{128}=\frac{4.6}{8.16}=\frac{4.6.1}{8.8.2}$ für 1, 2, 3 Räder, d. i. bey einem Rade A, $\alpha:a=24:128$; bey zwey Rädern A, B, $\alpha:a=4:8$, und $\beta:b=6:16$; bey drey Rädern A, B, C, $\alpha:a=4:8$, $\beta:b=6:8$, $\gamma:c=1:2$.

§. 175. Zus. 2. Je mehrere Räder man anlegt, desto kleiner kann die Verhältniß des Rades zu seiner Welle seyn. Da nun die Wellen nach Proportion der Last die gehörige Dicke haben müssen, so brauchen die Räder

Räder alsdann nicht so groß zu seyn, und die Maschine wird kleiner.

§. 176. Lehrs. (Fig. 36.) Die gleichzeitigen Umlaufszahlen n, m, der Räder C und A, verhalten sich wie die Produkte aus den Halbmessern der eingreiffenden oder ergriffenen Wellen $\alpha\beta$, und der ergriffenen oder eingreiffenden Räder b c.

Bew. Auf einen Umlauf von C kommen so viel Umläufe von B, als der Quotient $\frac{c}{\beta}$ anzeigt §. 169. Eben so kommen auf einen Umlauf von B so viele Umläufe von A, als der Quotient $\frac{b}{\alpha}$ anzeigt. Folglich kommen auf $\frac{c}{\beta}$ Umläufe von B, d. i. auf einen Umlauf von C, so viele Umläufe von A, als der Quotient $\frac{b}{\alpha} \cdot \frac{c}{\beta}$ anzeigt. Demnach verhalten sich die gleichzeitigen Umlaufszahlen der Räder C und A, oder n zu m, wie $1 : \frac{bc}{\alpha\beta}$, folglich auch wie $\alpha\beta : bc$.

Diese Verhältnisse bleiben dieselben, es mag nun, wie im Obigen angenommen ist, die Kraft P am Rade A wirken, wo Getriebe in Räder eingreiffen, oder auch die Kraft Q an der Welle C angebracht seyn, wo Räder in Getriebe eingreiffen.

Die erste Verhältniß giebt die Regel: Man dividire jedes Rad durch sein Getriebe (d. i. den Halbmesser des Rades durch den Halbmesser seines Getriebes) so giebt das Product aus diesen Quotienten die Umdrehungen des Rades A, die einer Umdrehung des Rades C zugehören.

§. 177. Zus. 1. Soll ein Räderwerk angelegt werden, wozu die Verhältniß der Umlaufszahlen, z. E. durch den Bruch $\frac{1}{60}$ gegeben ist: so verfahre man, wie §. 174, da dann hier $\frac{1}{60} = \frac{1 \cdot 1}{6 \cdot 10} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{3 \cdot 4 \cdot 5}$, folglich für ein Getriebe $\alpha : b = 1 : 60$; für zwey Getriebe $\alpha : b = 1 : 6$, und $\beta : c = 1 : 10$; für drey Getriebe $\alpha : b = 1 : 3$, $\beta : c = 1 : 4$, $\gamma : d = 1 : 5$.

§. 178. Zus. 2. Je mehrere Räder man anlegt, desto kleiner kann die Verhältniß des Rades zu seinem Getriebe seyn. Da nun die Zahl der Triebstöcke nicht wohl unter 6 oder 5 seyn darf: so brauchen die Räder alsdann nicht so viele Zähne zu haben, also nicht so groß zu seyn. Vergl. §. 175. Dieser Fall kömmt bey den Uhrwerken vorzüglich vor.

§. 179. Zus. 3. Ist die Geschwindigkeit c gegeben, mit welcher die Kraft in das Rad A wirkt, so kann man dessen Umlaufszahl m für eine gegebene Zeit z. E. eine Minute bestimmen, und aus der Verhältniß m : n, auch die Umlaufszahl n für diese Zeit berechnen.

Denn zeigt c an, daß so viele Fuß von der Peripherie des Rades A in jeder Sekunde umlauffen;

so

so müssen $60 . c$ Fuß von dieser Peripherie in einer Minute herumkommen. Nun enthält diese Peripherie $2a\pi$ Fuß. Folglich ist $m = \frac{60 . c}{2a\pi}$ für eine Minute.

Eben so kann man aus der Geschwindigkeit γ der Last an der Welle C die Umlaufszahl n für eine gegebene Zeit bestimmen, und hieraus m für solche Zeit finden.

§. 180. Lehrs. (Fig. 36.) Wenn die Kraft P das Rad A, woran sie unmittelbar wirkt, umdrehet, und dadurch die Last Q hebt: so verhalten sich die Wege S, s, welche Kraft und Last zu gleicher Zeit zurücklegen, wie die Produkte aus den Halbmessern der Räder und aus den Halbmessern der Wellen; oder, so ist $S : s = abc : \alpha\beta\gamma$.

Beww. Für einen Umlauf des Rades A gehet die Kraft durch die Peripherie des Rades, folglich für m Umläufe, durch m mahl so viel; und für einen Umlauf des Rades C wird die Last so viel gehoben, als die Peripherie seiner Welle beträgt, folglich für n Umläufe, n mahl so viel. Nun verhalten sich diese Peripherien wie $a : \gamma$, und die gleichzeitigen Umlaufszahlen m, n, wie $bc : \alpha\beta$ §. 176. Demnach ist $S : s = abc : \alpha\beta\gamma$.

§. 181. Zus. 1. Hieraus und aus §. 161. erhellet, daß bey den zusammengesetzten Winden, so wie bey den einfachen §. 165, die Kräfte P, Q, sich verhalten

halten; umgekehrt wie die Wege, die sie zu gleicher Zeit zurücklegen, oder wie ihre Geschwindigkeiten.

§. 182. Zus. 2. Greiffen Getriebe in Räder B, C, so gewinnt man an der Kraft; greiffen aber Räder C, B, in Getriebe, so gewinnt man an Geschwindigkeit.

§. 183. Anm. Die einfachen sowohl als die zusammengesetzten Winden machen den größten Theil unsrer vornehmsten Rüstzeuge aus. Nachrichten hievon zu geben, wäre hier zwar ein schicklicher Ort, würde aber den Vortrag der Theorie der Potenzen zu sehr unterbrechen. Wir verfahren dieses also bis zum folgenden Abschnitte, welcher allgemeine Beschreibungen einiger der gebräuchlichsten Rüstzeuge enthalten wird.

2. Die Rolle und der Flaschenzug.

§. 184. Erkl. Eine Scheibe (wie §. 56.) wo Kraft und Last an beyden Enden des um die Scheibe gelegten Fadens wirken, heißt eine feste Rolle, die ihren Ort nicht verändert; eine Scheibe aber, (wie Fig. 37.) wo die Last Q vom Mittelpunkte herabhängt, die Kraft K aber an dem einen Ende des Rades wirkt, indem das andre Ende S an etwas haltbaren befestigt ist, heißt eine lose Rolle, die ihren Ort verändern kann. Der Stift, um den die Rolle umläufft, ohne ihn mit umzudrehen, heißt der Polzen, dessen beyde Enden in den Backen einer Art von Zange oder Scheere (wie Fig. 40. M) stecken.

§. 185. Zus. Ein wesentlicher Unterschied der Rolle und der Winde ist, daß diese ihre Welle zugleich mit umdrehet, jene aber sich blos um ihren Polzen drehe.

§. 186

§. 186. Lehrſ. (Fig. 37.) Von den beyden Kräften, P, S, deren Richtungen AP, BS, die loſe Rolle, von deren Mittelpunkte C die Laſt Q vertical herabhängt, in den Punkten A, B, berühren, verhält ſich jede zur Laſt, wie der Halbmeſſer CA zur Sehne AB.

Bew. Der Faden PAEBS ſchließt an den Bogen AEB ſo an, daß AP, BS Tangenten ſind. Da nun die beyden Kräfte, die nach ſolchen Richtungen ziehen, den Punkt C am Sinken durch CQ hindern: ſo müſſen ſolche Richtungen verlängert einander in einem Punkte D der CQ ſchneiden, damit die drey Kräfte nach DA, DQ, DB, ſich das Gleichgewicht halten. Folglich iſt DA = DB (Geom. §. 185.)

Nun kann der Beweis auf doppelte Art weiter geführt werden:

1. Aus der Zuſammenſetzung der Kräfte. Wenn man nämlich von D an, beliebig DF = DG macht, und das Parallelogramm FG vollendet: ſo hat man P:S:Q = DF:DG:DE. Nun iſt in der vierſeitigen Figur ACBD, wo bey A und B rechte Winkel ſind, ADB + BCA = 2 R. (Geom. §. 105.) aber auch ADB + DFE = 2 R. (Geom. §. 95.) Folglich iſt BCA = DFE. Nun iſt auch AC:CB = DF:DG = DF:FE. Folglich iſt △ ACB ∼ △ DFE, und AC:CB:AB = DF:FE:DE (Geom. §. 269.) = P:S:Q. nach Obigem.

2. Aus den Geſetzen des Hebels. Da DA = DB: ſo halbirt die Verticallinie DC den Winkel ADB §. 149., und iſt ſenkrecht auf AB (Geom. §. 68.) Folglich iſt AB wagrecht §. 31. Iſt nun S eine Befeſtigung, und erhält P das Uebergewicht: ſo muß ſich die Scheibe

zuerſt

zuerſt um B drehen, und man kann BA als einen einarmigen Hebel betrachten, worinn Q ſenkrecht an L, und P ſchief an A wirkt. Zieht man nun BH ſenkrecht auf DA: ſo iſt für das Gleichgewicht $P : Q = BL : BH$ §. 71. Nun ſind CA, BH, parallel. Folglich iſt $CA : AB = AL : BH = BL : BH = P : Q$.

Eben ſo beweißt man den Satz für die Kraft S, wenn P eine Befeſtigung iſt.

Anm. Das Gewicht der Rolle und der Seile muß mit zur Laſt Q gerechnet werden.

§. 187. Zuſ. 1. Sind AP, BS, parallel: ſo wird aus der Sehne AB, der Durchmeſſer MN, und es iſt $P : Q = 1 : 2$.

Nämlich in beyden Fällen ſind P und S einander gleich, d. i. die Fäden gleich ſtark von Q geſpannt: dort aber iſt $P + S > Q$ §. 186. und hier $P + S = Q$. Folglich trägt jede Kraft bey ſchieffer Spannung mehr, bey verticaler nur gerade ſo viel, als die halbe Laſt Q.

§. 188. Für die trigonometriſche Vergleichung ſey $CA = a$, $AL = c$, $ACL = u$, folglich $\sin u = \frac{c}{a}$

Auch iſt wegen der rechten Winkel bey A und L, $ADC = CAL = 90° - u$, folglich $2\,ADC = ADB = 180° - 2u$. Nun iſt aus §. 149. $P : Q = \sin BDC : \sin ADB = \cos u : \sin 2u = \cos u : 2 \sin u \,.\, \cos u$ (Trigon. §. 37.) $= 1 : 2 \sin u$. Folglich iſt $2 \sin u \,.\, P = Q$, oder $P = \frac{Q}{2 \sin u} = \frac{1}{2} Q \,.\, \operatorname{cosec} u$ (Trigon. §. 26.) Hieraus folgt:

1) Wird

1) Wird die Sehne AB der Durchmesser MN: so ist $u = 90°$, folglich $P = \frac{1}{2} Q$.

2) Rückt die Sehne, von MN an, immer weiter herunter, daß also die Punkte A, B, immer näher zusammenkommen: so nimmt u immer ab, und ADC, folglich auch ADB zu. Folglich wird alsdann $\frac{P}{Q} = \frac{1}{2}$ Q. cosec a immer gröſſer.

3) Wird u sehr klein, folglich ADB nahe = 2 R, so ist cosec u sehr groß, und wird, wenn $u = 0$, unendlich; d. i. durch keine Kraft an A läßt sich ein Faden AB, der in B befestigt ist, und an dem ein Gewicht Q zwischen A und B ziehet, wagrecht spannen, es müßte dann Q gegen P ganz unbeträchtlich seyn.

§. 189. Zus. 2. Soll bey verticalen Richtungen des Seils die lose Rolle mit der Last um einen gewissen Raum gehoben werden: so muß sich das Seil an jeder Seite um so viel verkürzen, also die Kraft um diesen doppelten Raum steigen. Demnach sind auch hier, wie §. 165, die Kräfte umgekehrt, wie ihre Wege.

§. 190. Erkl. (Fig. 40.) Eine Flasche heißt eine solche Verbindung mehrerer Rollen in einer gemeinschaftlichen Scheere, daß jede sich um ihren Polzen drehen, aber keine ohne die andere fortrücken kann. Ein Flaschenzug oder Kloben, polyspastus, heißt eine solche Verbindung zweyer Flaschen, einer obern festen, und einer untern losen, woran die Last Q hängt, daß der Faden wechselsweise um eine Rolle der festen und der losen Flasche geführt wird.

§. 191.

§. 191. Zus. Man sucht bey einem Flaschenzuge die Fäden so viel als möglich parallel zu führen. Wenn daher die Mittelpunkte der Rollen einer jeden der beyden Flaschen in einer geraden Linie sind: so läßt man die Halbmesser der Rollen, in der Ordnung des geführten Fadens, immer um den Halbmesser der kleinsten Rolle wachsen.

§. 192. Lehrs. (Fig. 40.) Bey dieser Art des Flaschenzugs §. 190, und bey parallelen Fäden, verhält sich die Kraft P zur Last Q, wie die Einheit zur doppelten Zahl der untern Rollen.

Bew. Ist die obere Flasche in M befestigt, daß sie nicht weichen kann: so strebt die Last Q die untere Flasche herabzuziehen, und spannt die Seile, welche die untern Rollen tragen. Man kann sich also gedenken, als wäre die Last Q unter die untern Rollen vertheilt, daß jeder Theil sich unter die beyden parallelen Seile, welche die Rolle tragen, gleich vertheilt §. 187, und der Theil an der Rolle bc die Seile ab, dc; der Theil aber an der Rolle fg die Seile ef, hg, herabzuziehen strebt. Wäre nun die Last Q unter die Rollen nicht gleich stark vertheilt, käme z. E. ein grösserer Theil der Last auf die Rolle fg: so zöge die Hälfte davon das Seil ef stärker, als die Hälfte des Theils an bc das Seil dc. Folglich würde eine Bewegung in der Richtung cdef erfolgen, und es könnte kein Gleichgewicht seyn. Demnach ist die Last Q unter die untern Rollen (auch wenn ihrer mehrere sind) gleich stark vertheilt, so daß bey n Rollen, auf jede $\frac{1}{n}$ der Last kömmt, oder überhaupt jede Rolle den Theil der Last trägt, der heraus-

herauskömmt, wenn man die Laſt mit der Zahl der untern Rollen dividirt. Da nun von jedem dieſer Theile die Hälfte auf jedes der beyden Seile kömmt, welche ſolche Rollen tragen: ſo wird jedes der Seile, welche die untern Rollen tragen, mit einem Theile der Laſt geſpannt, welcher herauskömmt, wenn man die Laſt mit der doppelten Zahl der untern Rollen dividirt. Einen ſolchen $\frac{1}{2n}$ Theil von Q alſo, der auf gh kömmt, hat die Kraft p oder P nur zu halten. Demnach iſt für das Gleichgewicht $P : Q = 1 : 2n$.

Anm. Das Gewicht der loſen Flaſche, und der Seile muß mit zur Laſt Q gerechnet werden.

§. 193. Zuſ. 1. In der Figur iſt der Faden an die feſte Flaſche geknüpft, und zuerſt um eine loſe Rolle geführt; da dann die Laſt doppelt ſo viel Fäden, als loſe Rollen ſind, ſpannt. Kehrt man die Figur um, daß der Faden an die loſe Flaſche geknüpft, und zuerſt um eine feſte Rolle geführt iſt: ſo ſpannt die Laſt einen Faden mehr, und es iſt aus vorigen Gründen nunmehr $P : Q = 1 : 2n + 1$.

§. 194. Zuſ. 2. Soll die Laſt um einen gewiſſen Raum gehoben werden: ſo muß ſich jedes Seil um ſo viel verkürzen; da dann dieſe Verkürzungen am Ende, wo die Kraft wirkt, zuſammenkommen, daß alſo die Kraft um den Raum ſo vielmahl genommen, als Seile ſind, woran die Laſt hängt, fortrücken muß. Demnach ſind auch hier die Kräfte umgekehrt, wie ihre Wege, wie §. 181.

§. 195. Anm. Man kann der beſchriebenen Art des Flaſchenzugs auch die Einrichtung geben, daß in jeder Flaſche gleiche Rollen

neben einander ſtehen, wie Fig. 38; oder ungleiche Rollen eine Spindel von der Form eines abgekürzten Kegels bilden, wie Fig. 39.

Eine andere Art des Flaſchenzugs (Fig. 41.) iſt, daß der Faden der erſten Rolle A an eine zweyte Rolle B geknüpft iſt; der Faden der zweyten B an eine dritte C u. ſ. w. Die andern Enden dieſer Fäden aber an einen Balken MN; da dann auf den Faden AB, $\frac{1}{2}$ Q kömmt, auf BC $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{2^2}$, auf CD, $\frac{1}{8}$ oder $\frac{1}{2^3}$ u. ſ. w. folglich allgemein, wenn n die Zahl der Rollen bedeutet, auf den Faden, woran die Kraft P ziehet $\frac{1}{2^n}$ Q, folglich, hier $P:Q = 1:2^n$ iſt; welches zwar einen groſſen Vortheil der Kraft gewähret, aber, auſſer der hiezu erforderlichen gar zu groſſen Höhe der Vorrichtung, noch andere practiſche Unbequemlichkeiten hat.

3. Die ſchiefe Fläche.

§. 196. Erkl. (Fig. 42.) Eine Ebene DM, die eine wagrechte Ebene EN unter einem beliebigen Winkel in DE ſchneidet, heißt eine ſchiefe Fläche, planum inclinatum.

§. 197. Aufg. (Fig. 42.) Auf der ſchiefen Fläche DM liegt ein ſchwerer Punkt A; man ſoll den Weg beſtimmen, den dieſer Punkt vermöge ſeiner Schwere auf der ſchiefen Fläche nehmen muß.

Aufl. Die Kraft der Schwere treibt den Punkt in einer Richtung, die auf der wagrechten Ebene ſenkrecht iſt. Dieſe Richtung ſey FAB, und werde in zwey andere zerlegt, deren eine GA auf die ſchiefe Fläche ſenkrecht, die andere in derſelben Ebene FAG, mit ihr gleichlaufend iſt, daß alſo erſtere von der ſchiefen Fläche völlig

völlig aufgehalten werde, und letztre blos übrig bleibe. Da nun die Ebene dieser drey Kräfte zugleich auf der schiefen und wagrechten Ebene senkrecht ist (Geom. §. 409.) so ist letztrer beyder Durchschnitt DE auf jener Ebene senkrecht. (Geom. §. 415.) Nun war der Weg, der für den Punkt A übrig blieb, in jener Ebene. Folglich ist derselbe auf obgedachten Durchschnitt DE senkrecht, und wird gefunden, wenn man von A auf DE den Perpendikel AC ziehet.

§. 198. Zus. 1. Ist B in der wagrechten Ebene, und man ziehet die Linie BC: so ist ACB der Ebene DM Neigungswinkel gegen die wagrechte Ebene EN. Eine Kraft also, die A verhindern soll in AC herabzugehen, muß ihn aufwärts und in der Ebene ACB zu treiben streben.

§. 199. Zus. 2. Sind zwey Kräfte auf der schiefen Fläche DM im Gleichgewichte: so müssen sich beyder Richtungen in der Ebene des Neigungswinkels ACB befinden. Daher kann man sich anstatt der schiefen Fläche den Triangel ACB vorstellen, und der Kürze wegen AC die Länge, AB die Höhe, BC die Grundlinie, und den Winkel $BCA = \alpha$ die Neigung der schiefen Fläche nennen.

§. 200. Zus. 3. (Fig. 43.) Liegt ein schwerer Körper Q von beliebiger Gestalt auf der schiefen Fläche ACB: so wirkt sein ganzes Gewicht in der Verticallinie DGE durch seinen Schwerpunkt G, und strebt diesen oder jeden andern Punkt D in DE herabzuziehen. Zerlegt man diese Kraft in DF senkrecht auf AC, und in DH mit AC parallel: so wird jene, wenn sie innerhalb des Grundes fällt, worinn der Körper aufliegt §. 113., von der schiefen Fläche aufgehoben, und daher

nur diese übrig bleiben. Was also diese hindert, das hält den Punkt D, folglich den ganzen Körper, auf der schiefen Fläche unbeweglich. Demnach wird der Körper, der mit seinem ganzen, oder absoluten, Gewichte DE, frey herabgehen würde, nur mit einem Theile davon DH, dem relativen Gewichte, auf der schiefen Fläche herabgehen, wenn er nicht gehindert wird, und mit dem andern Theile DF die schiefe Fläche drükken.

§. 201. Zus. 4. Eine Kraft P=DH, die in der entgegengesetzten Richtung Dh, also mit AC parallel, und in der Ebene ACB den Punkt D ziehet, hält also der Last Q=DE das Gleichgewicht, in so fern auch der Druck R=DF innerhalb des Grundes fällt, worinn der Körper aufliegt. Demnach ist P : Q : R = FE : DE : DF = EL : EC : LC = AB : AC : BC (weil △ DEF ~ △ CEL ~ △ CAB.)

§. 202. Aufg. (Fig. 44.) Ein Körper Q auf der schiefen Fläche ACB, werde von einer Kraft P in der Richtung DP gezogen, welche AC in einem beliebigen Punkte G schneidet; man sucht für das Gleichgewicht die Verhältniß der Kräfte P, Q, R. §. 201.

Auflös. I. Sollen die Kräfte P, Q, jene in der Richtung DG, diese in der verticalen Richtung DE den Punkt D erhalten: so muß die Richtung der aus ihnen zusammengesetzten mittleren Kraft R in die Linie DL fallen, die auf AC senkrecht ist, und den Grund trifft, worinn der Körper aufliegt; wie aus dem Bisherigen erhellet. Nimmt man nun beliebig DE für das Gewicht des Körpers, und zieht EL mit DG parallel: so

ist

ist P : Q : R = LE : ED : DL = sin EDL : sin LDG : sin EDG.

Setzt man nun EDG = γ, BCA = α: so ist, wegen des rechten Winkels bey F, EDL = BCA = α, und LDG = $\gamma - \alpha$. Folglich ist P : Q : R = sin α : sin $(\gamma - \alpha)$: sin γ = sin α : cos ε : sin γ, wo ε = DGC.

Schneidet nämlich DP die AC in G, daß man DGC = ε setzt: so ist im $\triangle$ GDH, $\varepsilon = 180° - \gamma - H$, oder, weil $H = 90° - \alpha$ ist, $\varepsilon = 180° - \gamma - 90° + \alpha = 90° - \gamma + \alpha = 90° - (\gamma - \alpha)$ folglich cos ε = sin $(\gamma - \alpha)$ daß man also in obigen Proportionen auch cos ε anstatt sin $(\gamma - \alpha)$ setzen kann.

II. Man siehet aber leicht ein, daß Obiges für jede Lage von DP gelte, ihr Durchschnittspunkt mit AC sey nun in G über H, oder in g unter H, oder in H selbst. Das erste zeigt die Figur; für das zweyte zöge die Kraft nach Dp, da man dann alle obige Schlüsse wiederhohlen kann; für das dritte fällt die Richtung der Kraft, wenn sie das Sinken der Last verhindern soll, in die verlängerte ED, und es ist ε = DHC, also cos ε = cos DHC = − cos EHC = − sin α, folglich P . Q = sin α : − sin α d. i. Q = − P.

§. 203. Zus. 1. Noch sind zwey Lagen von DP übrig;

1) daß sie mit AC parallel sey wie Dh (Fig. 43.) Alsdann ist (in Fig. 44.) $\varepsilon = 0$ folglich cos ε = 1, und $\gamma = 90° + \alpha$, also sin γ = cos α, folglich P : Q : R = sin α : sin tot : cos α, wie §. 201; folglich P = Q . sin α, und R = Q . cos . α

2) daß sie mit BC parallel sey, wie DG (Fig. 43.) Alsdann ist (in Fig. 44.) $\gamma = 90°$, und $\varepsilon = \alpha$ also $\cos \varepsilon = \cos \alpha$, folglich $P : Q : R = \sin \alpha : \cos \alpha : \sin tot = AB : BC : AC$; folglich $P = Q \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = Q \cdot tang. \alpha$, und $R = Q \cdot \frac{1}{\cos \alpha} = Q \cdot sec \alpha$.

§. 204. Zus. 2. Vergleicht man die Proportion §. 201. $P : Q = AB : AC = \sin \alpha : \sin tot$, mit der in §. 202. $P : Q = \sin \alpha : \sin (\gamma - \alpha)$; so ist Q gegen P dort grösser als hier, also der gröſte Vortheil der Kraft, oder die kleinste Last für einerley Q in der mit AC parallelen Richtung.

Vergleicht man die Proportion in §. 203. $P : R = \sin \alpha : \sin tot$, mit der in §. 202. $P : R = \sin \alpha : \sin \gamma$; so ist R gegen P dort grösser als hier, also der gröſte Druck gegen die schiefe Fläche für einerley P, in der mit BC parallelen Richtung.

Beydes ist auch ganz begreiflich. (Fig. 44.) Denn in der mit AC parallelen Richtung thut die Kraft nichts weiters, als daß sie das relative Gewicht FH aufhält; in jeder andern Richtung aber thut sie mehr. Ist nämlich γ spitz: so drückt sie den Körper stärker an die schiefe Fläche, als sein Gewicht allein thut; indem der Druck hier blos DF, dort aber DL ist. Ist γ stumpf, wenn z. E. die Kraft nach Dp ziehet; so vermindert sie den Druck DF, wie erhellet, wenn man durch H mit Dp eine Parallele zieht, d. i. sie strebt den Körper von der schiefen Fläche aufzuheben, und läßt ihn nicht so viel darauf ruhen, als sein Gewicht mit sich bringt.

§. 205.

§. 205. Zus. 3. Ziehet die Kraft nach Dh (Fig. 43.); so ist, wenn DG wagrecht, die Verticale hG die Höhe, um welche die Last Q gehoben worden, indem die Kraft durch Dh gegangen; da dann Dh : hG = AC : AB = Q : P. §. 201. Demnach verhalten sich auch hier die Kräfte umgekehrt, wie ihre Wege, wie bey den vorhergehenden Potenzen.

Bey Fig. 44. läßt sich eine solche Vergleichung wegen §. 204. nicht anstellen.

§. 206. Anm. Sollen mehrere Kräfte mit der Last auf der schiefen Fläche das Gleichgewicht halten: so bringe man sie alle auf eine Kraft P in einer Richtung, wie DP, von der dann obige Gesetze gelten.

§. 207. Aufg. (Fig. 45.) Das Gewicht Q wird auf der schiefen Fläche ACB von einem andern Gewichte P auf der schiefen Fläche ADB mittelst eines Fadens EF gehalten; man soll die Verhältniß dieser Gewichte finden.

Auf. Die Kraft ist hier des Fadens Spannung S.

1) Ist nun der Faden wagrecht, wie in der Figur: so hat man aus §. 203.

S : Q = AB : BC, und
P : S = DB : AB, folglich
P : Q = DB : BC.

2) Gienge der Faden EF um eine Rolle parallel mit AC, AD: so wäre aus §. 201. S : Q = AB : AC und P : S = AD : AB, folglich P : Q = AD : AC.

3) Mittelst der Rolle kann man dem Faden mancherley Richtungen geben; da dann die Berechnung aus §. 202. auf obige Art anzustellen ist.

§. 208. Aufg. (Fig. 46.) Ein schwerer Körper P, dessen Directionslinie PH, ruhet zwischen zwey schiefen Flächen AB, BD, auf die von P die Perpendikel PM, PN fallen, welche den Grund treffen müssen, wo der Körper aufliegt; man soll die Verhältnisse der drey Kräfte P, M, N, finden, die nach den Richtungen PH, PM, PN im Gleichgewichte sind.

Aufl. Ziehet man durch A die wagrechte Linie AF, welche die schiefe Fläche BD in F trifft, und auf der Verticallinie PH senkrecht ist: so sind alle drey Seiten des Triangels AFB auf den Richtungen der Kräfte senkrecht. Folglich ist P : M : N = AF : AB : BF §. 151. = sin ABD : sin AFB : sin BAF = sin ABD : sin BDE : sin ABC, d. i. das Gewicht des Körpers verhält sich wie der Sinus des Winkels, den die beyden schiefen Flächen machen; der Druck aber auf dieselben umgekehrt, wie die Sinus ihrer Winkel mit dem Horizonte.

Anm. Dies dient zur Berechnung des Drucks bey Gewölben.

§. 209. Zus. 1. (Fig. 46.) Ist ABD ein rechter Winkel: so ist P : M = sin tot : sin DBE = DB : DE, und P : N = sin tot : sin ABC = AB : AC, d. i. der Druck gegen die eine Fläche, in Absicht auf den Druck gegen die andere, vertritt die Stelle einer Kraft, welche die Last auf der andern parallel mit ihrer Länge erhalten würde. §. 201.

§. 210.

§. 210. Zuſ. 2. (Fig. 47.) Iſt BD wagrecht: ſo iſt P : N = ſin ABD : ſin ABC, folglich P = N, d. i. BD trägt die ganze Laſt, und der Druck M, der durch ſin BDE ausgedrückt wird, iſt = o, weil DBE = ρ iſt.

§. 211. Zuſ. 3. (Fig. 48.) Iſt BD vertical: ſo iſt P : N = coſ ABC : ſin ABC = BC : AC, d. i. der Druck gegen AB vertritt die Stelle einer Kraft, welche die Laſt auf AB parallel mit ihrer Grundlinie erhalten würde §. 203.

4. Der Keil.

§. 212. Erkl. (Fig. 49.) Ein Keil, cuneus, heißt das dreyeckige Priſma, deſſen zwey Seitenflächen, oder Seiten CE, DE, unter einem ſehr ſpitzen Winkel AEB in der Linie EF, oder der Schneide, zuſammentreffen, welches mittelſt einer Gewalt auf der dritten Seitenfläche AC, oder dem Rücken, zwiſchen zwey Körper, die eine Kraft an die Seiten des Keils andrückt, getrieben wird, um ſolche dadurch von einander zu entfernen. Ein Perpendikel EG von einem beliebigen Punkte der Schneide auf den Rücken heißt die Länge des Keils.

Von der Natur des Keils ſind auch unſre Meſſer, Scheeren, Meiſel, Aexte, und überhaupt alle ſchneidende und eindringende Inſtrumente.

§. 213. Zuſ. Da der Keil durch die angewandte Gewalt die beyden Körper von einander entfernt, indem er tiefer zwiſchen ſie eindringt: ſo kann man ſeine Seiten als zwey ſchiefe Flächen, die ſich in

EF schneiden, betrachten, auf deren jeder eine Last gehoben wird. Demnach kann man, wie bey der schiefen Fläche, anstatt des Keils jeden mit seiner Grundfläche ABE parallel geführten Durchschnitt setzen, daß also der Keil durch den Triangel ABC (Fig. 50.) vorgestellt werde; da man dann, der Kürze wegen, AB den Rücken, CA, CB, die Seiten; ACB die Schärfe, und die von C auf AB senkrechte CD, welche die gemeinschaftliche Grundlinie der beyden schiefen Flächen ist, die Länge des Keils nennt. Ist der △ ACB gleichschenklicht; so heißt der Keil gleichseitig, wo AD der halbe Rücken. Jeder andre Keil heißt ungleichseitig.

§. 214. Aufg. (Fig. 51.) Ein Keil ABC, ohne Schwere, strebe mittelst eines Gewichts P zwischen zwey Körper M, N, einzudringen, und sie von einander zu sondern, (wie beym Spalten des Holzes) indem diese Körper mit ihren Grundflächen EE sich auf den unbeweglichen Boden stützen, und in F, H, mit den Kräften M, N, (die beym Spalten des Holzes aus seiner Festigkeit und Zähigkeit entstehen) dem Gewichte P das Gleichgewicht halten; man soll die Verhältnisse der Kräfte P, M, N, finden.

Aufl. Da die Kraft P blos von dem Widerstande der Körper M, N, aufgehoben wird: so muß sie sich in zwey Kräfte zerlegen lassen, die auf den Seiten des Keils AC, BC, senkrecht sind, und den Grund in F, H, treffen, wo die Körper aufliegen; auch müssen die Richtungen dieser drey Kräfte in einer Ebe-

ne

ne seyn, und in einem Punkte zusammenlaufen. Dieser Punkt sey G, und die Richtungen GK, GF, GH, die folglich auf den Seiten des Triangels ABC senkrecht sind. Demnach ist P : M : N = AB : AC : BC, §. 151, folglich P : M + N = AB : AC + BC, d. i. die Kraft zum Widerstande, wie der Rücken des Keils zur Summe der Seiten.

§. 215. Zus. 1. Je schärfer der Keil ist, desto kleiner braucht die Kraft P zu seyn, um dem Widerstande M + N das Gleichgewicht zu halten.

§. 216. Zus. 2. Ist der Keil gleichseitig, d. i. AC = BC: so ist auch M = N, folglich P : 2 M = AB : 2 AC = $\frac{AB}{2}$: AC, d. i. die Kraft zum Widerstande, wie der halbe Rücken zur Seite; so wie bey der schiefen Fläche §. 201, da die Kraft P mit AC parallel wirkt.

§. 217. Zus. 3. Macht man FT = AC, und HV = BC, welche also die Kräfte M, N, vorstellen, und zerlegt jede derselben in zwey andere, wovon die eine der EE parallel, die andre senkrecht sey: so werden die senkrechten Ft, Hv, von dem unbeweglichen Boden, worauf sich M, N, stützen, aufgehoben, und es bleiben blos die parallelen Ff, Hh, übrig. Nennt man nun diese Theile der Kräfte R, S: so ist

M : R = AC : Ff, und N : S = BC : Hh;
P : M = AB : AC, und P : N = AB : BC, §. 214.
P : R = AB : Ff, und P : S = AB : Hh,
folglich P : R : S = AB : Ff : Hh,
folglich P : R + S = AB : Ff + Hh.

§. 218.

§. 218. Zuſ. 4. Iſt hier AB der EE parallel: ſo iſt △ FTf = △ CBA, und △ HVh = △ CBD, (Geom. §. 82.) folglich Ff = CD = Hh, folglich auch R = S. Daher iſt in §. 217. P : 2R = AB : $2CD = \frac{AB}{2} : CD$, d. i. die Kraft zum Widerſtande, wie der halbe Rücken zur Länge, ſo wie bey der ſchiefen Fläche §. 203., da die Kraft P mit DC parallel wirkt.

§. 219. Zuſ. 5. Dieſe Verhältniß der Kräfte findet ſtatt, wenn man ſich des Keils zum Zuſammenpreſſen, wie bey Oehlmühlen bedient; weil alsdann der Widerſtand ſenkrecht auf DC wirkt. Auch findet hier §. 215. ſtatt, daß die Kraft deſto kleiner, je ſchärfer der Keil iſt.

§. 220. Zuſ. 6. Iſt hiebey der gleichſeitige Keil um die Linie CG eingedrungen, alſo die Kraft P durch GC gegangen: ſo iſt die Laſt M um GF geſtiegen, da dann GC : GF = CD : $\frac{1}{2}$ AB, alſo auch hier die Kräfte umgekehrt, wie ihre Wege ſind.

§. 221. Anm. Die Theorie des Keils iſt mit groſſen Schwierigkeiten verbunden, wenn man ſeinen Effect beym wirklichen Spalten und Preſſen beſtimmen ſoll, welche Unterſuchung aber kein Gegenſtand der Statik iſt. Indeß iſt das Obige ſchon brauchbar, die Kräfte verſchiedener Keile, wenn man die Wirkung des einen durch Erfahrung beſtimmt hat, einigermaſſen mit einander zu vergleichen, und überhaupt einzuſehen, daß ein ſpitzer Keil mehr als ein ſtumpfer vermöge.

5. Die Schraube.

§. 222. Erkl. (Fig. 52.) Wird ein rechtwinklichter Triangel ACB um die Fläche eines ſenkrechten Cylin-

Cylinders so gelegt, daß die Höhe CA in des Cylinders Seitenlinie cD, die Grundlinie CB in den Kreisbogen cb fällt, und die Hypotenuse AB sich in ab krümmt: so verzeichnet AB auf der Cylinderfläche einen Schraubengang. Der Cylinder heißt die Spindel, und der Kreis, wovon cb ein Bogen ist, der Spindel Umring. Ist CB dem ganzen Umringe der Spindel gleich: so giebt CA die Höhe eines Schraubenzugs, oder die Weite der Gänge.

Es entsteht aber, je nachdem man den Schraubengang ab entweder auf der erhobenen, oder auf der hohlen Seite der Cylinderfläche nimmt, die äussere und innere Schraube, oder die Schraube, und die Schraubenmutter, cochlea mas et femina.

§. 223. Zus. 1. Man nehme im △ ACB das Element CM, ziehe Mm, Pp mit AC, ac, und mn, pq mit CM, cP parallel: so decken sich die Ebenen ACMm, acPp, daß pq = mn, aq = An, ap = Am ist, auch cap = CAB = R − CBA, d. i. daß der Schraubengang ba in jedem Punkte a einen Winkel mit ac macht, der = R − CBA ist.

§. 224. Zus. 2. Verlängert man ap bis sie die Ebene des Bogens cb in E trifft: so muß E im Durchschnitte dieser Ebene und der Ebene acPp seyn, weil die ganze aE in dieser Ebene ist. Nun ist in diesem Durchschnitte auch cP. Folglich fällt E in die verlängerte cP, d. i. in die Tangente des Bogens cb. Ferner ist aq : qp = ac : cE, d. i. An : nm = AC : cE, aber auch An : nm = AC : CB. Folglich ist cE = CB = cb. Nämlich acE ist der Triangel ACB an den Cylinder so gelegt, daß er an denselben anschliessen kann.

§. 225.

§. 225. Zuſ. 3. Hält auf eines Schraubenganges Elemente GH, welches als das Element einer ſchiefen Fläche ACB anzuſehen iſt, eine Laſt Q das Gleichgewicht mit einer Kraft P, die parallel mit der Grundlinie der ſchiefen Fläche wirkt: ſo iſt nach den Geſetzen der ſchiefen Fläche P : Q = AC : CB = GK : KL.

Wenn demnach CB dem Umfange der Spindel gleich, folglich CA die Höhe eines Schraubenganges iſt: ſo verhält ſich die Kraft zur Laſt, wie die Höhe der Schraubengänge zum Umfange der Spindel.

§. 226. Zuſ. 4. Je feiner die Schraubengänge ſind, und je dicker die Spindel iſt; deſto gröſſer iſt der Vortheil der Kraft.

§. 227. Zuſ. 5. Wenn die Laſt Q auf dem Schraubengange ſo gehalten wird, daß ſie nicht längſt demſelben von Q nach L ſinken kann, und eine Kraft P am Umfange der Spindel ſie von K nach L zu drehet: ſo muß die Laſt auf dem Schraubengange in die Höhe ſteigen, und ſich, wenn ſie Anfangs in L lag, um die Höhe KG erheben, indem die Kraft durch KL gehet; folglich um die Höhe eines Schraubenganges, indem die Kraft durch den Umfang der Spindel gehet, daß ſich alſo auch hier die Kräfte umgekehrt, wie ihre Wege verhalten, folglich dieſes Geſetz nunmehr von allen Potenzen erwieſen iſt.

§. 228. Anm. 1. Eine genaue Berechnung der Kraft an der Schraube, giebt obige Theorie nicht; theils, weil die Schraubengänge krumme Flächen von verſchiedener Geſtalt bilden, die nicht überall mit dem Horizonte den Winkel ABC machen, und ſich alſo nicht genau mit einer umgewickelten ſchiefen Fläche vergleichen laſſen; theils, weil das Reiben, (wovon im Folgenden) bey der Schraube vorzüglich beträchtlich iſt.

§. 229.

§. 229. Anm. 2. Man bedient sich der Schraube, Körper anzudrücken und zu befestigen, oder Lasten zu heben; allemahl aber ist von den beyden Stücken, der Spindel und der Mutter, das eine beweglich, indem das andere unbeweglich ist; wobey sich folgende Fälle unterscheiden lassen:

1. Die Schraubenmutter ist ganz fest und unbeweglich, Kraft und Last ist an der beweglichen Spindel, welche sich nach ihrer ganzen Länge durch die Mutter drehet. Auf diese Art hebt man Lasten, die entweder an der Spindel hängen, wo sie sich mit drehen müssen, oder besser vom Schraubenkopfe, der sich gegen sie stemmt, aufwärts geschoben werden, in horizontaler, oder jeder andern Richtung. Auch dient diese Art zum aneinander pressen.

2. Die Schraubenmutter, an welcher die Kraft ist, drehet sich blos um ihre Axe; die Spindel, an welcher die Last ist, schiebt sich nach ihrer ganzen Länge durch die Mutter. Diese Art dient, Lasten zu heben, Stubben auszureissen, und dergleichen.

3. Die Spindel ist ganz fest und unbeweglich, Kraft und Last ist an der beweglichen Mutter, die sich längst der Spindel fortschiebt. Diese Art dient vornehmlich zum Andrücken und befestigen.

4. Die Spindel, an welcher die Kraft ist, dreht sich blos um ihre Axe; die Mutter, an welcher die Last ist, drehet sich um die Spindel, und hebt sich mit der Last. Hieher gehört die Zimmermannsschraube, mittelst deren man das Dach oder die Wand eines Gebäudes in die Höhe schraubt, um ein Stockwerk dazwischen zu bringen, oder neue Schwellen zu legen. Hiezu sind für jedes Paar Schrauben die Mütter in einem gemeinschaftlichen Klotze eingeschnitten, auf dem die Streben oder Säulen stehen, welche die Last des Gebäudes tragen sollen.

§. 230. Anm. 3. Von diesen Fällen erwähle man einen z. E. den ersten: so ist die an der Spindel befindliche Last über die Gänge der Mutterschraube, so weit die Spindel in solche eingreift, gleichförmig vertheilt, daß also §. 225. $Q = \frac{1}{n}$ dieser Last ist, ihm auch $P = \frac{1}{n}$ der Kraft das Gleichgewicht hält, folglich für die ganze Kraft und Last dieselbe Verhältniß bleibt, die für $\frac{1}{n}$ von beyden in §. 226. gefunden worden ist.

D. Von den Maschinen.

1. Allgemeine Betrachtung der Maschinen.

§. 231. Erkl. Eine Maschine ist ein Werkzeug, mittelst dessen eine Masse mit Vortheil der Kraft oder der Zeit bewegt werden kann. Man betrachtet aber die Maschinen zuerst blos geometrisch in ihrer einfachsten Beschaffenheit, und nennt sie in solchem Zustande mechanische Potenzen, materiell oder physisch genommen aber, einfache Maschinen, aus deren mannichfaltiger Verbindung die zusammengesetzte Maschinen entstehen. (Vergl. §. 60.)

§. 232. Anm. Im Vorhergehenden sind nicht nur die mechanischen Potenzen, sondern auch die einfachen Maschinen, nebst einigen der zusammengesetzten, dergleichen der Flaschenzug und das Räderwerk ist, erklärt, und ihre Gesetze untersucht worden; wodurch man in den Stand gesetzt wird, noch mehrere andere kennen und beurtheilen zu lernen.

§. 233. Zus. 1. Zur Kenntniß und Beurtheilung einer zusammengesetzten Maschine gehört:

1. Ihre Structur, d. i. die Theile, woraus sie besteht, und die Art, wie diese Theile verbunden sind, daß der eine dem andern seine Bewegung mittheile, und keiner sich bewegen lasse, ohne die übrigen mit in Bewegung zu bringen.

2. Die Kräfte, welche die Maschinen in Bewegung setzen, und die Art, wie die Kräfte wirken.

Zu den Kräften gehören: aufgehängte Gewichte, bey den Wanduhren; gespannte elastische Federn bey den Taschenuhren; Menschen und Thiere durch Ziehen, Stossen, Treten, Drehen, bey den Winden; Stoß und Druck des Wassers, bey den Wassermühlen; Stoß des Windes, bey den Windmühlen; Gewalt elastischer Dämpfe, bey den Feuer- oder Dampfmaschinen.

Die Art der Wirkung solcher Kräfte ist entweder veränderlich; oder unveränderlich, wenn sie stets mit gleicher Stärke auf die Maschine wirken, sie mag ruhen oder sich schnell oder langsam bewegen. Auch die Wirkung ist entweder ununterbrochen, oder nicht, kann aber als ununterbrochen gedacht werden.

3. Der Effect der Maschine, den sie nach ihrer verschiedenen Absicht erreichen soll, daß entweder eine herabhängende Last, wie bey den Winden, in die Höhe gezogen, oder sonst irgend eine Art des Widerstandes überwältiget werde, welches letztere sich auch auf das erstere reduciren läßt, wenn man die Effecte verschiedener Maschinen mit einander vergleichen will.

§. 234. Zus. 2. Die Maschinen lassen sich sämmtlich entweder nach dem Effecte, den sie leisten, oder nach der Kraft, die sie treibt, eintheilen und benennen z. E. Hydraulische Maschinen heissen entweder solche, die das Wasser auf eine verlangte Höhe bringen; oder solche, die durch das Wasser getrieben werden. Natürlicher scheint es zu seyn, den Effect zum Grunde der Eintheilung und Benennung zu legen. Denn hienach richtet sich die innere Structur der Maschine, die im Wesentlichen sich nicht ändert, was auch für Kräfte zur Bewegung gebraucht werden; indem

nur derjenige Theil, woran die Kraft wirkt, seine Einrichtung danach erhält.

§. 235. Erkl. Theilt man die Maschinen nach ihrem Effecte ein, so kann man sie füglich unter folgende fünf Classen bringen:

1. Uhrwerke, die durch ihre Bewegung die während derselben verfliessende Zeit anzeigen, oder auch nur eine gleichförmige Bewegung hervorbringen sollen; als Bratenwender, Wanduhren, Sackuhren.

2. Hebezeuge, die Lasten heben oder fortbringen sollen; als Hebebäume, Brecheisen, Hebelade, Kurbel, Schwengel, Haspeln, Flaschenzüge, Krahne, Rammeln, Schraubenstöcke, Druckerpressen, Münzpressen.

3. Pneumatische Maschinen, die einen Zug der Luft verursachen, als Luftpumpe, Windbüchse, Gebläse.

4. Hydraulische Maschinen, die das Wasser heben, sie mögen nun durch Menschen, Thiere, Wasser, Luft, Feuer, oder andere Kräfte getrieben werden. Dahin gehören alle Arten der Wasserkünste.

5. Mühlenwerke, die vornehmlich mittelst Zahn und Getriebe allerhand Sachen zum Gebrauche zubereiten, und nach den Kräften, wodurch sie getrieben werden, Hand- Roß- Tret- Wasser- Wind- Mühlen heissen. Sie bereiten aber die Sachen,

a. durch

a. durch Zerreiben: Kornmühlen, welche Körner zwiſchen zwey Steinen reiben, und dadurch Mehl, Graupen, oder Grütze bereiten.

b. durch Zerſtoſſen: Stampfmühlen, entweder mittelſt eigentlicher Stämpfer, oder mittelſt Hämmer. Dahin Oelmühlen, Lohmühlen, Pulvermühlen, Puchwerke, Walkmühlen, Papiermühlen.

c. durch Zerſchneiden: Sägemühlen oder Schneidemühlen, welche groſſe Bäume zu Brettern, Steine zum Bau groſſer Häuſer, Marmor zu Tafeln, auch wohl gar Eiſen, mittelſt einer oder mehrerer dazu eingerichteter Sägen zerſchneiden. Daher man Holz- Stein- Eiſen- Schneidemühlen hat.

d. durch Bohren: Bohrmühlen, welche die Röhren zu Brunnen und Pumpenkünſten, auch allerhand Geſchütze ausbohren.

e. durch Schleifen: Schleif- und Polirmühlen, welche Schleifſteine in Bewegung ſetzen, wodurch Sachen von Glas, Stein oder Metall geſchliffen werden, denen man nachher die Politur durch die Polirſcheibe giebt.

§. 236. Anm. Obgleich eine nur etwas ausführliche theoretiſch praktiſche Anweiſung zum Maſchinenweſen nicht für einen Lehrbegriff der geſamten Mathematik gehört, ſondern beſonders dazu geſchriebene Bücher erfodert: ſo liegt es doch nicht ganz auſſerhalb der Gränzen eines ſolchen Lehrbegriffs, bey Unterſuchung der mechaniſchen Potenzen, die erſten Begriffe von den Maſchinen gelegentlich mit anzubringen, und dasjenige davon, was den theoretiſchen Vortrag der Potenzen zu ſehr unterbrechen würde (vergl. §. 183.) in einem beygefügten kurzen Anhange zuſammen zu faſſen, der ſich aber, (da zu vollſtändiger Beurtheilung der Maſchinen, beſonders was ihre wirkliche Bewegung betrifft, viel mehrere und zum Theil höhere Kenntniſſe gehören, als hier vorausgeſetzt werden) freylich blos auf eine allgemeine Beſchreibung einiger der gemeinſten Maſchinen, haupt-

hauptsächlich für den Stand des Gleichgewichts, einschränken, und nur zur Absicht haben muß, Anfängern doch einigen Vorschmack vom Maschinenwesen zu verschaffen. Da auch zu einem solchen Vorschmacke die ersten Gründe der Statik nebst den gemeinen Begriffen von Bewegung hinreichen, so scheint es vortheilhaft zu seyn, obgedachten Anhang nicht erst bis zu Ende der mechanischen Wissenschaften zu verspahren, sondern ihn sogleich der Statik beyzufügen, jedoch noch mit Ausschluß der Wasserkünste, die billig der Hydraulik vorbehalten bleiben. Vollständige Zeichnungen der Maschinen und ihrer Theile, darf man hier nicht erwarten, sondern muß, wofern man es nöthig findet, Abbildungen, dergleichen in Menge vorhanden sind, zu Hülfe nehmen. Am besten ist es, die Maschinen in Natura, oder Modelle davon, mit ihren Beschreibungen zu vergleichen.

2. Von den Hebezeugen und dem Gange der Maschinen.

§. 237. Erkl. (Fig. 54.) Eine Schraubenspindel AB, mit wenigen Gängen, die in ein Stirnrad C eingreift, heißt eine Schraube ohne Ende, cochlea infinita. Wird diese mit einer Winde verbunden, und von der Kraft P mittelst einer Kurbel PEB herumgedrehet: so kömmt das Stirnrad in Umlauf, und hebt die an seiner Welle D herabhängende Last Q.

Es seyen r, ϱ, die Halbmesser des Rades und der Welle, und R eine Kraft am Umfange des Rades: so ist $R : Q = \varrho : r$ §. 161, folglich $R = \frac{\varrho}{r} Q$. Nun sey R eine Last, und S eine Kraft an der Schraube, woran h die Höhe der Schraubengänge, und d der Durchmesser der Spindel: so ist $S : R = h : d\pi$ §. 225, folglich $S = \frac{h}{d\pi} R = \frac{h}{d\pi} \cdot \frac{\varrho}{r} \cdot Q$. Endlich sey S

eine

eine Laſt an der Spindel, deren Halbmeſſer b, und P die Kraft an der Kurbel, deren Halbmeſſer a: ſo iſt $P : S = b : a$ §. 71, folglich $P = \frac{b}{a} . S = \frac{b}{a} \cdot \frac{h}{d\pi} \cdot \frac{\varrho}{r}$ Q, oder $P : Q = b h \varrho : a r d \pi$ d. i. die Kraft zur Laſt, wie das Product aus den Halbmeſſern der Spindel und der Welle, und der Höhe der Schraubengänge, zum Product aus den Halbmeſſern der Kurbel und des Rades, und dem Umfange der Spindel.

Z. E. Es ſey $\varrho : r = 1 : 6$; $h : d\pi = 1 : 10$; $b : a = 1 : 5$, ſo iſt $P = \frac{1 . 1 . 1}{5 . 10 . 6} Q = \frac{1}{300} Q$, oder $P : Q = 1 : 300$.

§. 238. Erkl. (Fig. 53.) Bey der gemeinen Fuhrmannswinde, Pancratium, greift ein Getriebe, welches man mittelſt einer Kurbel umtreibt, in eine gezähnte Stange AB, die mit der auf ihrer Gabel CD ruhenden Laſt in die Höhe gebracht wird. Bey der Stockwinde wird das Getriebe mittelſt einer Schraube ohne Ende umgetrieben. Bey der doppelten Stockwinde greift das Getriebe in ein Rad, an deſſen Welle ein zweytes Getriebe iſt, welches erſt in die gezähnte Stange faßt.

§. 239. Erkl. Ein Krahn, oder Kranich, Grus, wodurch die Laſt nicht nur gehoben, ſondern auch auf jede beliebige Seite gedrehet werden kann, (wie beym Auf- und Abladen der Schiffgüter, und beym Aufwinden der Baumaterialien nöthig iſt) verſtattet mancherley Einrichtungen; beſteht aber gemeiniglich in einer Winde, ſo daß das Seil, woran die Laſt hängt,

über Rollen geleitet ist, die in einem oben hervorragenden schiefliegenden Balken, dem Schnabel, stecken, welcher an einer stehenden Welle befestigt ist, die man in einer Hülse umdrehen kann, wenn die Last hinlänglich aufgewunden ist. Die Winde kann mit einem Laufrade §. 160. versehen seyn, oder mit einem Stirnrade, in welches eine Schraube ohne Ende eingreift, u. s. w.

§. 240. Erkl. Die Ramme, fistuca, heißt ein schwerer Körper, der mittelst des Flaschenzugs zu einer großen Höhe gebracht wird, um von da auf den Kopf des einzutreibenden Pfahls wieder herabzufallen.

§. 241. Erkl. Bey der gewöhnlichen Winde der Schiffbauer, womit sie ein großes Schiff zur Ausbesserung auf den Werft längs einer schiefen Fläche schleppen, wird die Last an einen Flaschenzug gehängt, dessen Seil mittelst eines Göpels §. 159. gezogen wird.

§. 242. Anm. Da bey diesen und andern Hebezeugen die Kräfte der Menschen und Thiere angewendet werden: so ist es nöthig, mit den, aus der Struktur dieser Maschinen und ihrem statischen Gleichgewichte, gefundenen Kräften, die Kräfte der Menschen und Thiere, die man aus Versuchen erforschen muß, zu vergleichen; woben sich dann schon einige vorläufige Kenntnisse von der Bewegung der Maschinen anbringen lassen.

§. 243. Erfahr. Die Resultate aus Versuchen mit den Kräften der Menschen und Thiere, geben Folgendes:

1) daß im horizontalen Zuge ein Mensch von mittlerer Stärke, bey einer nicht unbequemen Stellung, wenn keine Bewegung vorgehet, eine Last von 50 bis 60 ℔, die an einem Seile über eine Rolle herabhängt, 2 bis 3 Stunden lang, erhalten könne, da er dann endlich

endlich ermüde; und daß bey einem Pferde von mittlerer Stärke solche Last 7 mahl grösser seyn könne.

2) daß ein Mensch, wenn er nichts weiter, als sich selbst zu tragen hat, mit 6 Fuß Geschwindigkeit in der Secunde, ein Paar Stunden lang fortgehen könne; und daß bey einem Pferde die doppelte Geschwindigkeit statt finde.

3) daß beym wirklichen Ziehen und Schieben, wenn die Arbeit 2 bis 3 Stunden fortdauern soll, von obiger Kraft nur die Hälfte, von der Geschwindigkeit aber nur der dritte Theil angenommen werden könne. Hienach ziehet ein Mensch mit 25 ℔ Kraft, und mit einer Geschwindigkeit von 2 Fuß; ein Pferd mit einer Kraft von 175 ℔, und mit einer Geschwindigkeit von 4 Fuß. Ein Ochse ziehet mehr als ein Pferd, aber langsamer.

§. 244. Zus. 1. Die Kräfte eines Menschen oder Thieres lassen sich nicht an allen Maschinen, und unter allen Umständen, mit gleichem Vortheile anbringen. Z. E.

1) Bey einem Hornhaspel §. 159. wirkt der Arbeiter nicht immer senkrecht auf die Kurbel. Dies geschiehet nur, wenn solche horizontal ist; am schiefsten ist die Wirkung, wenn solche vertical steht, oder herabhängt. Auch nutzt er sein Gewicht mit, wenn er die Kurbel niederdrückt, sonst aber nicht. Daher hat der Hornhaspel, so wie alle Maschinen mit Kurbeln oder Krummzapfen, allemahl einen sehr ungleichförmigen Gang. Dieses einigermassen zu vermeiden, setze man die beyden Kurbeln so, daß sich ihre Flächen rechtwinklicht schneiden. Kommt alsdann die eine in

die verticale Lage, wo sie den schwächsten Druck erhält: so leidet die andere in der horizontalen Lage den stärksten Druck, und so immer abwechselnd.

2) Beym Radhaspel §. 159, mit einem Seil ohne Ende, können die angestellten Arbeiter beynahe senkrecht mit ihrem ganzen Gewichte ziehen.

§. 245. Anm. Aehnliche Veränderungen können auch bey der Last und ihrem Momente statt finden, wenn z. E. der aufzuziehende Kübel bald mehr, bald weniger gefüllt ist, oder das Seil sich doppelt um die Welle wickelt §. 163.

§. 246. Zus. 2. Die Kraft wirkt auch verschieden in die ruhende und in die bewegte Maschine so lange, bis solche in gleichförmigen Umlauf kömmt. Z. E. An einem Hornhaspel halte eine Kraft von 30 ℔ einer Last von 200 ℔ das Gleichgewicht. Gesetzt ein Arbeiter drücke mit 50 ℔ gegen die Kurbel: so wird dieser Druck allmahlig geringer werden, so wie die Geschwindigkeit zunimmt, mit welcher die bewegte Kurbel solchem Drucke ausweicht, bis dieser auf 30 ℔ zurückgekommen ist. Alsdann ist derselbe mit der Last wieder im Gleichgewichte, und die Maschine bleibt im gleichförmigen Umlaufe, so lange der Arbeiter mit derselben Stärke und derselben Geschwindigkeit dagegen drückt.

§. 247. Erkl. Die mechanische Geschwindigkeit der Kraft oder der Last an einer Maschine, heißt die Geschwindigkeit desjenigen Theils der Maschine, woran die Last oder die Kraft unmittelbar wirkt. Das mechanische Moment der Kraft oder der Last an einer Maschine, ist das Produkt der Kraft oder der Last, in ihre mechanische Geschwindigkeit. Der Beharrungs-

rungszustand einer Maschine heißt, wo sie ununterbrochen in gleichförmigem Umlaufe bleibt.

§. 248. Zus. 1. Die mechanische oder relative Geschwindigkeit der Kraft, ist von ihrer absoluten Geschwindigkeit wohl zu unterscheiden. Diese hat sie an sich, jene ist der Theil davon, mit welcher sie in die Maschine bey einem gewissen Zustande wirkt. Eben so ist auch die relative Kraft, womit sie in die Maschine bey solchem Zustande wirkt, von der absoluten Kraft, die sie an sich hat, zu unterscheiden.

§. 249. Zus. 2. Vom mechanischen Momente ist das statische Moment, oder das Produkt der Kräfte in ihre Entfernungen vom Unterstützungspunkte wohl zu unterscheiden. Auch siehet man nur auf die relative Kraft, die in die Maschine bey einem gewissen Zustande wirkt, wenn vom mechanischen Moment der Kraft die Rede ist.

§. 250. Zus. 3. Eine Maschine kann nur im Beharrungszustande seyn, wenn und so lange die mechanischen Momente der Kraft und Last einander gleich sind. §. 246.

§. 251. Zus. 4. Ist die Maschine einmahl in diesen gleichförmigen Gang gebracht: so würde sie vermöge ihrer Trägheit sich von selbst in dieser Bewegung erhalten, ohne daß weiter eine Kraft nöthig wäre; wofern nicht die Friction (wovon im Folgenden) so bald die Kraft zu wirken aufhörte, diese Bewegung allmählig langsamer machte, und endlich die ganze Maschine zum Stillstand brächte. Dieser Umstand kömmt beym Perpetuum mobile gar sehr in Betracht, worüber Herr Hofr. Kästner Anfangsgründe der angew.

Mathematik 1792. Statik §. 152. viel lehrreiches sagt.

§. 252. Anm. Es ist von grosser Wichtigkeit, die einmahl hervorgebrachte Bewegung in einer Maschine zu erhalten; weil sonst ein Theil der Kraft angewendet werden müßte, den Verlust wieder zu ersetzen, und die Maschine aufs neue zu beschleunigen. Ein solcher anhaltender gleichförmiger Gang der Maschine aber ist nur möglich, wenn die Kraft und ihre Geschwindigkeit einerley bleibt, auch der Widerstand und sein statisches Moment sich nicht ändert. Sollte dies bey einer Maschine nicht erhalten werden können: so muß entweder die grössere Masse der Maschine, wie besonders bey den Hebmaschinen mit dem Tretrade, und den mehresten Wassermühlen geschiehet, vermöge ihrer Trägheit solcher Erhaltung des gleichförmigen Ganges zu statten kommen, oder man muß eigene Veranstaltungen hiezu treffen, wohin vorzüglich das Schwungrad, und der Schwungflügel, gehören.

§. 253. Erkl. Ist ein Rad, an dessen Umfang die meiste Masse gleichförmig vertheilt ist, oder eine an beyden Enden beschwerte Stange, an der Umlaufsaxe eines zu einer Maschine gehörigen Theils so angebracht, daß ihr Schwerpunkt genau in der Umlaufsaxe liegt: so heißt die erste Einrichtung ein Schwungrad, die andre ein Schwungflügel, oder Schwungkolben.

§. 254. Zus. 1. Beyde Vorrichtungen dienen, die Maschine in einem gleichförmigen Gange zu erhalten. Denn da beyde mit der übrigen Maschine sonst in keiner Verbindung stehen, auch beyde in ihrem Schwerpunkt unterstützt sind, folglich blos als träge Massen angesehen werden können: so haben sie weiter keinen Einfluß auf die Maschine, ausser daß ihr Gewicht die Friction an den Zapfen vermehret; werden aber mit der Umlaufsaxe zugleich in Bewegung gesetzt. Aendert sich nun während der Bewegung etwas an der Kraft oder Last, wodurch die Umlaufsgeschwindigkeit vermehrt oder vermindert würde: so kann solches nicht geschehen,

geschehen, ohne zugleich das Schwungrad oder den Schwungflügel zu beschleunigen, oder zu verzögern. Da aber deren gröste Masse am Umfange vertheilt ist: so ist dazu eine beträchtliche Aenderung an der Kraft oder Last, auch eine längere Zeit nöthig, während welcher der Umstand, der die Bewegung beschleunigen oder verzögern könnte, wenn er dazu hinreichend gewesen wäre, gehoben wird. Demnach bleibt das Schwungrad oder der Schwungflügel, und mit ihnen zugleich die Maschine in dem alten Gange.

§. 255. Zus. 2. Die Figur solcher Vorrichtungen ist wegen des Widerstandes der Luft so zu treffen, daß der Luft keine allzugroße Fläche entgegengesetzt werde. Macht man aber mit Fleiß breite Schwungflügel: so hat man die Absicht, die Geschwindigkeit der Maschine nicht über eine gewisse Gränze wachsen zu lassen, wenn, wie bey Maschinen, die durch Gewichte bewegt werden, die Beschleunigung sonst beständig zunehmen würde.

§. 256. Zus. 3. Eine Maschine mit beträchtlicher Masse erfodert zwar anfangs eine grössere Kraft, um in Bewegung zu kommen, und wird anfangs langsam gehen. Ist sie aber einmahl in Bewegung gebracht: so vertritt ihre Masse die Stelle des Schwungrades, welches alsdann wegfällt, so wie auch, wenn die Last und ihr Moment sich nicht ändert, und die bewegende Kraft selbst ein Beharrungsvermögen hat.

§. 257. Zus. 4. Bey Erhaltung der Bewegung durch das Beharrungsvermögen der Maschinen, kömmt es ausser der Masse auch viel auf ihre Geschwindigkeit an. So ist bey Windmühlen zwar die

Masse

Masse der Flügel nicht so groß, als bey einem Tretrade, aber die Länge und die viel stärkere Umlaufsgeschwindigkeit ersetzen dieses reichlich.

§. 258. Lehrs. Der Effect einer Maschine wird aus dem mechanischen Momente der Kraft oder der Last im Beharrungszustande der Maschine ermessen.

Bew. Der Effect bey allen Maschinen läßt sich so ansetzen, wie er bey den Hebezeugen wirklich ist §. 233., daß eine gewisse Last Q in einer gewissen Zeit T zu einer gewissen Höhe S gehoben, folglich mit einer gewissen Geschwindigkeit §. 29. $c = \frac{S}{T}$ bewegt werde; indem z. E. bey einer Kornmühle der Widerstand des Läufers und der Körner sich der Bewegung auf eben die Art entgegensetzt, als wenn der Läufer eine lothrecht stehende Welle wäre, um die sich ein Seil wände, und ein daran hängendes proportionirtes Gewicht in die Höhe zöge. Hienach ist offenbar der Effect einer Maschine desto grösser, je grösser die Last Q, und je grösser ihre Geschwindigkeit c ist, und wird demnach aus dem Produkt der Last in diese Geschwindigkeit, mit der sie sich an der Maschine wirklich bewegt, d. i. in ihre mechanische Geschwindigkeit, folglich aus dem mechanischen Momente der Last Q c im Beharrungszustande der Maschine §. 247. ermessen, welches, wenn P die Kraft, C ihre mechanische Geschwindigkeit im Beharrungszustande ist, dem Produkte P . C gleich ist. §. 250.

§. 259. Anm. 1. Zur Erläuterung können folgende Beyspiele dienen:

1. An einem Radhaspel sey der Halbmesser der Welle $\frac{1}{4}$ Fuß, des Rades 1 Fuß; die Last 80, die Kraft 20 ℔. Weicht nun das Rad mit 3 Fuß Geschwindigkeit in jeder Secunde, so steigt die Last $\frac{3}{4}$ Fuß. Demnach ist Pc = Qc hier 20 . 3 = 80 . $\frac{1}{4}$ und der Effect, daß 80 ℔ in jeder Secunde $\frac{3}{4}$ Fuß, folglich in jeder Minute 45 Fuß, und in jeder Stunde 2700 Fuß hoch gebracht werden, wenn die Maschine ununterbrochen wirkte. In dieser Rücksicht lasse man an der Welle zwey Seile herabhängen, wovon das eine sich abwickelt, indem das andere sich aufwickelt, auch werde der herabgelassene Behälter in der Zeit gefüllt, worin der heraufgewundene ausgeleert wird: so könnte, wenn man diese Zeit bey Seite setzt, die Maschine ununterbrochen wirken. Stünde nun der Arbeiter in einer Höhe von 75 Fuß: so würden 80 ℔ in jeder Secunde auf $\frac{3}{4}$ Fuß, und in 100 Secunden auf 75 Fuß gehoben, und der Effect wäre, daß die Maschine, so lange sie ununterbrochen wirkte, immer mehr Materie auf diese Höhe brächte, welches in einer Stunde oder 3600 Secunden, 2880 ℔ betragen würde, bey einem andern Haspel, der nur 1440 ℔ in einer Stunde so hoch brächte, wäre der Effect nur halb so groß.

2. Lief der Läufer einer Kornmühle, dessen Peripherie 15 Fuß in 1 $\frac{1}{2}$ Secunde einmahl um, und betrüge der Widerstand 100 ℔; so würde die Mühle bey Zermalmung der Körner das thun, was eine Maschine ausrichtete, die 100 ℔ alle 1 $\frac{1}{2}$ Secunden 15 Fuß, oder jede Secunde 10 Fuß höher brächte.

3. Zieht ein Bergwerksgöpel alle 5 Minuten, oder 300 Secunden, eine Tonne Erz von 600 ℔, 500 Fuß hoch: so kann man die 600 ℔ auch auf die 300 Secunden vertheilen, und sagen, jede Secunde langen 2 ℔ oben an. Denn obgleich dies nicht erfolgt, sondern erst nach 5 Minuten 600 ℔ auf einmahl oben anlangen: so muß doch die Maschine eben so arbeiten, als wenn sie eine Pumpenkunst triebe, die jede Secunde 2 ℔ Wasser 500 Fuß hoch brächte, so daß nach 5 Minuten wirklich 600 ℔ oben angelangt sind. Demnach ist der Effect dieser Maschine = 2 . 500, das ist, 1000 mahl gröser, als der Effect einer andern, die in jeder Secunde nur 1 ℔ nur 1 Fuß hoch brächte.

§. 260.

§. 260. Anm. 2. Es ist einerley, ob man die Last in Gewicht oder Cubikmaaß ausdrückt. So sind z. E. 2 ℔ Wasser $= \frac{1}{35}$ Pariser Cubikfuß, und der Effect $500 \cdot \frac{1}{35} = 14\frac{2}{7}$, das ist, $14\frac{2}{7}$ mahl gröſſer, als wenn die Maschine 1 Cubikfuß Wasser 1 Fuß hoch brächte.

§. 261. Aufg. Die Einrichtung einer Winde zu machen, wenn die Geschwindigkeit der Kraft C, und die Geschwindigkeit der Last $\frac{S}{T}$ in Beharrungszustande vorgeschrieben ist.

Aufl. Es sey r der Halbmesser des Rades, ϱ der Welle, folglich die Peripherie des Rades $2\pi r$, der Welle $2\pi\varrho$. Nun findet man die Umlaufszeit, wenn man die Peripherie mit der Geschwindigkeit dividirt. Folglich ist die Umlaufszeit des Rades $\frac{2\pi r}{C}$, und die Umlaufszeit der Welle $2\pi\varrho : \frac{S}{T} = \frac{2\pi\varrho T}{S}$. Nun kömmt Rad und Welle zu gleicher Zeit einmahl herum. Folglich ist $\frac{2\pi r}{C} = \frac{2\pi\varrho T}{S}$, folglich $\frac{r}{C} = \frac{\varrho T}{S}$, folglich $r = \frac{\varrho TC}{S}$, und $\varrho = \frac{rS}{CT}$.

Exemp. Will man mit einem Hornhaspel eine gewisse Last in 10 Minuten auf die Höhe von 210 Fuß aufwinden: so sey $r = 18'' = \frac{3}{2}'$, und $C = 2'$, folglich $\varrho = \frac{\frac{3}{2} \cdot 210}{60 \cdot 10 \cdot 2} = \frac{21'}{80} = 3''$. Wäre die Welle für die Last zu schwach: so vermindre man

T

T, und setze es nur 6 Minuten. Dies giebt $\varrho = \frac{\frac{1}{2} \cdot 210}{60 \cdot 6 \cdot 2} = \frac{21'}{48} = \frac{21 \cdot 12''}{48} = 5''$.

Soll mit einem Bergwerksgöpel eine Last in 5 Minuten auf eben die Höhe gebracht werden: so sey r $= 18'$, und $C = 4'$, folglich $\varrho = \frac{18 \cdot 210}{60 \cdot 5 \cdot 4} = 3\frac{1}{7}'$.

§. 262. Aufg. Die Kraft der Menschen und Thiere ist beym Laufrade und der Tretscheibe §. 160. anzuwenden; man soll beyde Maschinen berechnen.

Aufl. I. (Fig. 55.) stelle das Laufrad vor. Die Stelle des Auftretens sey A, welche um den Winkel $ACB = m$, von der Verticallinie GCB entfernt ist. Das Gewicht der Arbeiter P, welches nach der verticalen Richtung AD wirkt, zerfällt in die Kräfte AE und AF, wovon jene, in der Richtung des Halbmessers AC, die Axe des Rades drückt, diese aber in der Richtung der Tangente das Rad zu drehen strebt. Nun ist AD der CB parallel, weil beyde vertical, und daher $DAE = ACB = m$. Folglich ist $ED = AF = P \cdot \sin m$, und $AE = P \cos m$. Der Winkel m aber ist der Erfahrung gemäß für Menschen 30 Grad, bey einer Geschwindigkeit $C = 2$ Fuß; weil ihnen das Umtreiben des Rades eben so beschwerlich ist, als wenn sie mit eben der Geschwindigkeit einen Berg hinanstiegen, dessen Fläche unter dem Winkel m geneigt ist. Nun ist $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$. Folglich ist $\sin m \cdot P = \frac{1}{2} P$. Demnach ist im Beharrungszustan-

zuſtande der Maſchine $\frac{1}{2}$ P . C = Q . $\frac{S}{T}$, wonach ſich das unbekannte berechnen läßt.

II. (Fig. 56.) ſtelle die Tretſcheibe vor. Es ſey PQ die Axe der ſchiefgeſtellten Welle, CR die Verticallinie aus dem Mittelpunkte der Scheibe, PR horizontal; auch ſchneide die verticale Ebene PCR die Scheibe in OCL: ſo iſt die Neigung der Axe CPR, und die Neigung der Scheibe die Ergänzung zum rechten Winkel, PCR = m. In A ſey die Stelle des Auftretens, welche von obgedachter Verticalebene um den Winkel OCA = n entfernt iſt. Nun ſey AF vertical, und AG der Axe PQ parallel: ſo iſt GAF = PCR = m, und AB, worinn die Verticalebene die Scheibe ſchneidet, der OCL parallel. Nun zerfällt die Kraft AF oder P, in AG und AB, von denen nur letztere die Scheibe um die Axe zu drehen ſtrebt, aber ſchief an AC wirkt. Macht man daher BE ſenkrecht auf AC, und vollendet das Parallelogramm DE: ſo zerfällt AB in AE und AD, von denen letztere die Scheibe um die Axe zu drehen ſtrebt. Nun iſt AFB = GAF = m, folglich AB = P. ſin m. Auch iſt, weil AB, OL, parallel, ABD = BAE = ACO = n, folglich AD = AB. ſin n. Demnach iſt AD = P. ſin m. ſin n. Nun iſt nach der Erfahrung für die Thiere der Winkel m = 19 $\frac{1}{2}$°, alſo ſin m = $\frac{1}{3}$. Nimmt man nun auch A am weiteſten von der Verticalebene, ſo daß n = 90°: ſo iſt AD = $\frac{1}{3}$ P. Das Gewichte eines Ochſen P, ſchätzt man 800 ℔, ſeine Geſchwindigkeit C aber nur 1 bis 1$\frac{1}{2}$ Fuß.

3. Von

3. Von Mühlen und Uhrwerken.

§. 263. Erkl. Eine Mehlmühle §. 235, ist eine aus Zahn und Getriebe bestehende Vorrichtung, wodurch Körner zwischen zwey Steinen gerieben werden, um dadurch Mehl zu bereiten.

Anm. Hiebey kommen 3 Stücke in Erwägung:

1. Die Einrichtung des Mühlenganges zum Umdrehen des Mühlsteins, zum Herabfallen der Körner, und zur Absonderung des Mehls.

2. Die nöthigen Vorrichtungen zur vortheilhaften Anbringung der Kräfte der Menschen, der Pferde, des Windes und des Wassers, an den Hand- Roß- Wind- und Wassermühlen.

3. Die Vergleichung des Effects verschiedener Mehlmühlen.

§. 264. Für das Umdrehen des Mühlsteins (Fig. 57.) Von den beyden Mühlsteinen A, B, welche eine hölzerne Einfassung CD, (die Zarge oder der Lauft) haben, ist der untere B unbeweglich (der Bodenstein) der obere A aber beweglich (der Läufer) und hat in der Mitte eine kreisförmige Oefnung E (das Auge). Eine eiserne Welle FG (das Mühleisen) geht oben, wo der Läufer in F befestigt ist, durch die Mitte des Bodensteins B, unten aber durch einen Trilling H, und endigt sich in einen Zapfen G, womit er in der Pfanne läuft, welche in einem Querholze K (dem Stege) steckt, den man erhöhen und erniedrigen kann, um dadurch den Abstand des Läufers vom Bodensteine zu verändern. Endlich befindet sich an einem Wellbaume, der auf dem Radestuhle liegt, und durch die Kräfte der Thiere, oder des Wassers, oder des Windes, umgedrehet wird, ein Stirn- oder Kammrad, welches

in den Trilling H greift, und mit ihm das Mühleisen und den daran befestigten Läufer umdrehet, wodurch die Körner zwischen ihm und dem Bodensteine zerrieben werden.

§. 265. Für das Herabfallen der Körner (Fig. 57.) Ueber dem Läuferauge E ist eine abgekürzte Pyramide, worinn das Getreide aufgeschüttet wird (der Rumpf) mit einem beweglichen Boden (der Schuh) woran ein Zäpfen (der Rührnagel), den zwey Zähne im eisernen Ringe des Läuferauges (die Warzen) schütteln, damit das Getreide aus dem Rumpfe durch eine Oefnung des Schuhes ins Läuferauge, und hierdurch zwischen die Mühlsteine falle.

§. 266. Für die Absonderung des Mehls. (Fig. 57.) Die Zarge hat seitwärts eine Oefnung zum Mehlbaume L, wodurch das geschrotene Getreide in den Mehlbeutel LM fällt, der schräg durch den Mehlkasten N geführt, und an den Rädearmen O, der Rädewelle befestigt ist, welche zwey Daumen P, Q, am Trillinge dergestalt bewegen, daß der Beutel geschüttelt werde, so daß das Mehl in den Kasten stäube, und die Kleyen zum untersten Ende M heraus in ein Gefäß geschüttet werden.

§. 267. An den Handmühlen wird ein mittelmäßiges Kammrad durch eine Kurbel umgedrehet, um Grütze zu bereiten; und nur im Nothfalle zum Getreide mahlen.

§. 268. An den Roßmühlen wird eine stehende Welle, die ein Stirnrad führt, durch Pferde, die an einen Zugbaum gespannt sind, umgetrieben; wovon

man

man in belagerten Festungen vorzüglich Gebrauch macht.

§. 269. An den Windmühlen wird der Wellbaum, der hier über dem Mahlgerüste liegt, durch vier Flügel von dem Stosse des Windes umgetrieben. Die deutschen Windmühlen, welche ganz beweglich sind, ruhen auf einem Gestelle (dem Bock); daher sie auch Bockmühlen heißen, und werden, mittelst des Sterzes, um eine Spindel in der Mitte des Stuhls, worauf das ganze Gebäude ruhet, nach dem Winde gedrehet. An den holländischen Windmühlen ist blos das Dach (die Haube) beweglich, und wird samt dem Stuhle, der es trägt, um eine Spindel, die am Gebäude befestigt ist, gedrehet.

§. 270. An den Wassermühlen wird der Wellbaum durch ein oberschlächtiges oder unterschlächtiges Rad von der Gewalt des Wassers umgetrieben; wobey es, im letztern Falle, verschiedene Arten des Zeuges giebt: Ein Staberrad hat zwey Ringe oder Reifen, zwischen denen die Schauffeln eingezapft sind; ein Strauberrad aber nur einen Reifen, auf dessen Stirne die Schauffeln stehn. Beyde Arten von Rädern bleiben mit ihren Axen unbeweglich liegen. Lassen sich aber die Räder nach dem Wasserstande auf und abziehen: so heißt solches Pansterzeug. Letztere Vorrichtung ist nur bey Pfahlmühlen, d. i. die auf dem Lande erbauet sind, nöthig. Denn eine Schiffmühle, die aus zwey Fahrzeugen besteht, wovon das grössere (das Hausschiff) die Mühle; das kleinere aber (das Wellschiff) das eine Ende des Wellbaums trägt, wird schon durch das Wasser des Flusses gehoben und gesenkt.

§. 271. Die Kraft des Wassers beruhet auf seiner Quantität und Geschwindigkeit. Beydes wird aus seinem Gefälle, d. i. aus der Höhe des Orts, wo es herkömmt, über den Ort, wohin es fließt, nach Gründen der Mechanik beurtheilt, und setzt also ein genaues Ausmessen des Gefälles, welches man Wasserwägen, oder Nivelliren nennt, zum Voraus.

Diese Operation, wovon in der technischen Mathematik das Nähere gelehrt wird, beruhet der Hauptsache nach auf einer genauen Horizontallinie durch einen der beyden Oerter, welche die Verticallinie durch den andern Ort schneidet; da dann der Abstand des andern Orts von solcher Horizontallinie das gesuchte Gefälle giebt. Werkzeuge, womit sich die Horizontallinie genau bestimmen läßt, heissen Wasserwagen, oder Nivellirwagen, und beruhen entweder auf §. 31, oder auf Gründen der Hydrostatik.

§. 272. Das oberschlächtige Rad §. 160. hängt, wenn alle seine Zellen leer sind, im Gleichgewichte. Kömmt nun in einige derselben, deren Oeffnungen aufwärts stehen, Wasser: so sinken sie, und treiben das Rad so um, als wenn man darein Gewichte legte, die von den Zellen, wenn deren Oeffnungen niederwärts kommen, ausgeschüttet würden, indem statt der ausgeschütteten immer wieder andre Gewichte in die aufwärts geöffneten Zellen kämen. Die Berechnung eines solchen Rades nach diesen Begriffen ist ein wichtiger Gegenstand der Mechanik. Hier läßt sich blos übersehen, daß das Wasser, welches auf ein oberschlächtiges Rad fallen soll, daselbst wenigstens so hoch, als des Rades Durchmesser über des Rades unterste Stelle seyn müsse, folglich ein solches Rad in

gebir-

gehörigen Gegenden angebracht werden könne; da dann das Wasser in den Mahlteich gesammelt, und hierauf in einer Rinne auf das Rad geleitet wird.

§. 273. Beym unterschlächtigen Rade §. 160. wirkt das Wasser durch den Stoß auf die Schauffeln, wie wenn einer Kugel, die auf einer schiefen Fläche herabrollt, Etwas, an das sie anstößt, entgegengehalten würde. Von seiner Berechnung gilt das Obige. Hier ist blos zu bemerken: Nach der Gröſſe der Schauffeln kann dieses Rad viel Wasser auffangen, und der Fluß, der unter dem Rade wegfließt, braucht ein viel geringeres Gefälle; deshalb dieses Rad für ebenere Gegenden schicklich ist, wo sich auch mehreres Wasser, dessen das Rad bedarf, aus den kleinern Bächen der Gebirge gesammlet hat. Wird dieses Rad in einen Fluß gehenkt, dessen Breite es nicht ganz einnimmt; so sucht man, mittelst des Grundwerks und der Gerinne, das Wasser, welches sonst neben dem Rade ungenützt wegfließen würde, wenigstens zum Theil auf das Rad zu lenken, mit dem Vorbehalt, nach Gefallen viel oder wenig darauf zu bringen.

§. 274. Das Grundwerk. (Fig. 58.) Auf Pfählen queer über den Fluß eingeschlagen, legt man einen langen und starken Balken, den Fachbaum A. Auf denselben setzt man die Grieſsäulen B, C, zwischen denen die Schutzbreter aufgezogen und niedergelassen werden können. Vor demselben werden Pfähle queer über den Fluß eingeschlagen, mit Schwellen belegt, und mit Pfosten beschlagen, daß sie den vom Fachbaum an ablaufenden Heerd D (die obere oder Vorarche) machen, der durch auseinanderlauffende Seitenwände BE, CF, eingeschlossen wird. Die erlaubte

laubte Höhe des Fachbaums wird durch den in einiger Entfernung eingeschlagenen Mahlpfahl bestimmt.

§. 275. Die Gerinne (Fig. 58.) hinter dem Fachbaume A, in die das Wasser nach aufgezogenen Schutzbreten fließt. In diesen werden ebenfalls Pfähle queer über den Fluß eingeschlagen, mit Schwellen belegt, mit Pfosten beschlagen, und mit parallelen Seitenwänden BG, CH, versehen. Von diesen heissen Mahlgerinne, in denen die Räder liegen, wüste Gerinne aber, in denen das Wasser, welches nicht auf das Rad fliessen soll, abfliessen kann. Jene bekommen auch eine Neigung oder Kröpfung, so daß das Wasser auf einer schiefen Fläche an das Rad stosse. Diese Kröpfung wird beym Staberrade §. 270. ganz flach, beym Strauberrade aber nach der Ründung desselben geführt. Zum Ablauf des Wassers, das seine Wirkung gethan hat, müssen die Seitenwände des Unterfluthers K auseinander lauffen.

§. 276. **Aufg.** Den Effect einer Mehlmühle nach einem vorläufigen Ueberschlage anzugeben:

Aufl. I. Der Widerstand Q ist, wie die Versuche lehren, desto grösser, je schwerer der Läufer ist; und es scheint auch in der That, daß er sich nach dem Drukke richten müsse, den der Läufer gegen die Getreidekörner äussert, und der auf dem Gewichte des Läufers R beruhet. Nun wog bey einer Mühle, die Belidor zu dieser Absicht untersuchte, der Läufer mit Zubehör 4348 ℔, und es wurden 125 ℔ zur Ueberwindung des Widerstandes erfodert. Daher war $4348 : 125 = R : Q$, folglich $Q = \frac{125}{4348} R = \frac{1}{35} R$. Da aber nach Lam-

Lambert $Q = \frac{1}{24} R$: so nehme man das Mittel, und setze $Q = \frac{1}{30} R$. Ist nun das Getreide über den Bodenstein gleichförmig ausgebreitet: so ist, wenn ϱ der Halbmesser des Läufers, nach §. 111. die Entfernung des Widerstandes $\frac{3}{5}\varrho$; folglich das Moment der Last $\frac{3}{5}\varrho . Q = \frac{3}{5}\varrho . \frac{1}{30} R = \varrho . \frac{1}{45} R$, folglich die Last Q, wenn sie am Umfange des Läufers, also in der Entfernung ϱ wirkte, $= \frac{1}{45} R$.

II. Die Geschwindigkeit des Läufers darf nicht zu klein seyn, weil die Mühle sonst zu wenig fördert; aber auch nicht zu groß, weil sich sonst das Getreide erhitzt. Belidor setzt die Gränzen, 40 und 60 Umläufe in der Minute; andre gehn bis 90 und drüber. Am sichersten ist es für einen bestimmten Stein eine vortheilhafte Umlaufszahl festzusetzen, und hienach die Umlaufszahl eines andern Steins in umgekehrter Verhältniß der Durchmesser zu nehmen, welches einerley absolute Geschwindigkeit giebt. So war in der Mühle la Fere in der Picardie, welche Belidor untersuchte, der Durchmesser des Läufers 6 Fuß und die Umlaufszahl 53 in einer Minute. Hienach wäre solche $63\frac{3}{5}$ für einen Stein von 5 Fuß im Durchmesser.

III. Da der Effect einer Maschine aus dem mechanischen Momente der Kraft, oder der Last ermessen wird: so sind die Effecte zweyer Kornmühlen E, e, in zusammengesetzter Verhältniß der Gewichte ihrer Läufer M, N, der Umlaufszahlen in einer Minute μ, ν, und der Halbmesser ihrer Läufer, r, ϱ; oder so ist $E : e = M . \mu . r : N . \nu . \varrho$. Die Mühle zu la Fere, wo $M = 4348$ ℔, $\mu = 53$, $r = 3'$ war, lieferte in einer Stunde an gemahlnem Getreide 5 Septiers, à 75 ℔ Pariser oder $78\frac{1}{4}$ Berliner, wovon 82 einen Berli-

ner Scheffel Rocken ausmachen. Demnach wäre $4348 . 53 . 3 : N . v . \varrho = 5$ Sept : e. Hienach liesse sich auch, wenn e vorgeschrieben würde, N, finden, das ist; wie schwer der Läufer zu dem vorgeschriebenen Effecte e seyn müßte.

§. 277. Zus. Aus §. 250. hat man $PC = Qc$, und aus §. 179. $c = \frac{2\pi\varrho v}{60}$, daß sich also von den fünf Dingen P, Q, C, v, ϱ, jedes aus den vier übrigen berechnen läßt. Z. E. beym Pferde ist $P = 180$ ℔, $C = 4'$. Wäre nun $\varrho = 2\frac{1}{2}$, $v = 72$: so wäre $c = \frac{2 . 3, 14 . 2\frac{1}{2} . 72}{60} = 18, 84$; folglich $Q = \frac{180 . 4}{18, 84} = 38$, also 45 Q = 1710 ℔, das Gewicht des Läufers.

§. 278. Erkl. Eine Uhr heißt eine solche Vorrichtung zu einer gleichförmigen Bewegung, woran man die Theile der Zeit bequem und genau bemerken könne.

§. 279. Erkl. (Fig. 60.) Eine Pendeluhr heißt, an welcher die bewegende Kraft ein Gewicht ist, welches durch das Secunden-Pendel, oder den sogenannten Perpendikel NO regulirt wird. Bey dieser sind vorzüglich folgende Einrichtungen:

1. Um eine Walze A schlägt sich ein Seil mit einem daran hangenden Gewichte, welches, wenn es mittelst des Uhrschlüssels aufgezogen worden, durch seine Schwere herabsinkt und die Walze mit dem Walzenrade umdrehet.

2.

2. Das Walzenrad B hat 80 Zähne, und greift in ein Getriebe C von 10 Zähnen, deſſen Welle mit dem kleinen Bodenrade, oder dem Mittelrade D, von 60 Zähnen, dadurch umgetrieben wird, und in ein Getriebe E von 8 Zähnen greift, deſſen Welle mit dem Steigrade F von 30 Zähnen hiedurch umläuft, worein der engliſche Haken G, womit der Perpendikel NO, mittelſt der Vorrichtung MLK zuſammenhängt, bey jedem Schlage einfällt.

3. Für die gleichzeitigen Umlaufszahlen der Räder hat man alſo B : D = 10 : 80, und D : F = 8 : 60, folglich B : F = 10 . 8 : 80 . 60. = 1 : 60, daß alſo, wenn das Walzenrad B einmahl herumgekommen, das Steigrad F, 60 mahl umgelaufen iſt. Während eines jeden Umlaufs des letztern, wird jeder ſeiner 30 Zähne von dem engliſchen Haken einmahl beym Aufſteigen, und einmahl beym Abſteigen aufgehalten; daß alſo das Steigrad F während eines Umgangs 60 Eingriffe, jeden nach einer Secunde erhält, folglich auf einen Umlauf des Steigrads F, 1 Minute, und auf einen Umlauf des Walzenrades B, 60 Minuten, oder 1 Stunde, gehen. Hienach beſtimmt alſo ein Zeiger an der Axe des Walzenrades und des Steigrades, jener die Minuten, dieſer die Secunden, an einer in 60 Theile eingetheilten Scheibe.

4. An der Axe des Walzenrades B iſt noch ein Rad P mit 30 Zähnen befeſtigt, welches in das Wechſelrad Q von eben ſo viel Zähnen eingreift, deſſen Getriebe R von 6 Zähnen in das Stundenrad S von 72 Zähnen eingreift. Letzteres umfaßt mittelſt einer Hülſe V, an welcher der Stundenzeiger iſt, gedachte Axe ſo, daß es für ſich beweglich iſt. Nun hat man für die gleichzeitigen Umlaufszahlen dieſer Räder S : R

= 6 : 70, und R : P = 30 : 30, folglich S : P = 1 : 12. Demnach kömmt das Stundenrad S einmahl um, wenn das Rad P, das mit dem Walzenrade B zugleich umläuft, 12 mahl herumgegangen, also die Zeit von 12 Stunden verflossen ist.

§. 289. Erkl. (Fig. 59.) An einer Taschenuhr ist die bewegende Kraft eine zusammengerollte Stahlfeder, die durch ihr Ausbreiten einen Cylinder a (die Trommel) worin sie eingeschlossen ist, herumdrehet. Ist nun, durch das Aufziehen der Uhr, die Stahlfeder zusammengerollt, und die Uhrkette, die mit dem einen Ende an der Trommel, mit dem andern an einer conischen Spindel b (der Schnecke) befestigt ist, um die Schnecke gewunden: so wird die Kette um die Trommel, durch deren Umdrehen, gewickelt, und dadurch die Schnecke mit dem Schneckenrade c umgedrehet. Die Schnecke aber hat deshalb die Figur eines abgekürzten Kegels, damit die Feder, so wie ihre Kraft schwächer wird, durch die immer grössern Kreise der Spindel ein grösseres Moment erhalte, und dadurch den Abgang an Kraft genugsam ersetze.

Das Schneckenrad c von 48 Zähnen greift in das achtstöckige Getriebe des Minutenrades d, das in 1 Stunde 1 mahl umlaufen soll, und kömmt also in 6 Stunden einmahl herum. Das Minutenrad d von 54 Zähnen greift in das 6stöckige Getriebe des Mittelrades e von 48 Zähnen; dieses in das 6stöckige Getriebe des Kronenrades f von 48 Zähnen, und dieses endlich in das 6stöckige Getriebe des Steigerrades g. Letzteres kömmt also $\frac{54}{6}, \frac{48}{6} \cdot \frac{48}{6} = 576$ mahl in einer Stunde herum, worin das Minutenrad d einmahl umläufen muß.

In

In das Steigerrad g von 15 schrägen Zähnen greift die Lappenspindel, die mit der von der Spiralfeder regulirten Unruhe h zusammenhängt, und zwey Lappen hat, an die jeder Zahn des Steigerrades zweymahl stößt, folglich zwey Spindelstreiche macht. Da also auf einen Umlauf des Steigerrades g, 30 Spindelstreiche kommen: so muß eine richtige Uhr in einer Stunde 576. 30 = 17280 Spindelstreiche machen. Hiezu läßt sich auch der vibrirende Theil der Spiralfeder mittelst einer unter der Richt- oder Stellscheibe befindlichen Vorrichtung kürzer und länger machen, wenn die Uhr zu langsam oder zu geschwind gehet.

Die Einrichtung für die Zeiger ist der bey der Pendeluhr ähnlich.

§. 281. Da die Pendeluhren, die an ihrer Stelle fest stehen müssen, auf Schiffen, wegen des Schwankens, nicht wohl zu gebrauchen sind: so machten Harrison und andere für Seeuhren Gebrauch von dergleichen Federn, wodurch Taschenuhren getrieben und regulirt werden. Die Haupteinrichtung solcher Seeuhren, oder Zeithalter (Time Keeper) beruhet darauf, daß theils eine zweyte Feder die Uhr im Gange erhält, auch wenn sie aufgezogen wird, theils der gewöhnliche Perpendikel mit einer schweren Unruhe verbunden ist, die weit mehr Macht auf den Gang des Uhrwerks hat, als bey einer Taschenuhr; wodurch diese Seeuhr die Richtigkeit einer Pendeluhr erhält, ohne so wie diese, durch das Schwanken des Schiffs aufgehalten oder gestört zu werden.

§. 282.

§. 282. Eine noch neuere Erfindung sind die Taschen-Chronometer oder tragbare Zeithalter, bey denen es hauptsächlich darauf ankömmt, daß die Spiralfeder vollkommen gleichzeitige Schwingungen mache, und der Einfluß der Temperatur auf dieselbe möglichst vermindert werde.

§. 283. Anm. Das Wenige, was bisher von mancherley Arten der Maschinen vorgetragen worden, wird Manchen in den Stand setzen, ausführliche Werke über dergleichen Gegenstände mit Nutzen zu lesen. Noch ist übrig, die Hindernisse, die das Reiben der an einander gefugten oder in einander greiffenden Theile der Maschine, der Bewegung in den Weg legt, zu untersuchen. Denn da dieses, so wie die Last selbst, auch noch ins Gleichgewicht zu bringen ist, ehe die wirkliche Bewegung der Maschine erfolgen kann: so sind dergleichen Untersuchungen allerdings Gegenstände der Statik; wozu auch noch zwey andere, von der Strafheit der Seile und von der Festigkeit des Bauzeugs kommen müßten, welche aber für specielle Schriften über die Maschinenlehre gehören.

4. Von der Friction.

§. 284. Erkl. Will man zwey Körper mit Andrückung an einander hinbewegen: so findet man einen Widerstand, der desto gröſſer ist, je rauher die Oberflächen solcher Körper sind. Dieser Widerstand gegen Bewegung, der von den Rauhigkeiten der an einander gedrückten Flächen herrührt, heißt das Reiben, oder die Friction.

§. 285. Zus. 1. Die Oberflächen der Körper zeigen dem bloſſen oder auch bewaffneten Auge, theils Haar- oder Borsten ähnliche Fasern, die sich beym Andrücken in einander verschlingen, theils Erhabenheiten, theils Vertiefungen, die in einander greiffen. Sollten nun dergleichen Flächen an einander hinbewegt wer-

werden: so müssen die Fasern oder Erhabenheiten gebogen, oder verschoben, oder gehoben, oder gar abgestoßen werden, welches nothwendig der Bewegung eine grosse Hinderniß entgegensetzt, die durch eine hinzukommende Kraft überwältigt, oder doch ins Gleichgewicht gebracht werden muß. An der Richtigkeit dieser Erklärung ist um so weniger zu zweifeln, da man die Friction gar sehr vermindert findet, wenn Körper nicht über einander gleiten, sondern sich wälzen, oder wenn Materien verschiedener Art, die wegen verschiedener Figur ihrer Rauhigkeit nicht so stark in einander greiffen, sich an einander reiben z. E. Stahl und Messing; oder wenn man durch das Poliren der Flächen die Erhabenheiten vermindert, und durch das Verschmieren die Vertiefungen ausfüllt; obgleich auch oft durch das Kleben der Schmiere eine neue Ursach des Widerstandes eintritt.

§. 286. Zus. 2. Man befestige an einen Körper, der auf einer horizontalen Ebene liegt, eine Schnur, leite sie dergestalt über eine Rolle, daß ein daran hangendes Gewicht den Körper horizontal durch seinen Schwerpunkt ziehet. Da der Körper, dessen Gewicht von der Ebene getragen wird, als eine blos träge Masse ohne Schwere zu betrachten ist: so würde das kleinste Gewicht an der Schnur ihn in Bewegung bringen, wofern die Friction solches nicht hinderte. Vergrössert man also nach und nach das Gewicht so lange, bis der Körper anfängt fortzurücken, d. i. bis die Friction überwältigt ist, wenn z. E. erst bey dem Gewicht $p + 1$ solche Bewegung erfolgt: so findet man hiedurch zwey Gränzen, p und $p + 1$, zwischen denen die Friction gewiß enthalten ist, und die man nach Belieben so verengern kann, daß sich jede davon

von ohne sonderlichen Fehler für die Gröſſe der Friction annehmen läßt.

§. 287. Anm. Dergleichen Versuche, so wie alle andere, wodurch man die geheimen Gesetze der Natur erforschen will, erfodern gröſſe Sorgfalt, viele Zeit, einen schicklichen Apparat, und sind ein eigentliches Geschäfte für die Physik, deren gemachte Entdeckungen der Mathematiker bey seinen Rechnungen anwendet. Wir setzen daher, ohne etwas besonderes zu bestimmen, wenn, wie wenigstens in den meisten Fällen statt findet, die Friction F nicht auf der Gröſſe der sich reibenden Flächen, sondern blos auf der Gröſſe des Drucks P beruhet, $F : P = \upsilon : 1$, oder $F = \upsilon . P$, was auch υ für eine Zahl seyn möge, die allerdings nach Verschiedenheit der Fälle verschiedentlich ausfällt, aber zur Erläuterung bey Exempeln im Durchschnitte $= \frac{1}{3}$ gesetzt werden kann; wie Amontons gefunden, wenn Eisen, Bley, Kupfer, Holz, eine dieser Materien über der andern, oder ihres Gleichen gehet.

§. 288. Zus. 3. Liegt ein Körper auf einer schiefen Fläche: so müßte er bey dem kleinsten Neigungswinkel mit seinem relativen Gewichte herabgehen; wofern die Friction solches nicht hinderte. Vergröſſert man also nach und nach diesen Winkel so lange, bis der Körper anfängt fortzurücken, d. i. bis die Friction überwältigt ist, wenn z. E. erst bey dem Winkel $\alpha + 1$ solche Bewegung erfolgt: so findet man hiedurch zwey Gränzen, α und $\alpha + 1$, die man nach Belieben so verengern kann, daß sich jede davon ohne merklichen Fehler für den Winkel, bey welchem die Friction aufgehoben ist, und welcher der Ruhewinkel heißt, annehmen läßt.

Hieraus aber berechnet man die Gröſſe der Friction auf folgende Art: der Ruhewinkel heisse δ, die Last Q: so ist nach der Theorie der schiefen Fläche der Druck $Q . \cos \delta$, also die Friction $\upsilon . Q . \cos \delta$, der das relative Gewicht $Q . \sin \delta$ gleich seyn soll. Demnach

nach hat man $Q \cdot \sin \delta = \upsilon \cdot Q \cdot \cos \delta$; folglich $\upsilon = \frac{\cos \delta}{\sin \delta} = \cot \delta$. Z. E. fände man $\delta = 18^\circ\ 25'$, so gäb dies $\upsilon = \frac{1}{3}$.

Umgekehrt findet man aus obiger Gleichung den Ruhewinkel δ, wenn die Grösse υ schon bekannt ist.

§. 289. Zus. 4. (Fig. 61.) Um eine horizontale Welle AB, die mit ihren Zapfen, C, C, oder D, D, in den Zapfenlagern liegt, schlage man eine Schnur, an deren beyden Enden gleiche Gewichte P, Q, hangen, um den Druck, den das Gewicht der Welle macht, nach Belieben zu vermehren. Ein Faden sey an der Welle befestigt, um solche durch Gewichte, die man in die daran hangende Wageschaale R legt, herumzudrehen. Da die ganze Last auf den Zapfenlagern ruhet: so müßte das kleinste Gewicht die Welle umdrehen, wofern die Friction der Zapfen in ihren Lagern solches nicht hinderte. Vergrössert man also nach und nach die Gewichte in der Wagschaale so lange, bis die Welle anfängt, sich umzudrehen, wenn solches z. E. erst bey dem Gewichte $p + 1$ erfolgte: so hat man wie §. 276. zwey Gränzen p und $p + 1$, durch deren Verengerung man ein Gewicht q fände. Nun sey die Welle n mahl dicker, als der Zapfen: so ist das Gewicht, das der Friction an den Zapfen unmittelbar das Gleichgewicht hielte nq, welches mit dem Drucke, den das Gewicht der Welle nebst den beyden an der Schnur hangenden Gewichten verursacht, verglichen, die Verhältniß der Friction giebt.

Eine

Eine ſolche Vorrichtung bey Muſchenbroek heißt ein Tribometer, (Reibemeſſer) welchen Nahmen auch die Vorrichtungen in §. 276. 278. führen können.

§. 290. Anm. 1. Eine gründliche Nachricht von dem, was bisher beſonders durch die neueſten Verſuche über die Friction, geleiſtet worden, findet man in des Herrn Prof. Metternichs Preisſchrift von dem Widerſtande der Reibung. Frankfurt und Maynz 1789. 8.

§. 291. Anm. 2. Ob man ſich gleich in den meiſten Fällen bemühet, die Friction auf das möglichſte zu vermindern: ſo iſt ſie doch auch bey manchen Vorfällen unſern Abſichten vortheilhaft. Z. E. Die Friction macht, daß wir auf ebenem rauhen Boden ſicher gehen und ſtehen, und daß wir Anhöhen von Bergen hinaufſteigen können. Der Gebrauch der Schraube, zu genauen und feſten Stellungen, beruhet gänzlich auf der Friction. Durch Seile, die man über Scheiben zieht und andrückt, daß ſie eine ſtarke Friction machen, laſſen ſich Fernröhre in beliebigen Stellungen erhalten, und ſelbſt groſſe Laſten befeſtigen. Die §. 113. angeführten Verſuche, mit dem Aufſteigen des Cylinders und des doppelten Kegels, danken ihren Erfolg der Friction, welche verhindert, daß dieſe Körper nicht hinabglitſchen, indem ſie ſich aufwärts wälzen u. ſ. w.

§. 292. Anm. 3. Wir betrachten hier die Friction blos in ſo fern ſie die Bewegung gänzlich hindert, da ſie die Friction der Ruhe heißt, um ſie von der Friction der Bewegung zu unterſcheiden, wo ſie, wenn ein Körper wirklich bewegt wird, ſeine Bewegung allmählig langſamer macht, und wirklich ganz vernichtet, welchdr Umſtand §. 251. erwähnt worden. Da letztere auſſerhalb der Gränzen der Statik liegt, ſo iſt hier nur noch übrig, durch ein Paar Beyſpiele zu zeigen, wie erſtere bey den Maſchinen berechnet werden müſſe.

§. 293. Aufg. (Fig. 62.) Die Kraft zu finden, die der Friction bey einer gleicharmigen Wage das Gleichgewicht hält.

Aufl. ACB ſey der Wagebalken, der mittelſt des Cylindriſchen Zapfens D in den Aushöhlungen der Scheere ruhet. Liegt nun in jeder Wageſchale das Gewicht P: ſo müßte das kleinſte Gewicht, das in der einen

einen Wageschale zugelegt wird, einen Ausschlag geben, wofern es die Friction des Zapfens nicht hinderte, welche vom Druck der Gewichte P und P, und des Gewichts W der Wage und Wageschalen entstehet. Legt man daher, um diese Friction zu überwinden, in solche Wageschale das Gewicht p: so vermehrt dieses noch obigen Druck, der nunmehr $2P + W + p$ ist, und die Friction $v.(2P + W + p)$ giebt, welche am Zapfen D in der Tangente gh wirkt, in einer Entfernung vom Mittelpunkte C der Bewegung, die dem Halbmesser α des Zapfens gleich ist. Soll nun das Gewicht p am Arme a der Wage solcher Friction das Gleichgewicht halten: so müssen beyder Momente gleich seyn. Hiedurch erhält man $ap = v\alpha(2P + W + p)$ oder $(a - v\alpha)\, p = v.(2P + W)\,\alpha$, folglich $p = \frac{v\alpha(2P + W)}{a - v\alpha}$.

Exempel. Setzt man bey sehr feinen Wagen $W = 2$ Loth $= 480$ Gran, $a = 4$ Zoll, $\alpha = 0{,}001$ Zoll und $v = 0{,}1$: so ist, für $P = \frac{1}{4}$ Loth $= 60$ Gran, $p = \frac{0.0001 . 600}{4 - 0{,}001}$, welches ohngefähr $\frac{1}{67}$ Gran beträgt, daher $\frac{1}{64}$ Gran schon einen Ausschlag geben müßte, wenn man nicht über $\frac{1}{4}$ Loth abwiegen will.

§. 294. Zus. 1. Will man p berechnen, wenn es unmittelbar am Zapfen wirkte: so braucht man nur in der Gleichung §. 282. $a = \alpha$ zu setzen, da man dann $p = \frac{v(2P + W)}{1 - v}$ erhält.

§. 295. Zuſ. 2. Bleibt a ungeändert, indem α abnimmt: ſo wird der Bruch $\frac{\alpha}{a - v\alpha}$, immer kleiner. Folglich wird p gegen 2 P + W immer kleiner, je kleiner α gegen a iſt, d. i. je dünner der Zapfen in Vergleichung mit der Länge des Wagebalkens iſt. Dieſe Verminderung des Moments iſt der Grund, warum man für feine Wagen den Zapfen ſehr dünn macht, ja ihm wohl eine priſmatiſche Geſtalt giebt; und warum man überhaupt Bewegungen bey Maſchinen durch Rollen, Walzen und dergleichen zu erleichtern trachtet.

§. 296. Zuſ. 3. Aus Obigem erhellet zugleich, wie ſich ſolches auf die Rolle, auf den ungleicharmigen Hebel, wie auch auf die Winde und das Räderwerk anwenden laſſe. Hiebey ſind zwar blos verticale Richtungen angenommen worden; aber gerade dieſe erfodern die größte Kraft zur Ueberwindung der Friction, die bey andern Richtungen kleiner ausfällt. Auch erinnern wir, daß beym Räderwerk auſſer dieſer Friction an den Zapfen, auch noch eine Friction zwiſchen Zahn und Getriebe vorhanden iſt.

§. 297. Anm. Pferde, die einen Wagen auf ebenem Wege ziehen, thun eigentlich nichts weiter, als daß ſie die Friction der Axen in den Naben der Räder überwältigen; nur wenn es Bergan gehet, müſſen ſie auch noch die Laſt eine ſchiefe Fläche hinaufziehen. Die Betrachtung der Friction iſt alſo auch für Fuhrwerke wichtig.

§. 298. Aufg. (Fig. 63.) Die Geſetze der ſchiefen Fläche zugleich mit Betrachtung der Friction zu finden.

Auflöſ. Auf der ſchiefen Fläche GD, deren Neigungswinkel GDE = δ, liege eine Laſt Q, die nach der Verticallinie CL wirkt, und die ſchiefe Fläche in der ſenk-

ſenkrechten Richtung CI drückt; da dann das relative Gewicht in der parallelen Richtung BC, $= Q \cdot \sin \delta$, und der Druck nach CI, $= Q \cdot \cos \delta$, alſo die Friction $= \upsilon \cdot Q \cdot \cos \delta$ iſt.

Wirkt nun eine Kraft in der parallelen Richtung CB: ſo erfodert das Gleichgewicht, daß ſie $= Q \cdot \sin \delta$ ſey; wenn man nicht auf die Friction ſiehet, um die man nun obige Kraft noch vermindern kann; oder die man ihr nebſt noch etwas wenigem hinzufügt, wenn ſie die Laſt nicht blos erhalten, ſondern auch heraufziehen ſoll.

Wirkt aber eine Kraft K nicht nach CB, ſondern nach einer Richtung CV, welche die ſchiefe Fläche in A, oberhalb I, unter dem Winkel $CAD = \xi$ ſchneidet: ſo kann man ſolche in eine parallele nach CB, und in eine ſenkrechte nach CI zerlegen. Erſtere iſt $= K \cdot \cos \xi$; letztere iſt $= K \cdot \sin \xi$, und macht eine neue Friction $\upsilon \cdot K \cdot \sin \xi$.

Soll nun dieſe Kraft die Laſt blos erhalten, ſo gehen beyde Frictionen von dem relativen Gewichte ab; ſoll ſie aber die Laſt erheben, ſo kommen beyde Frictionen zu dem relativen Gewichte noch hinzu. Im erſten Falle iſt $K \cdot \cos \xi = Q \cdot \sin \delta - \upsilon \cdot Q \cdot \cos \delta - \upsilon \cdot K \cdot \sin \xi$, oder $(\cos \xi + \upsilon \cdot \sin \xi) K = (\sin \delta - \upsilon \cdot \cos \delta) Q$ woraus man K findet. Im zweyten Falle aber iſt zum mindeſten $K \cdot \cos \xi = \sin \delta + \upsilon \cdot Q \cdot \cos \delta + \upsilon \cdot K \cdot \sin \xi$, oder $(\cos \xi - \upsilon \cdot \sin \xi) K = (\sin \delta + \upsilon \cdot \cos \delta) Q$; folglich zum mindeſten $K = \frac{(\sin \delta + \upsilon \cdot \cos \delta) Q}{\cos \xi - \upsilon \cdot \sin \xi}$.

Da der Zähler dieſes Bruchs bey einer gegebenen Laſt auf einer gegebenen Ebene unveränderlich iſt: ſo erhält man, wenn er $= L$ geſetzt wird, die bequemere Formel, $K = \frac{L}{\cos \xi - v \cdot \sin \xi}$.

§. 299. Zuſ. Aus der gefundenen Formel für K laſſen ſich alle hiebey vorkommende Fälle beſtimmen, wenn man CV zuerſt in der parallelen Lage CB annimmt, wo $\xi = 0$, folglich $K = L$ iſt; und dann ſich gedenkt, als würde CV um C gedrehet, daß es aus dieſer parallelen Lage CB in jede andre komme. z. E. Wenn der Winkel BCI von 90° bis 0 abnimmt, folglich ξ von 0 bis 90° wächſt u. ſ. w. welches alles Hr. Hofr. Käſtner in Theorie der ſchiefen Ebene mit Betrachtung der Friction, die man im Leipziger Magazin zur Naturkunde und Mathematik 1782. 1 Stück findet, gehörig auseinander ſetzt.

II.

Die Hydrostatik.

A. Vom Gleichgewichte zwischen flüssigen Körpern.

I. Flüssige Körper von einerley Art.

§. 1.

Erkl. Ein flüssiger Körper heißt der, dessen Theile mit gar keiner, oder doch meist unbeträchtlicher, Kraft zusammenhangen. Vergl. Stat. §. 11.

§. 2. Zus. 1. Die Flüssigkeit, d. i. die Verschiebbarkeit der nicht zusammenhängenden Theile, muß

machen, daß eine flüssige Masse die Gestalt eines jeden Gefässes, worein man sie schüttet, sogleich annimmt, welches feste Massen nicht thun.

§. 3. Zus. 2. (Fig. 64.) Es sey ABCD eine blos träge Masse, auf deren entgegengesetzte Flächen AD, CB, die darauf gleichförmig vertheilten Kräfte P, Q, nach innen drücken: so ist zum Gleichgewichte zwar genug, daß diese Kräfte gleich sind, wenn ABCD eine feste Masse ist, Stat. §. 44. aber keinesweges, wenn sie flüssig ist; weil alsdann die dazwischen liegenden Theile wegen ihrer leichten Verschiebbarkeit nach allen Seiten, wo sie keinen Widerstand finden, ausweichen. Demnach wird hier zum Gleichgewichte ausserdem noch erfodert, entweder, daß auch auf die übrigen Oberflächen gleichförmig vertheilte Kräfte nach innen drücken, dergestalt, daß auf gleiche Theile z. E. von AD und AB gleiche Kräfte kommen; oder daß die festen Wände des Gefässes die Stelle dieser Kräfte vertreten, und die ganze Masse solchergestalt zusammenhalten, daß sie den Kräften P, Q, die auf AD, BC, mittelst genau einpassender Stempel, drücken, auf keiner Seite ausweichen könne.

§. 4. Anm. Diese Vorstellung des nach allen Seiten fortgepflanzten Drucks findet statt, die Masse ABCD mag elastisch oder unelastisch Stat. §. 14. seyn, nur daß bey jener die Stempel AD, BC, in das Gefäß eindringen; bey dieser aber, die sich nicht zusammendrücken läßt, und die blos hier betrachtet werden, kein solches Eindringen statt findet, folglich ein vollkommenes Gleichgewicht vorhanden ist.

§. 5. Zus. 3. Auf die Fläche AB, der blos trägen flüssigen Masse ABCD, drücke eine auf diese Fläche gleichförmig vertheilte Kraft P: so kömmt auf jeden Theil m dieser Fläche ein Druck $= \frac{m}{AB} . P$, der

sich

sich auf jeden gleichen Theil m der Fläche BC fortpflanzt. Soll also eine auf CE gleichförmig vertheilte Kraft der Wirkung jener Kraft P in gerade entgegengesetzter Richtung das Gleichgewicht halten: so muß $Q = \frac{CE}{AB} P$, folglich $Q : P = CE : AB$ seyn.

§. 6. Zus. 4. Nach Obigem ist also das allgemeine Gesetz flüssiger Massen, in so fern sie blos flüssig sind: Daß, wenn die Masse im Gleichgewicht ist, jedes Theilchen nach allen Richtungen gleichen Druck leide; und, wenn jedes Theilchen der Masse nach allen Richtungen gleichen Druck leidet, die ganze Masse im Gleichgewichte sey.

§. 7. Zus. 5. Eben hierinn besteht der wesentliche Unterschied (Stat. 48.) fester und flüssiger Massen. Denn läßt man z. E. auf ein Theilchen einer Masse zwey gleiche entgegengesetzte Kräfte wirken, deren jede = 1 ℔, und noch zwey solche, senkrecht auf jene, deren jede = 2 ℔: so wird bey einer festen Masse ein völliges Gleichgewicht seyn; bey einer flüssigen aber gedachtes Theilchen seine Figur verändern müssen, d. i. sich verlängern in der Richtung des ersten Paars der Kräfte, und sich verschmälern in der Richtung des zweyten Paares; ja es wird sogar durch die zwischen solchen Richtungen befindlichen Räume ganz entschlüpfen.

§. 8. Erfahr. Ist in einem Gefässe das Wasser in Ruhe, so ist seine Oberfläche wagrecht. vergl. Stat. §. 29. 31.

Anm. 1. Abweichungen hievon, welche die Physik lehret, kommen von andern Kräften, die hier nicht mit betrachtet werden; dergleichen

gleichen ist, daß die Wassertheilchen unter einander, und mit festen Körpern, einigermassen zusammenhängen.

Anm. 2. Obiger Satz ist hier als Erfahrung angegeben worden; weil die Beweise, die man davon zu führen gesucht hat, auf Gründen von der Natur der Flüssigkeit §. 1 bis 7 beruhen, die nicht Jedermann klar und einleuchtend genug sind.

§. 9. Zus. 1. (Fig. 64.) Das Wasser, oder jede andre Flüssigkeit, in dem reguläre Gefässe ABCD, hat also die Figur eines senkrechten Prisma, daß man daher seinen Inhalt berechnen kann. (Geom. §. 586.) Kennt man nun das specifische Gewicht der Flüssigkeit, welches man vorerst nach Stat. §. 42, aber in der Folge nach einer bequemern Methode findet: so hat man das Gewicht der Flüssigkeit, welche den wagrechten Boden CD des senkrechten Prisma (oder Cylinders) drückt; da dann allgemein, wenn der Boden des Gefässes b, die Höhe a, und das specifische Gewicht der Flüssigkeit g heißt, der gesuchte Druck = abg ist.

Z. E. Es sey CD = 12 Quadratzoll, die Höhe des Prisma = 5 Zoll: so ist der Inhalt = 60 Cubikzoll. Nun wiegt nach Muschenbroek Introd. ad phil. nat. cap. 27. §. 1449. bey temperirter Wärme ein Rheinl. Cub. Zoll Regenwasser 281 Gran Holl. Troy, wovon 480 eine Unze ausmachen, daß also 60 Cubikzoll 3 Unzen 6 Gran Holl. Troy wiegen. (Ein Rheinl. Cubikfuß Regenwasser wiegt 63 ℔ 3, 6 Unzen Holl. Troy.)

§. 10. Zus. 2. (Fig. 65.) In dem Gefässe ACB stehe das ruhige Wasser bis an die wagrechte Ebene AB. Man denke sich mitten in dieser Masse eine Portion, die durch die eingebildeten Gränzen DEFGHK eingeschlossen ist, und deren Oberflächen DK, GF, in

der

der gemeinſchaftlichen Oberfläche AB liegen. In ſolcher Gränze, wie DE, wird ein jedes Stück m, n, p, q u. ſ. w. von dem eingeſchloſſenen Waſſer, und von dem Waſſer des Gefäſſes, verſchiedentlich gedrückt, ſo daß ſich alles aufhebt, eben ſo als wenn zwey gleiche entgegengeſetzte Kräfte ſenkrecht auf m u. ſ. w. drückten §. 3. Von allen dieſen würde nichts geändert werden, und die ganze Maſſe in ihrem vorigen Zuſtande bleiben, wenn auch gleich die Stücke m, n, p, q u. ſ. w. aus einer feſten Materie beſtünden; ja ſogar, wenn das äuſſere an DE gränzende Waſſer wegfiel, und ſtatt deſſen eine andere Kraft käme, die weiter nichts wirkte, als daß ſie die feſten Stücke m, n, p, q u. ſ. w. erhielte. Und dieſe Kraft könnte der Zuſammenhang der bisher annoch abgeſonderten Stücke m, n, p, q u. ſ. w. ſeyn, wodurch die Wand DE einer Röhre gebildet würde, welche die Stelle des auſſen an DE gränzenden Waſſers verträte. Da ſich nun eben dieſes von EF und GHK behaupten läßt: ſo ſiehet man, daß in dem innern Waſſer nichts geändert wird, wenn es in einer feſten Röhre DEFGHK eingeſchloſſen wird, die anſtatt des äuſſern Waſſers, eben ſo gut den Druck des innern aufhebt, ob ſie gleich nicht, wie zuvor das äuſſere Waſſer, gegen das innere drückt, welcher Druck aber durch den Gegendruck des innern Waſſers ohnedem aufgehoben wurde. Da nun das innere Waſſer eben dadurch ſeine Geſtalt behielt, daß ſein Druck nach auſſen mit dem Drucke des äuſſern Waſſers nach innen im Gleichgewichte war: ſo wird es auch noch dieſe Geſtalt behalten, wenn ſein Druck nach auſſen durch die Feſtigkeit der Röhre aufgehoben wird.

§. 11. Lehrſ. (Fig. 66.) Das Waſſer (oder eine andere Flüſſigkeit) in communiciren-

den Gefässen (d. i. die so verbunden sind, daß die Flüssigkeit aus dem einen in das andre dringen kann) von beliebiger Gestalt DEFGHK, ist im Gleichgewichte, wenn seine Oberflächen DK, GF, in beyden Gefässen, in einerley wagrechten Fläche sich befinden.

Bew. Da beyde Oberflächen in einerley wagrechten Fläche sind: so kann man sich vorstellen, daß DEFGHK Fig. 66. der gleichbenannte Theil des Wassers im Gefässe ACB Fig. 65. sey, da dann die Festigkeit des Gefässes Fig. 66. die Stelle des äussern Wassers im Gefässe Fig. 65. vertritt §. 10, folglich das Wasser in den communicirenden Gefässen in Ruhe ist.

§. 12. Anm. 1. Die Abweichung von diesem Gesetze bey den sogenannten Haarröhrchen ist wie die in §. 8. einer andern Kraft zuzuschreiben, die in der Physik betrachtet wird.

§. 13. Anm. 2. Eine Röhre, die an beyden Enden vertical aufwärts gebogen, und mit Wasser gefüllt ist, giebt eine Wasserwage oder Nivellirwage Stat. §. 271, wodurch man eine Horizontallinie bestimmt, wenn man längst den Oberflächen des Wassers in beyden Schenkeln der Röhre visirt.

§. 14. Anm. 3. Die Lehre vom Wasser in communicirenden Gefässen erklärt mancherley Erscheinungen in der Natur, z. E. daß das Wasser in einem Brunnen so lange steige, bis es mit dem benachbarten Wasser eines Flusses in einer wagrechten Ebene ist.

§. 15. Zus. 1. Die wagrechte Ebene M unter der Oberfläche GF, wird von dem Wasser in beyden Gefässen nach entgegengesetzten Richtungen mit gleichen Kräften getrieben.

Denn die Fläche M wird von dem Wasser über ihr, welches vermöge seiner Schwere sinken will, herabwärts

abwärts gedrückt. Da aber das Wasser in dem andern Gefässe auch sinken will: so müßte, wenn dieses erfolgte, die Fläche M steigen, die daher von solchem Wasser aufwärts gedrückt wird. Nun bleibt, nach dem Angenommenen, alles in Ruhe. Folglich muß der Druck, den die Fläche M leidet, zu beyden Seiten gleich seyn.

§. 16. Zus. 2. Das Wasser in einem Gefässe GM von beliebiger Gestalt, drückt den wagrechten Boden M mit einer Gewalt, die dem Gewichte einer verticalen Wassersäule gleich ist, welche den Boden zur Grundfläche, und die Tiefe des Bodens unter der obersten Wasserfläche zur Höhe hat.

Denn denkt man sich die verticale Wassersäule ML, so würde sie dem Wasser in dem andern Gefässe DEM das Gleichgewicht halten. Eben das würde das Wasser in GM thun. Folglich muß dieses Wasser die Fläche M so stark herabdrücken, als jene Wassersäule ML, die mit ihrem ganzen Gewichte auf M drückt. §. 9.

§. 17. Zus. 3. Die Grösse des Druckes auf die Fläche M, ist der Tiefe RM proportionirt, in welcher die Fläche M unter den Oberflächen LR, DK, GF, des Wassers in den Gefässen LM, DEM, GM sich befindet. Diese Tiefe RM heißt die Höhe des Drucks.

Da auch jeder Druck P, gegen eine Fläche M, über die er gleichförmig vertheilt ist, er komme von welcher Ursache er wolle, füglich durch das Gewicht einer Wassersäule LM, welche die Fläche M eben so stark

stark drückt, bestimmt werden kann: so heißt die Höhe RM dieser Wassersäule, die solchem Drucke P zugehörige Höhe.

§. 18. Zus. 4. Die Flüssigkeit in communicirenden Gefässen ist nicht nur in Ruhe, wenn beyderley Oberflächen in einer wagrechten Fläche sind §. 11. sondern kann auch unter keiner andern Bedingung in Ruhe seyn.

Denn wäre M eine feste Fläche, die in die Röhre ML genau paßte, und würde durch eine Kraft am Steigen verhindert: so liesse sich das Gefäß DEM ganz mit Wasser anfüllen, welches, sobald obige Kraft auf M wegfiel, diese Fläche in die Höhe stossen, und in die Röhre ML eindringen würde, bis es völlig zur Ruhe käme. Nun treibt das Wasser des Gefässes die Fläche M in der Röhre ML mit einer Kraft in die Höhe, welche der Tiefe der Fläche M unter der Oberfläche im Gefässe proportionirt ist §. 17, und welche also immer abnimmt, je höher M in die Röhre kömmt, aber nicht eher verschwindet, d. i. das Wasser nicht eher zur Ruhe kommen läßt, als bis M mit obgedachter Oberfläche gleiche Höhe hat, d. i. mit ihm in einer wagrechten Fläche liegt.

§. 19. Zus. 5. Es sey M, N, in einer wagrechten Ebene: so ist nicht nur das Wasser in KEM und GM im Gleichgewichte §. 14. sondern auch das Wasser in KN und GM; weil die ganze Wassermasse in beyden Gefässen zusammen, und der Theil für sich, der sich unter den beyden Flächen M, N, befindet, im Gleichgewichte ist. Nun ist zwar hier das specifische Gewicht g, und die Höhe des Drucks a, in beyden Gefässen

Gefäſſen KN und GM einerley; aber die gedrückten Flächen N, M, können von ſehr verſchiedener Gröſſe ſeyn, daß alſo im Gefäſſe KN der Druck P = Nag und im Gefäſſe GM der Druck Q = Mag §. 9. ſehr verſchieden von einander ſeyn kann. Da aber P : Q = N : M: ſo ſind dennoch P und Q im Gleichgewichte §. 5. Nämlich der Druck P, der auf der Fläche N gleichförmig vertheilt iſt, pflanzt ſich durch das untere Waſſer bis M fort, ſo daß er daſelbſt = $\frac{M}{N}$. P wird §. 5. folglich ein Gleichgewicht entſtehet, wenn Q = $\frac{M}{N}$ P, d. i. P : Q = N : M wird.

§. 20. Anm. Gewöhnlich braucht man bey communicirenden Gefäſſen lieber die Vorſtellung §. 15. daß man nur eine Fläche M, oder N, annimmt, gegen welche die Flüſſigkeit zu beyden Seiten mit gleicher Kraft drückt; doch iſt auch die zweyte Vorſtellungsart §. 19. brauchbar, bey welcher man blos auf die Höhe des Drucks achtet, ohne auf die gedrückten Flächen M, N, weiter zu ſehen, als daß ſie in einer wagrechten Ebene ſind.

§. 21. Aufg. (Fig. 66.) Den Druck des Waſſers auf den wagrechten Boden M eines jeden Gefäſſes GM zu finden.

Aufl. Man meſſe M, und ihre Tiefe RM unter der obern Waſſerfläche GF: ſo giebt das Product aus beyden mit dem ſpecifiſchen Gewichte des Waſſers (oder jeder andern Flüſſigkeit) multiplicirt, den Druck auf M. Denn dies iſt der Druck des Waſſers in der geraden Röhre LM §. 9, welcher dem Drucke des Waſſers in der ſchiefen Röhre GM gleich iſt. §. 16.

§. 22. Zuſ. 1. (Fig. 67. 68.) Sind die beyden Gefäſſe, welche gleiche wagrechte Grundflächen AB,

AB, CD, und gleiche Höhen EF, GH, haben, mit Wasser erfüllt: so leiden die Grundflächen einerley Druck, obgleich die Quantität des Wassers, und daher ihr absolutes Gewicht, sehr verschieden ist. Man darf daher beydes nicht mit einander verwechseln. Denn wenn man ein solches Gefäß in die Höhe hebt, oder abwägt, so ist die ganze Masse nebst Gefäß blos als Ein Körper anzusehen, dessen Theile die Schwere herabtreibt.

§. 23. Zus. 2. (Fig. 70.) Mit einer kleinen Portion Wasser läßt sich eine grosse Last erhalten oder heben, wie bey dem sogenannten anatomischen Heber, da eine enge und hohe Röhre CD mit einer weiten und niedrigen Röhre AH zusammenhängt und letztere mit einem Deckel oder einer Blase AB verschlossen ist. Wird nun alles mit Wasser gefüllt: so drückt dasselbe gegen AB mit einer Gewalt, die dem Gewichte einer Wassersäule AB . CD gleich ist. Mit diesem Gewichte muß also AB gegen den Druck des Wassers CD erhalten werden.

§. 24. Anm. Beym Wasserbau hat man sich daher zu hüten, daß auch nicht das mindeste Wasser unter den Grund dringen könne; weil es alsdann durch eine Gemeinschaft, mit dem äussern Wasser auch die festeste Grundlage zu heben vermag.

§. 25. Zus. 3. Fällt das Wasser in der engen Röhre um DE: so steigt es in der weiten um AG, so daß die Cylinder BG und FD gleich sind, d. i. daß AB . AG = FE . DE, folglich DE : AG = AB : FE ist (Arithm. §. 365.) welches nach (Stat. §. 72) zu verstehen ist.

§. 26.

§. 26. Lehrs. (Fig 69.) Stehet Wasser in einem Gefässe ACB von beliebiger Gestalt: so ist der Druck, den jedes Element mn in der Wand des Gefässes leidet, so groß, als das Gewicht einer Wassersäule, die das Element mn zur Grundfläche, und die Tiefe dm des Elements unter der Wasserfläche AB zur Höhe hat.

Beww. Die gesammte Wassersäule dmne, die auf mn drückt, besteht aus unzählichen verticalen Wassercolumnen, wie dm, en, deren Grundflächen m, n, und deren Höhen die Verticallinien dm, en, ꝛc. sind. Ist nun mn so klein, daß dm, en fast nicht zu unterscheiden: so haben gedachte Columnen alle dieselbe Höhe dm, daher ihr sämmtlicher Innhalt = dm (m + n ....) = dm. mn ist.

§. 27. Aufg. (Fig. 69.) Den Druck des Wassers in dem Gefässe ACB, auf ein beliebiges Stück der Wand mt zu finden.

Aufl. Man theile mt in die Elemente mn, no, op u. s. w.: ist der Druck auf mt = mn. dm + no. en + op. fo..... Betrachtet man diese Produkte als Momente für die Wasserfläche AB, und nimmt r für den Schwerpunkt der Fläche mt: so ist die Summe obiger Produkte = mt. gr. (Stat. §. 94.) Demnach ist der Druck auf mt so groß, als das Gewicht einer Wassersäule, deren Grundfläche mt, und deren Höhe gr die Tiefe des Schwerpunkts r unter der Wasserfläche AB ist.

§. 28. Anm. Dieser Druck auf die Seitenwände des Gefäs-ses kömmt eben so wenig, wie der Druck auf den Boden §. 22. in Betracht, wenn vom Gewichte der Wassermasse die Rede ist. Dieses nämlich muß weniger betragen, als der Druck auf sämmtliche Wände des Gefäßes zusammengenommen, weil dieser sich in einen verticalen und horizontalen Druck zerlegen läßt, wovon letzterer keinen Einfluß auf das Gewicht der Wassermasse haben kann.

§. 29. Zus. 1. (Fig. 71.) Es sey ABCD ein verticales Rectangel, woran todtes Wasser bis DAH stehe, und E sein Schwerpunkt, dessen Tiefe FE = AG = $\frac{1}{2}$ AB: so ist der Druck auf ABCD = AB. BC. $\frac{AB}{2} = \frac{AB^2 . BC}{2}$, wenn man dieses Produkt noch mit dem specifischen Gewichte des Wassers g multiplicirt.

§. 30. Zus. 2. Wäre ABCD (Fig. 71.) ein loses aber genau einpassendes Brett, welches durch einen darauf senkrecht gerichteten Gegendruck aufgehalten werden sollte: so würde derselbe im Schwerpunkte E angebracht solches nicht vermögen, indem der Druck des Wassers unterhalb E stärker als oberhalb ist, folglich das Brett unterhalb E herausdrängen würde. Der Gegendruck muß also in einem Punkte unterhalb E, den man den Mittelpunkt des Drucks, centrum pressionis, nennt, angebracht werden, wohin der stärkste Druck des Wassers geht.

Dieser Punkt sey K: so ist das Moment des gesammten Drucks g. BC. $\frac{AB^2}{2}$. FK, so groß als die Momente alles Drucks auf die einzelnen Elemente der Fläche ABCD, dergleichen eins g. BC. mn. Am: Am ist. Demnach ist auch $\frac{AB^2}{2}$. FK so groß, als die

Summe

Summe von allen dergleichen Producten, wie mn. Am^2 eins ist, in der ganzen Höhe AB. Nun ist diese Summe offenbar einer Pyramide gleich, deren Höhe AB und Basis AB^2 ist, also $= \frac{AB^3}{3}$. Denn es stelle (Fig. 72.) ACD einen senkrechten Durchschnitt dieser Pyramide vor, daß CD = AB, folglich EF = Am sey: so ist der Schnitt, (dessen Höhe mn, so klein, daß EF von GH nicht unterschieden ist) = mn. $EF^2 = mn . Am^2$, und die ganze Pyramide der Summe solcher Schnitte gleich. Folglich ist $\frac{AB^2}{2}$. FK = $\frac{AB^3}{3}$, folglich FK = $\frac{2}{3}$ AB.

§. 31. Anm. Beyde Rechnungen §. 29. 30. sind nun leicht auch auf den Fall anzuwenden, wenn die Fläche ABCD nicht vertical, sondern beliebig gegen den Horizont geneigt ist. Uebrigens sieht man aus den Gesetzen des Seitendrucks, daß man bey grossen Wasserleitungen, zur Ersparung eines unnöthigen Aufwandes, die Canäle von ungleicher Stärke machen könne; indem die untern einen grössern Druck als die obern leiden müssen. In dieser Rücksicht ist es rathsam für dergleichen Canäle zwar einerley innern Durchmesser, aber eine 3 oder 4 fache Stärke anzunehmen, und solche nach Verhältniß der verschiedenen Höhen des Wassers anzubringen.

2. Flüssige Körper von verschiedener Art.

§. 32. Lehrs. (Fig. 73.) Stehen in einem Gefässe ADCB zwey flüssige Materien von verschiedener Art über einander, daß beyder

Oberflächen AB, EF wagrecht sind: so wird die ganze Masse im Gleichgewichte seyn.

Bew. In der untern Materie sey CD wagrecht, und in gleiche Theile getheilt; so steht über jedem solchem Theile, wie DG, eine völlig gleiche auf einerley Art aus beyden Materien zusammengesetzte Säule, DGMN. Demnach werden gleiche Theile von DC gleich stark gedrückt, und auf ungleiche Theile verhielte sich der Druck wie ihre Fläche; alles eben so, als wäre nur einerley flüssige Masse im Gefässe.

§. 33. Zus. Würde auf die Oberfläche EF eine schwerere Flüssigkeit geschüttet: so findet die Bedingung des Satzes nicht statt, weil sich die schwerere Materie nicht wagrecht über EF verbreiten könnte. Denn sobald ein Tropfen V auf die Fläche EF fällt: so widersteht ein gleich grosser Tropfen der leichtern Materie nicht mit gleicher Gewalt, daß also jeder dieser Tropfen nach und nach dem Tropfen V weichen muß, und die ganze schwerere Materie durch die leichtere zu Boden sinkt.

Das Gegentheil findet statt, wenn man eine leichtere Materie über EF schüttet; weil jeder Tropfe V alsdann grössern Widerstand findet, also nicht sinken kann. Daher breitet sich die leichtere Materie über EF aus, und erfüllt also die Bedingung des Satzes.

§. 34. Anm. Man sieht daher, wie es möglich ist, daß in Brunnen, die man an den Meeresküsten gräbt, über dem gesalznen Wasser, das sich aus dem Meere dahin gezogen hat, süsses Wasser stehen könne, das vom Regen durch das Erdreich dahin gedrungen ist.

§ 35.

§. 35. Lehrs. (Fig. 74.) Sind in communicirenden Gefässen zweyerley flüssige Materien, doch ohne sich zu vermischen im Gleichgewichte: so verhalten sich ihre specifischen Schweren umgekehrt, wie ihre Höhen.

Bew. In dem einen Schenkel habe die Flüssigkeit die Schwere g, und die Höhe DF = a; in dem andern aber die Schwere γ und die Höhe AE = α, daß also AB, DC in einer wagrechten Ebene sind; so kann man den Beweis auf doppelte Art führen:

1.) Die schwerere Flüssigkeit drückt DC abwärts mit der Gewalt CD. g. a; die leichtere aber aufwärts mit der Gewalt CD. γ. α §. 15. 21., daß also wegen des Gleichgewichts CD. g. a = CD. γ. α oder ga = $\gamma\alpha$, folglich g : γ = α : a ist.

2.) Der Druck auf CD ist CD. g. a, auf AB aber AB. γ. α. §. 21. Soll nun ein Gleichgewicht seyn: so ist CD. ga : AB. $\gamma\alpha$ = CD : AB §. 19; oder ga : $\gamma\alpha$ = 1 : 1, also ga = $\gamma\alpha$, folglich g : γ = α : a.

§. 36. Zus. 1. Liessen sich die Höhen DF, AE, mit gehöriger Schärfe messen: so könnte man mittelst dieses Versuchs die specifischen Schweren flüssiger Materien genau mit einander vergleichen. Z. E. für Queckfilber findet man a = 1, für Wasser α = 14, also ist g : γ = 14 : 1.

§. 37. Zus. 2. Will man anstatt der Flüssigkeit, welcher g, a, zugehören, eine andere Flüssigkeit, welcher

cher γ, α, zugehören, substituiren, daß die Fläche CD noch eben so stark gedrückt würde: so läßt sich α finden, wenn γ gegeben ist. Denn man hat $\gamma : g = a : \alpha$, folglich $\alpha = \frac{ag}{\gamma}$. So findet man z. E. anstatt einer 28 Zoll hohen Queckſilberſäule, eine etwa 32 Fuß hohe Waſſerſäule.

§. 38. Zuſ. 3. (Fig. 37.) Stehet in einem Gefäſſe ADCB eine Flüſſigkeit, deren Schwere g, bis EF, eine andere, deren Schwere γ, bis AB: ſo iſt der geſammte Druck auf CD ſo groß, als wenn man anſtatt der obern Materie in der Höhe HM, eine der untern gleiche Materie in der Höhe $\frac{\gamma . HM}{g}$ ſubſtituirte, daß alſo obgedachter Druck würde $= g . CD (GH + \frac{\gamma . HM}{g}) = CD (g . GH + \gamma . HM)$ d. i. man findet dieſen Druck, wenn man die Fläche CD mit der Summe der Produkte aus jeder ſpecifiſchen Schwere in die jedesmalige Höhe, auch wenn derſelben mehrere ſind, multiplicirt.

§. 39. Zuſ. 4. Hieraus erhellet zugleich, warum §. 32. die Flächen EF, AB, wagrecht ſeyn müſſen, wenn die Maſſen im Gleichgewichte ſeyn ſollen; desgleichen unter welcher Bedingung eine Flüſſigkeit im Schenkel BE Fig. 74. mit zwey oder mehrern abgeſonderten Flüſſigkeiten im andern Schenkel, das Gleichgewicht halte.

B. Vom Gleichgewichte zwischen festen und flüssigen Körpern.

1. Feste Körper in flüssigen leichterer Art.

§. 40. Lehrs. (Fig. 73.) Jede flüssige Masse setzt dem Gewichte eines in ihr befindlichen festen Körpers S, eine Kraft entgegen, die dem Gewichte der von ihm verdrängten Portion der flüssigen Masse gleich ist.

Bew. Man denke sich zuerst in der ruhigen flüssigen Masse die Portion der Flüssigkeit S: so müssen die Kräfte, wovon sie nach allen Seiten gedrückt wird, einander völlig aufheben, weil sonst die ganze Masse nicht in Ruhe seyn könnte. Unter diesen Kräften aber ist auch das Gewicht der Portion S, womit sie sinken würde, wenn sie von der übrigen Flüssigkeit nicht eben so stark gehoben würde. Folglich hat die Masse eine Kraft, die Portion S zu heben, welche dem Gewichte der Portion S gleich ist. Da nun diese Kraft dieselbe bleibt, der Raum S mag mit einem festen oder flüssigen Körper erfüllt seyn: so wird auch der feste Körper S von der flüssigen Masse mit einer Kraft gehoben, welche dem Gewichte der von ihm verdrängten Portion S der flüssigen Masse gleich ist.

§. 41. Zus. 1. Das Gewicht des festes Körpers sey p, der flüssigen Masse in eben dem Raume q: so sinkt der feste Körper mit der Gewalt $p-q$.

§. 42. Zus. 2. Ist $p>q$, d. i. der feste Körper von schwererer Art, als die Flüssigkeit: so sinkt der Körper mit dem Ueberschusse $p-q$, womit er also in der Flüssigkeit erhalten werden kann. Ist $p=q$: so bleibt er an dem Orte ruhig. Ist $p<q$: so sinkt er mit negativer Kraft, d. i. er wird mit dem Ueberschusse $q-p$ gehoben.

§. 43. Anm. Dieses läßt sich auch auf flüssige Körper anwenden, die in einer andern Flüssigkeit sinken oder steigen, nachdem sie schwererer oder leichterer Art sind. Hierauf gründet sich unter andern die Wein- und Spiritus-Probe.

§. 44. Zus. 3. Hängt man den festen Körper S mittelst eines Pferdehaars an den Arm eines Wagebalkens: so kann man ihn in der leichtern Flüssigkeit mit dem Ueberschusse $p-q$ im Gleichgewichte erhalten, da sonst hiezu ausserhalb der Flüssigkeit sein ganzes Gewicht p gehört. Da dieses also um so viel, als q beträgt, vermindert werden muß, so sagt man: „der Körper S verliehre von seinem Gewichte so viel, „als die Flüssigkeit wiegt, die er verdrängt, oder die „mit ihm einerley Raum einnimmt."

§. 45. Anm. Ein Eymer Wasser, den man aus einem Brunnen ziehet, ist viel leichter, so lange er im Wasser ist, weil das Wasser, das ihn erfüllet, von dem umstehenden ganz und noch dazu ein Theil des Eymers getragen wird. Sobald der Eymer ausser dem Wasser ist, wirkt das ganze Gewicht des Eymers und des darinn enthaltenen Wassers.

§. 46. Zus. 4. In einer andern Flüssigkeit muß der feste Körper mehr oder weniger von seinem Gewichte

Gewichte verliehren, je nachdem die zweyte schwerer oder leichter, als die erste ist.

Dies läßt sich auch durch einen Versuch bestätigen; da zwey gleich grosse und schwere Körper, die in einer Wage sich das Gleichgewicht halten, dasselbe in zwey Flüssigkeiten von verschiedener Art verliehren, indem der Körper in der leichtern Flüssigkeit einen Ausschlag bekommt, folglich weniger von seinem Gewichte verliehrt, als der andere in der schwerern.

§. 47. Anm. Bey Versuchen mit Einsenkung und Abwägung fester Materien in flüssigen, muß die Art der Materie und der jedesmahlige Grad der Wärme, wodurch die Körper verschiedentlich ausgedehnt werden, genau bemerkt und angezeigt werden. Es ist aber einerley, wie tief man den Körper einsenkt, weil er überall einerley am Gewichte verliehrt, welches beweißt, daß der flüssigen Masse untere Theile von den obern nicht zusammen gedrückt sind.

Zur Bequemlichkeit bey diesen Versuchen hängt an dem einen Ende des Wagebalkens ein Teller, worauf man so viel Gewicht legen kann, als der Körper in der flüssigen Masse verliehrt.

§. 48. Aufg. Die specifischen Schweren flüssiger Massen durch Abwägen eines festen Körpers schwererer Art mit einander zu vergleichen.

Aufl. Man wiege den festen Körper, wozu am besten eine so genannte Glasperle dient, in jeder dieser Flüssigkeiten ab, und bemerke, wie viel er am Gewichte in jeder verliehrt, d. i. wie viel jede Flüssigkeit von gleichem Umfange mit dem festen Körper, wiegt §. 44: so verhalten sich die specifischen Schweren der Flüssigkeiten, wie diese Gewichte. (Stat. §. 39.)

Z. E. Verliehrt die Glasperle im Regenwasser 639, in Milch 659, in rectificirtem Weingeiste 553 Aß: so hat man die Verhältnisse 639 : 659 : 553, oder wenn man die Schwere des Wassers = 1 setzt, die Verhältnisse 1,0000 : 1,0313 : 0,8653.

§. 49. Anm. Die Handgriffe und Vorrichtungen zu solchen Versuchen müssen in der Physik umständlicher gelehrt und angewendet werden, wonach sich Tafeln von solchen Verhältnißzahlen berechnen lassen, dergleichen hier der Hydrostatik beygefügt sind.

§. 50. Zus. 1. Kennt man auch nur von einer Flüssigkeit die specifische Schwere genau; so kann man sie für die übrigen mittelst solcher Verhältnißzahlen genau finden.

§. 51. Zus. 2. Kann man den Inhalt des abgewogenen festen Körpers genau berechnen: so findet man aus §. 48. unmittelbar die specifische Schwere jeder der Flüssigkeiten.

Z. E. Nach Karstens Anfangsgründen 2ter Band Hydrostatik §. 39. verliehrt ein Würfel, dessen Seite $1\frac{1}{2}$ Zoll Rheinländisch, dessen Inhalt also $\frac{27}{8}$ Cubikzoll ist, in Regenwasser bey temperirter Wärme 948 Gran Troy Holländisch. Folglich wiegt ein Rheinl. Cubikzoll Regenwasser $948 : \frac{27}{8}$ d. i. 281 Gran Holländisch, oder 296 Gran Cöllnisch; und ein Rheinl. Cubikfuß 63 Pf. $3\frac{3}{8}$ Unz. Holländ. oder 66 Pf. $8\frac{2}{3}\frac{3}{8}$ Unz. Cöln; folglich ein Cubikfuß in Pariser Maaß und Gewichte 70 Pf. $7\frac{2}{48}$ Unz. (wofür die neuesten Versuche 70 ℔ angeben. Metrologie par Mr. de Romé de l' Isle. Paris 1789. 4.)

Nun

Nun setze man nach §. 48. für Milch 1,0000: 1,0313 = 296 Gr: x Gr. u. s. w.

§. 52. Anm. Queckſilber läßt ſich nach obiger Methode nicht behandeln, indem nur Gold darinnen ſinkt, aber auch davon angegriffen wird. Man beſtimme daher ſein ſpecifiſches Gewicht nach §. 36, oder Stat. §. 42, oder nach einer andern Methode, die im Folgenden vorkommt.

§. 53. **Aufg.** Die ſpecifiſchen Schweren feſter Körper durch ihr Abwägen in einer Flüſſigkeit leichterer Art mit einander zu vergleichen.

Aufl. Die Schwere der Flüſſigkeit ſey m, der beyden feſten Körper A, B, ihr Gewicht a, b, und ihr Verluſt in der Flüſſigkeit α, β: ſo iſt nach (Stat. §. 39.)

$$\left.\begin{array}{l} A : m = a : \alpha \\ m : B = \beta : b \end{array}\right) \text{ folglich } A : B = a\beta : b\alpha.$$

Z. E. Ein Stück Gold, deſſen Schwere A, Gewicht a = 137 Gr. Verluſt $\alpha = 7\frac{1}{4}$ Gr. $= \frac{29}{4}$ Gr. Ein Stück Silber, deſſen Schwere B, Gewicht b = 248 Gr., Verluſt β = 24 Gr. Demnach iſt

$$A : B = 137 . 24 : 248 . \tfrac{29}{4} = 10000 : 5462$$

§. 54. Zuſ. Auch iſt $A = \frac{a}{\alpha} . m$, $B = \frac{b}{\beta} . m$, oder wenn m die Schwere des Waſſers anzeigt, und = 1 geſetzt wird, $A = \frac{a}{\alpha} = \frac{137}{7\frac{1}{4}} = 18,896$;

$$B = \frac{b}{\beta} = \frac{248}{24} = 10,333$$

§. 55. Anm. 1. Nach dieser Methode lassen sich Tafeln für feste Körper berechnen, wie die für flüssige §. 49. Brisson Pesanteur specifique des Corps à Paris 1787, desgleichen Romé de l'Isle Metrologie à Paris 1789, enthalten die neuesten Tafeln dieser Art, die sich auf sorgfältig angestellte Versuche gründen. Bemerkungen über die erste dieser Schriften von Hrn. Hofrath Kästner, findet man im Leipziger Magazin für Mathematik 1788. 1stes Stück.

§. 56. Anm. 2. Läßt sich der feste Körper, z. E. eine Münze, nicht unmittelbar an die Wage hängen, so lege man ihn in ein Gefäß (einen gläsernen Eymer) daß man zuvor im Wasser an der Wage ins Gleichgewicht gebracht hat, und suche nun seinen Verlust im Wasser. Diese Methode dient auch für Pulver, auch für Queckfilber. §. 52.

§. 57. Anm. 3. Salze und andere Körper, die vom Wasser angegriffen werden, muß man in Terpentinöhl, oder subtilsten Weingeiste abwiegen, und durch die Verhältnisse dieser Flüssigkeiten gegen Wasser, in die hier gefundenen Verhältnißzahlen multiplicirt, die Verhältnisse jener festen Körper gegen Wasser bestimmen.

Z. E. 100 Gran Steinsalz verliehrt in rectificirtem Weingeiste, 40, 41 Gran, folglich ist hier die Verhältnißzahl, $\frac{100}{40,41}$. Nun ist für Weingeist gegen Wasser die Verhältnißzahl 0,866; folglich ist für Steinsalz gegen Wasser die Verhältnißzahl $\frac{100}{40,41} \cdot 0,866 = 2,143$.

§. 58. Aufg. Eine Mischung aus zwey bekannten Massen (in der Voraussetzung, daß ihr körperlicher Raum noch derselbe geblieben ist) hydrostatisch zu erforschen.

Aufl. Man nenne die beyden Massen und ihre Mischung A, B, M, ihr Gewicht a, b, m, ihren Verlust im Wasser α, β, μ. Ist nun in der Mischung von der einen Masse A etwas am Gewichte x, so ist darinn

von

von der andern B etwas am Gewichte $m-x$. Nun ist, nach der Voraussetzung und §. 44, der Verlust von $x, = \frac{\alpha x}{a}$, und der Verlust von $m-x, = \frac{(m-x)\beta}{b}$. Folglich ist die Hauptgleichung $\mu = \frac{\alpha x}{a} + \frac{m\beta - \beta x}{b}$ oder $ab\mu = b\alpha x + am\beta - a\beta x$, oder $(b\mu - m\beta)\, a = (b\alpha - a\beta)\, x$; folglich $\frac{b\mu - m\beta}{b\alpha - a\beta} \cdot a = x$.

Exempel. Es sey A Zinn, B Bley; $a = 37$ ℔, $b = 23$ ℔, $m = 120$ ℔; $\alpha = 5$ ℔, $\beta = 2$ ℔, $\mu = 14$ ℔: so ist in der Mischung an Zinn 74 ℔, folglich an Bley $120 - 74 = 46$ ℔.

Oder es sey, wie bey der Krone des Archimedes, A Gold, B Silber; $a = b = m = 20$ ℔; $\alpha = 7821$ Gran, $\beta = 13849$ Gran, $\mu = 9600$ Gran: so ist $x = \frac{\mu - \beta}{\alpha - \beta} \cdot a = \frac{4249}{6028} \cdot 20$ ℔ $= 14{,}09$ ℔ das Gehalt am Golde, folglich an Silber $20 - 14{,}09 = 5{,}91$ ℔. Ueber die Nachricht von dieser Krone im Vitruvii 9 B. 3 Cap. lese man Wittenberger Wochenblatt 1777. 45. Stück.

Andre Aufl. Setzt man, wie §. 54, die Schwere des Wassers $= 1$: so ist die Schwere der Masse A, $= \frac{a}{\alpha} = f$, der Masse B, $= \frac{b}{\beta} = g$, der Mischung $M = \frac{m}{\mu} = h$. Nun ist Stat. §. 39. der Raum,

für

für das Gewicht x der ersten, $= \frac{x}{f}$, für das Gewicht $m - x$ der zweyten, $= \frac{m-x}{g}$, und das Gewicht m der Mischung $= \frac{m}{h}$. Folglich ist nach der Voraussezzung die Hauptgleichung $\frac{x}{f} + \frac{m-x}{g} = \frac{m}{h}$, oder $ghx + fhm - fhx = mfg$, oder $(g-f)\,hx = (g-h)\,mf$; folglich $x = \frac{(g-h)\,mf}{(g-f)\,h}$.

Anm. Die Hauptgleichung der zweyten Auflösung läßt sich leicht auf die der ersten bringen, daß also hieraus eine völlige Uebereinstimmung erhellet. Auch läßt sich von solcher Hauptgleichung noch anderweitiger Gebrauch machen. Z. E. aus zwey Massen, deren Schwere f, g, man kennet, mache man eine Mischung am Gewichte m, wozu man von der ersten Masse das Gewicht x nehme. Hieraus läßt sich die linke Seite der Gleichung berechnen. Nun erhält man auch h, wenn man die Mischung in Wasser abwiegt, und kann sehen, ob man durch vorige Berechnung $\frac{m}{h}$ erhalten habe, d. i. ob die Voraussetzung statt finde.

§. 59. Anm. 1. Diese Voraussetzung wird hiedurch und durch andere Versuche unrichtig gefunden; welches auch schon an sich zu erwarten ist, wenn die Materien, die man vermischt, in die Zwischenräume eindringen, daß sie also in der Mischung nicht mehr einen so großen Raum einnehmen, als zuvor; oder wenn die Theilchen der Massen einander abstossen, daß der Raum der Mischung gröſſer wird. Indessen giebt die Voraussetzung keinen sonderlichen Fehler, wenn die eine Masse in Vergleichung mit der andern nur wenig beträgt. Sonst könnte man sich auch auf die Art helfen, daß man von

von zwey Massen, als Silber und Kupfer, die zum Gebrauche, als bey Münzen, vermischt zu werden pflegen, Mischungen von verschiedenen Verhältnissen machte, und deren Abwägung alsdann so anwendete, wie die Goldschmiede mit den Probiernadeln thun. Wenigstens könnte man auf diese Art die Abwägung geprägter Münzen gebrauchen, um andere eben des Gepräges zu untersuchen.

§. 60. Anm. 2. Zur Auflösung der Aufgabe gehört auch nothwendig, daß die Mischung nur aus zwey und zwar bekannten Massen bestehe. Enthielte sie drey Massen: so müßte man zwey unbekannte Grössen suchen, und erhielt durch das Abwägen doch nur eine Gleichung, daß also die Aufgabe unbestimmt wäre.

2. Feste Körper in flüssigen schwererer Art, oder schwimmende Körper.

§. 61. Lehrs. (Fig. 76.) Ein fester Körper AC taucht sich in einer Flüssigkeit schwererer Art so tief ein, bis das Gewicht der Flüssigkeit, die er verdrängt, dem ganzen Gewichte des festen Körpers gleich ist; und ist darinn in Ruhe, wenn die Schwerpunkte des ganzen Körpers und des eingetauchten Theils in einerley verticalen Linie liegen, und zwar am sichersten jener unter diesem.

Bew. I. Der Raum des ganzen Körpers AC sey V, des eingetauchten Theils BD sey v; die specifische Schwere des Körpers g, der Flüssigkeit m: so ist das Gewicht des Körpers $p = Vg$, womit er zu sinken strebt, und das Gewicht π der Flüssigkeit in dem Raume v, $= vm$, welches sie jenem entgegensetzt. Ist also $Vg = vm$: so kann der Körper nicht tiefer sinken, und die Flüssigkeit ihn nicht weiter heben.

II.

II. Ist, wie hier angenommen wird, der feste Körper, so wie die Flüssigkeit, gleichförmig dicht: so hat die Portion Flüssigkeit im Raume v, mit dem festen Körper in demselben Raume v, einerley Schwerpunkt, durch den die Wirkung der umgebenden Masse vertical gehet. Diese Verticallinie aber muß, wenn der Körper in Ruhe erhalten werden soll, mit der Directionslinie des ganzen Körpers zusammenfallen, daß also in dieser Linie gedachte beyde Schwerpunkte sind, und der feste Körper desto sicherer stehet, wenn der Schwerpunkt des ganzen Körpers unter dem Schwerpunkte des eingetauchten Theils liegt, auch wenn der Durchschnitt D des Körpers mit der Wasserfläche groß ist. (Stat. §. 113.)

§. 62. Zus. 1. Aus der Gleichung $Vg = vm$ folgt $g : m = v : V$, also $g = \frac{vm}{V} = \frac{\pi}{V}$, und $m = \frac{Vg}{v} = \frac{p}{v}$; wodurch sich also die Schwere des festen Körpers, oder der Flüssigkeit, finden läßt, wenn man V, v genau messen kann. Auch findet man die Grösse des eingetauchten Theils $v = \frac{gV}{m} = \frac{p}{m}$, und die Grösse des ganzen Körpers $V = \frac{mv}{g} = \frac{\pi}{g}$

Soll der eingetauchte Theil v des schwimmenden Körpers, z. E. eines Schiffes, um t grösser oder kleiner werden: so muß man sein Gewicht p und r vermehren oder vermindern, daß $v \pm t = \frac{p}{m} \pm \frac{r}{m}$ werde, woraus sich r oder t finden läßt.

§. 63.

§. 63. Zus. 2. Würde der schwimmende Körper durch eine Kraft ganz untergetaucht: so wäre das Gewicht der Flüssigkeit in dem Raume V, = Vm = q, wo also q > p, folglich der Körper mit dem Ueberschusse q − p gehoben wird §. 42, und daher mit der Kraft r = q − p mitten in der Flüssigkeit erhalten werden kann. Und hieraus findet man p + r = q, dem Gewichte der Flüssigkeit, die mit dem festen Körper einerley Raum einnimmt, daß also die specifischen Schweren des festen Körpers und der Flüssigkeit sich verhalten, wie p : p + r, und p + r der Verlust am Gewichte ist. §. 44.

§. 64. Zus. 3. Sind zwey Körper, deren Schweren A, B; Gewichte a, b; Verlust im Wasser α, β, mittelst eines Fadens, oder auf andere Art so verbunden, daß das Ganze noch eben den Raum einnimmt: so ist der Verlust des Ganzen im Wasser h = α + β; da dann das Ganze sinkt oder schwimmt, nachdem h < a + b, oder nicht ist.

Setzt man nun die Schwere des Wassers m = 1: so ist aus §. 54. $\alpha = \frac{a}{A}, \beta = \frac{b}{B}$. Folglich ist $h = \frac{a}{A} + \frac{b}{B}$. Diese Formel dient

1. die Schwere eines festen Körpers, der leichter als Wasser ist, zu finden, z. E. die Schwere des Korks; wenn man vom Bley am Gewichte a, von Kork am Gewichte b nimmt, so daß das Ganze untersinkt; und man nun durch Versuche h bestimmt.

Ist

Ist nun A die Schwere des Bleys bekannt: so findet man aus obiger Formel B die Schwere des Korks.

2. Wenn man einen Körper am Gewichte a, der schwerer als Wasser ist, zum Schwimmen bringen will, indem man ihn mit einem leichtern Körper am Gewichte b verbindet, so daß $a + b < h$ werden soll. Hier sind A und B gegeben, und man sucht aus obiger Formel h oder b.

Z. E. Ein Mensch, der ziemlich die Schwere des Wassers $A = 1$ hat, wiege $a = 161$ ℔, und habe vom Korke, dessen Schwere $B = \frac{1}{4}$, am Gewichte $b = 8$ ℔ an sich: so ist $h = 32 + 161 = 193$ ℔ der Verlust des Ganzen. Nun ist das Gewicht des Ganzen $161 + 8 = 169$ ℔. Folglich wird solches mit einer Gewalt $193 - 169 = 24$ ℔ vom Wasser aufwärts getrieben.

§. 65. Zus. 4. Ein fester Körper schwererer Art schwimmt im Wasser, wenn er in eine solche Gestalt (in ein hohles Gefäß) ausgedehnt ist, daß das Wasser, welches seinen Raum erfüllen würde, eben so viel, oder mehr wiegt, als der feste Körper. Es sey nämlich das Gewicht des Körpers $= p$, der Raum, in den er ausgedehnt ist, nebst der innern Höhlung $= z$, die Schwere des Wassers $= m$, folglich das Gewicht des Wassers in diesem Raume $= mz$. Setzt man nun $p = mz$; so ist $\frac{p}{m} = z$.

Z. E. Es sollen 30 ℔ Metall in Gestalt einer hohlen Kugel auf dem Wasser, dessen Schwere $m =$

70 ℔ ist, schwimmen: so ist $z = \frac{3}{7}$ Cub. Fuß; folglich $d = \sqrt[3]{\frac{6.3}{7.\pi}}$ (Geom. §. 626.) = 0,93542 Fuß.

Um die Dicke der Schale zu bestimmen, sey die Schwere des Metalls q; also der Raum der Masse = $\frac{p}{q}$ Cubikfuß. Setzt man nun den Durchmesser der innern Höhlung = e, also den Raum der Höhlung = $\frac{e^3\pi}{6}$ (Geom. §. 625.) so ist der Raum z weniger dem Raume der Höhlung, d. i. der Raum der Schale, $z - \frac{e^3\pi}{6} = \frac{p}{q}$, folglich $\left(z - \frac{p}{q}\right)\frac{6}{\pi} = e^3$. Z. E. für Eisen sey q = 558, folglich $\frac{p}{q} = \frac{30}{558} = \frac{5}{93}$, und $e^3 = \frac{3}{7} - \frac{5}{93} \cdot \frac{6}{\pi} = \frac{488}{217.\pi}$, woraus man e = 0,89455 Fuß findet; da dann $\frac{d-e}{2}$ die Dicke der eisernen Schale giebt.

§. 66. Anm. 1. Ein hohles Gefäß z. E. eine metallne Schale, oder ein Schiff, oder auch ein Floß, schwimmt nicht nur im Wasser, sondern kann auch noch Lasten tragen, die für sich untersinken würden; ja es kann auch Lasten aus dem Grunde des Meers empor heben. Eine Methode hievon ist: man füllet weite Fahrzeuge (Prahmen) über der Stelle, wo etwas versunken ist, mit Wasser, daß sie tiefer gehen, läßt durch Taucher das Versunkene an die Prahmen mit Thauen stark befestigen. Schöpft man nun das Wasser aus den Prahmen wieder aus; so werden sie nebst der versunkenen Last wieder gehoben, welche bey wiederholter Operation, da die Thaue wieder von neuem straf angezogen werden, immer höher und höher gebracht wird.

§. 67. Anm. 2. Die Rechnung in §. 65. kann auch auf Luftbälle angewendet werden, wenn man Luft anstatt Wasser setzt. Hier zeigte sich vormahls unter andern eine nicht geringe Schwierigkeit. Denn wollte man den hohlen Körper von Luft ausleeren und dann verschließen: so müßte die Schale wohl von Metall seyn, um den äussern Druck der Luft auszuhalten, und bey noch so geringer Dicke derselben, der Körper ungeheuer groß werden, daß das Gewicht der Luft in diesem Raume, das Gewicht der Schale überträfe. In den neuern Zeiten hob die Chemie diese Schwierigkeit durch Erfindung solcher Luftarten, die leichter als die atmosphärische Luft sind, und durch ihre Elasticität den dünnen Ueberzug, der sie umschließt, gegen den äussern Druck schützen; welches auch schon die durch Wärme verdünnte atmosphärische Luft leisten kann.

§. 68. Anm. 3. Schwimmt ein Körper ohne angebrachte Kunst auf dem Wasser: so folgt daraus noch nicht, daß auch seine kleinsten Theilchen leichter als Wasser sind, indem seine Zwischenräume, worin etwa nur Luft ist, ihm die zum Schwimmen nöthige Ausdehnung geben. Denn Holz, was vorher schwamm, sinkt unter, wenn man die Luft herausbringt, oder wenn es lange auf dem Wasser liegt, und dasselbe in seine Zwischenräume dringt. Auf eben die Art schwimmt Zinn auf Quecksilber, aber ein Amalgama von Zinn und Quecksilber sinkt darinnen.

§. 69. Aufg. Die specifischen Schweren fester Körper durch ihr Abwägen in einer Flüssigkeit schwererer Art mit einander zu vergleichen.

Aufl. Ein gläserner Eymer §. 56, der mit einem metallnen Netze verschlossen wird, und an der hydrostatischen Wage hängt, sey unter dem Wasser ins Gleichgewicht gebracht. Verschließt man nun den festen Körper, dessen Gewicht p in den Eymer: so muß man ihn mit einem Gewichte $r = q - p$ erhalten, wenn q das Gewicht des Wassers von gleichem Raume ist, welches die Verhältniß des Wassers zum festen Körper $= p + r : p$ giebt. §. 63.

Z. E. Ein Stück Birnbaumholz von 193 Gran, wird im Wasser mit 107 Gran erhalten, welches obige Verhältniß $300 : 193 = 1 : 0{,}6433$ giebt.

Ein

Ein Stück Tannenholz von 116 Aß, wird im Wasser mit 88 Aß erhalten, welches die Verhältniß 204:116 = 1:0,5686 giebt.

Anm. Eine andere Auflösung giebt die Formel §. 64. Auch könnte man dergleichen Körper, die leicht Wasser in sich ziehen, wie die meisten Holzarten, in möglichst genaue Würfel schneiden, und sie unmittelbar abwägen.

§. 70. Aufg. (Fig. 76.) Die specifischen Schweren flüssiger Massen durch Abwägen eines festen Körpers leichterer Art mit einander zu vergleichen.

Aufl. I. Es sey ein schwimmender Körper, der sich genau ausmessen läßt, etwa ein hohler Cylinder AC, mit einem schweren Boden BC versehen, um ihn in verticaler Stellung zu erhalten §. 61.

1. Sinkt nun derselbe in einer Flüssigkeit bis E, in einer andern bis D: so ist das Gewicht der im ersten Raume BE, und der zweyten im Raume BD dem Gewichte des ganzen Cylinders p gleich. §. 61. Nennt man nun die Schweren der beyden Flüssigkeiten m, n: so ist $p = m.BE = n.BD$, folglich $m : n = BD : BE = CD : CE$ §. 62.

2. Beschwert man den Deckel des Cylinders A mit verschiednen Gewichten, daß er in allen Flüssigkeiten gleich tief, etwa bis D sinkt, man findet aber $n.BD = p$, und $m.BD = p + q$: so ist $m : n = p + q : p$. §. 62.

II. Braucht man statt des regulären Cylinders, die gewöhnlichen Senkwagen, araeometra, wo sich

die Räume BD, BE etc. die man durch υ anzeige, nicht genau ausmessen lassen: so bemerke man die Punkte, wo die Senkwage in der leichtesten und schwersten der flüssigen Massen, die man abwägen will, stehet, und theile die Länge zwischen beyden Punkten beliebig. Nun senke man in einer Flüssigkeit, deren Schwere g bekannt ist, das Instrument mittelst aufgelegter Gewichte, die man durch p anzeige, nach und nach bis auf alle Theilpunkte: so kann man aus der Gleichung p = gυ, diese Räume υ finden; wodurch aus Aufl. I. die erste Proportion m : n = BD : BE für die Senkwage brauchbar wird.

§. 71. Zus. Diese Senkwagen führen, nach ihrer verschiedenen Anwendung, den Namen der Wein- Bier- Sool- Wagen. Will man die Eintheilung solcher Wagen durch Versuche bestimmen: so lehrt die Physik die dabey nöthigen Kunstgriffe.

§. 72. Anm. Nachfolgende Tafel der specifischen Schweren, die als Anhang der Hydrostatik noch beygefügt wird, ist in Metrologie par M. de Romé de l'Isle. Paris 1789. 4. die sechste, und daselbst aus Pesanteur specifique des Corps par M. Brisson. Paris 1787. 4. eingerückt, aber daselbst in andre Ordnung gebracht, und in einigen Stellen vermehrt und verbessert. (Vergl. Hrn. Hofr. Kästners angew. Mathem. Auflage von 1792. Seite 145.) Die erste Columne enthält die Nummern in Brissons Schrift, die zweyte die Nahmen der vorzüglichsten Substanzen, und die dritte ihre specifischen Schweren, das Regenwasser (wovon in Pariser Maaß und Gewicht der Cubikfuß 70 Pfund wiegt) = 1 gesetzt. Im Originale ist noch eine vierte Columne beygefügt, worinn für die festen Körper die Französischen Cabinette, aus denen die Exemplare zu diesen Versuchen genommen worden, genannt sind; für die Flüssigen aber das Gewicht eines Cubikfußes von jedem angegeben wird.

An-

Anhang:

Tafel der specifischen Schwere, nach Brisson und Romé de l' Isle.

		Metalle.	
20	1	Platina gereinigt und gezogen	21, 0117
	2	— gereinigt und geschmiedet	20, 3366
	3	— gereinigt und gegossen	19, 5000
18	4	— gekörnt durch Salzgeist gereinigt	16, 7521
	5	— gediegen vom Magnet schwach gezogen	16, 3333
	6	— gekörnt vom Magnet nicht gezogen	16, 2519
18	7	— roh gekörnt	15, 6017
19	8	— roh gegossen (eine poröse Masse)	14, 6263
2	9	Gold 24 karatig, gegossen und geschmiedet	19, 3617
1	10	— gegossen und nicht geschmiedet, gleich dem gediegnen	19, 2581
97	11	Queckſilber flüssig	13, 5681
56	12	Bley	11, 3523
10	13	Silber feines, gegossen und geschmiedet	10, 5107
	14	— — gegossen, nicht geschmiedet	10, 4743
67	15	Wismuth-König	9, 8227
68	16	— gediegen	9, 0202
21	17	Kupfer, rothes, gegossen und gezogen	8, 8785
	18	— — gegossen nicht gehämmert	8, 7840
22	19	— gelbes, oder gegossen Messing, gezogen	8, 5441
	20	— — — — — nicht gezogen	8, 3958
71	21	Cobold-König	7, 8119
94	22	Nickel-König	7, 8070
29	23	Stal, weder gehämmert, noch gehärtet	7, 8331
	24	— gehämmert, und darauf gehärtet	7, 8180
28	25	Eisen geschmiedet, in Stangen	7, 7880
27	26	— gegossen	7, 2070
47	27	Zinn, reines aus Cornwallis, gehämmert	7, 2994
	28	— — — nicht gehämmert	7, 2914
64	29	Zink-König	7, 1908
	30	Braunstein-König	6, 8500
79	31	Spießglas-König	6, 7021
86	32	Arsenik-König, gediegen	5, 7633
31	33	Wolfram oder Tungstein, Eisenhaltig	7, 1195

392	34	Tungstein oder Schwerstein	6,0665
55	35	— unter dem Namen weiße Zinngraupe	6,0076
72	36	Braunstein mit divergirenden Strahlen	4,7563
96	37	Wasserbley	4,7385

2. Steine.

396	38	Schwerspath achteckig	4,4712
395	39	— in rhomboidal. Segmenten	4,4434
394	40	— grauer (Bologneser Spath)	4,4409
393	41	— weißer, halb durchsichtig	4,4300
397	42	— in Tafeln mit facettirtem Rande	4,4228
398	43	— in Stalactiten (schwerer Alabaster)	4,2984
123	44	Jargon von Ceylon (Hyacinth-Art)	4,4161
	45	— vollständiger Cristall mit seinen 2 Spitzen	4,3372
109	46	R bin orientalischer (rother Saphir)	4,2833
120	47	Saphir von Puy in Velay	4,0769
113	48	Topas orientalischer (gelber Saphir)	4,0106
118	49	Saphir orientalischer in rhomboid. Parallelepipeden	3,9941
119	50	— weisser orientalischer	3,9911
172	51	Diamant-Spath aus China	3,8732
126	52	Granat aus Böhmen mit 24 Seiten	4,1888
127	53	— aus Tyrol, 12eckig	4,0627
128	54	— aus Vulcanen	2,4684
129	55	— Syrischer	4,0000
110	56	Rubin violetrother (Rubispinell) achteckig	3,7600
124	57	Hyacinth gewöhnlicher	3,6873
111	58	Rubin blasrother (Ruhibalais) achteckig	3,6458
116	59	Topas aus Sachsen	3,5640
117	60	— weisser aus Sachsen und Siberien	3,5535
133	61	Beryll oder Aquamarin (Orientalischer)	3,5489
115	62	Topas aus Brasilien	3,5365
112	63	Rubin aus Brasilien (rother Topas)	3,5311
121	64	Saphir aus Brasilien (blauer Topas)	3,1307
102	65	Diamant weisser orientalischer	3,5212
104	66	— oranaenfarbiger	3,5500
103	67	— rosenfarbiger	3,5310
106	68	— blauer	3,5254
105	69	— grüner	3,5238
108	70	— gelber	3,5185
107	71	— 12eckiger (Brasilischer)	3,4444
268	72	Schörl grüner aus Dauphine'	3,4529
265	73	— schwarzer, blätterig (spathiger Schörl)	3,3852
260	74	— schwarzer, prismatisch 6eckig	3,3636
270	75	— gelblichtgrüner, durchsichtig (Peridot)	3,3548
267	76	— violetter, durchsichtig, aus Dauphine'	3,2956
271	77	— dunkler, kreuzförmig (Kreuzstein)	3,2861

261	78	Schörl achteckiger, rhomboidalisch	3,2265
269	79	— grüner, durchsichtig (Brasilischer Smaragd)	3,1555
262	80	— schwarzer, mit 9 Flächen aus Madagascar	3,0926
264	81	Turmalin aus Spanien und Tyrol	3,0863
263	82	— aus Ceylon	3,0541
266	83	Schörl schwarzer, nicht cristallisirt (Probirstein	3,9225
350	84	Asbest unreifer (thoniger Schörl)	2,9958
351	85	— mit Sternen oder divergirenden Strahlen	3,0733
178	86	Katzenauge schwärzliches	3,2593
169	87	Corsisches Grün	3,1051
399	88	Flußspath weisser, durchsichtig	3,1555
400	89	— rother, in Würfeln (Pseudo-Rubin)	3,1901
408	90	— violetter, dunkelpurpurfarbig (Pseudo-Amethyst)	3,1857
404	91	— grüner, achteckig (Pseudo-Smaragd)	3,1838
406	92	— blaulicht grüner (Pseudo-Aquamarin)	3,1820
403	93	— grüner, in Würfeln (Pseudo-Smaragd)	3,1817
401	94	— rother, achteckig (Pseudo-Rubibalais)	3,1815
409	95	— weisser, halbdurchsichtig mit violetten Adern	3,1796
407	96	— violetter aus England in durchsichtigen Würfeln	3,1757
405	97	— blauer (Pseudo-Sapphir)	3,1688
411	98	— stalactitisch (Glasartiger Alabaster)	3,1668
402	99	— gelber in Würfeln (Pseudo-Topas)	3,0967
410	100	— grüner, mit Quarzadern (Pseudo-Smaragd aus Auvergne)	3,0943
	101	Chrysolith mit 6eckigen Pyramiden	3,0989
217	102	Nierenstein weisser	2,9502
218	103	— grüner	2,9660
219	104	— oliverfarbiger	2,9829
359	105	Blende schwarze, cristallisirt	2,9342
358	106	— von irregulärer Form	2,9004
354	107	— blätterige, durchsichtig (Russisch Frauenglas)	2,7917
356	108	— weisse, blätterig	2,7044
131	109	Chrysolith aus Brasilien (Smaragd-Art)	2,7821
132	110	— aus Siberien von des vorigen Form	2,6923
130	111	Smaragd aus Peru, prismatisch 6eckig	2,7755
134	112	Aquamarin oder Beryll aus Siberien von des vorigen Form	2,7227
647	113	Basalt vom Riesen-Damm in Irrland	2,8642
	114	Zeolith weisser aus Ferroe	2,7012
321	115	— blauer (Lasurstein)	2,7675

322	116	Zeolith, blauer genannt orientalischer mit Schwefelkiespunkten	2,7714
320	117	Trapp der Schweden	2,7453
413	118	Kalkspath (Isländischer Crystall)	2,7151
414	119	— ursprünglich aus Frankreich	2,7146
412	120	— mit etwas Eisen vermischt (Perlspath)	2,8378
38	121	— in spathige Eisenminer verwandelt	2,6720
164	122	— mit Quarz gemischt (Sandstein von Fontainebleau)	2,6111
415	123	— mit abgekürzten eckigen Prismen	2,7182
416	124	— prismatisch und pyramidalisch	2,7115
417	125	— pyramidalisch (Schweinszähne)	2,7141
418	126	— in bläulicher Masse (Stinkstein)	2,7121
423	127	— stalactitisch (weisser oriental. Alabaster)	2,7302
424	128	Alabaster orientalischer, halb durchsichtig	2,7621
425	129	— weisser mit Augen (durch Eisen gefärbt)	2,7906
430	130	— salziger orientalischer	2,7214
440	131	— salziger aus Spanien	2,7128
447	132	— mit Augen von Valence	2,7512
455	133	— brauner, von Malaga	2,7009
564	134	Marmor weisser von Carrara (Statüen-Marmor)	2,7168
565	135	— weisser, von Paros (melirt)	2,8376
419	136	Saustein schwarzer	2,6207
420	137	Kalkspath stalactitischer (Eisenblüte)	2,6747
135	138	Bergcrystall klarer von Madagaskar	2,6530
136	139	— aus Brasilien	2,6526
137	140	— von den Europäischen Alpen	2,6548
139	141	— rosenfarbiger	2,6701
140	142	— gelber (Böhmischer Topas)	2,6542
145	143	— brauner (Böhmischer Rauchtopas)	2,6534
146	144	— schwarzer	2,6536
147	145	Quarz-Drusen	2,6546
148	146	— nicht crystallisirt, durchscheinend	2,6471
149	147	— in braun-rothen Crystallen (Hiacinth von Compostella)	2,6468
151	148	— fetter, ganz undurchsichtig	2,6459
173	149	Böhmischer Hyacinth (Aventurine) halb durchsichtig	2,6667
174	150	— — — ganz undurchsichtig	2,6426
184	151	Achat orientalischer weisser	2,5901
185	152	— deutscher mit roth und weissen Flocken	2,6253
187	153	— — mit Streifen	2,6667
189	154	— Onix	2,6375
192	155	— buntfarbiger	2,6356
194	156	Chalcedon sehr feiner und reiner	2,6156
202	157	Carneol schön rother	2,6137

209	158	Sardonyx	2,6025
220	159	Hornstein (Petrosiler)	2,6527
223	160	Flintenstein, blasser, (gemeiner Hornstein)	2,5941
228	161	Kiesel adriger	2,6122
234	162	— Englischer (Poudingstein)	2,6087
235	163	— Aegyptischer mit Dendriten	2,5648
237	164	Jaspis dunkelgrüner	2,6258
240	165	— rother	2,6612
247	166	— blutfarbiger	2,6277
252	167	— mit roth und weiß	2,6228
258	168	Jaspachat	2,6608
259	169	Jaspis, grobkörniger (Sinopel)	2,6913
216	170	Praser	2,5805
349	171	Asbest reifer	2,5779.
165	172	Sandstein feiner aus der Gegend von Estampes	2,5159
166	173	Feldspath weisser	2,5946
171	174	— durchsichtiger, von St. Gothard.	2,5644
167	175	— röthlicher, von Bayens	2,4378
170	176	— blau schillernder (Labradorstein)	2,6925
175	177	Katzenauge graues	2,5675
387	178	Selenit 12eckig rhomboidalisch	2,3117
388	179	— linsenförmig	2,3065
389	180	— keilförmig von Montmartre	2,3060
386	181	— mit rhomboidal. Blättern (Eselsspiegel)	2,3114
383	182	Gyps spathiger halb durchsichtig (Gyps, Alabaster von Lagny)	2,3108
385	183	— strahlicher aus China	2,3088
384	184	— strahlicher aus Frankreich	2,3057
390	185	— (Gypsblume)	2,3059
379	186	— grobkörniger, halb durchsichtig von Montmartre	2,3062
382	187	— spathiger (Gypsalabaster von Gersdorf in Sachsen	2,2746
391	188	— stalactitischer	2,2849
381	189	— feinkörniger, halbdurchsichtig, von Languedoc	2,2741
380	190	— — — undurchsichtig (Alabaster von Salins)	2,2642
378	191	— grobkörniger undurchsichtig (Alabaster von Montmartre	2,1679
643 C	192	Pechstein, rother aus Sachsen.	2,6695
643 D	193	— schwärzlicher aus Sachsen	2,3191
643 E	194	— braun grünlicher aus Sachsen	2,3149
643 F	195	— sliven farbiger aus Sachsen	2,3145
	196	— brauner von Meseil-Montant bey Paris	2,1685
643 B	197	— gelber aus Ungarn	2,0860
643 A	198	— schwarzer aus Ungarn	2,0499

3. Erdharze.

360	199	Reißbley, oder feiner Bleystift aus England	2,0891
680	200	Schwefel gediegner von schöner Citronenfarbe	2,0332
681	201	— gegossener (zum Schießpulver)	1,9907
688	202	Steinkohlen compacte	1,3292
689	203	Gagat von glänzender Schwärze	1,2590
690	204	Judenpech (Asphalt) schwarz und zerreiblich	1,1044

4. Flüssigkeiten.

706	205	Wasser aus dem todten Meere	1,2403
705	206	Meer-Wasser aus der Bay von St. Brieux	1,0263
702	207	Brunnen-Wasser zu Paris	1,0017
701	208	Fluß-Wasser, aus der Seine, filtrirt	1,0001
700	209	Regenwasser, oder destillirtes Wasser	1,0000
758	210	Wein Constantin	1,0819
757	211	— Tokayer	1,0538
756	212	— Madera (Malvasir von Madera)	1,0382
755	213	— Malaga	0,0221
753	214	— von Pakaret	0,9997
750	215	— Champagner, weiß, schäumend	0,9979
751	216	— von Bordeaux	0,9939
754	217	— von Peres	0,9924
747	218	— Burgunder	0,9915
762	219	Branntewein einfacher	0,9131
763	220	— doppelter	0,8630
764	221	Weingeist	0,8371
759	222	Bier braunes	1,0338
760	223	— weisses	1,0231
761	224	Cider	1,0181
775	225	Weinessig brauner	1,0251
776	226	— weiser	1,0135
777	227	— destillirter	1,0095
817	228	Baumöhl.	0,9153

III.

Die Aerometrie.

A. Von der Beschaffenheit der Luft.

1. Eigenschaften der Luft.

§. 1.

Erfahr. Bewegt man in einem leerscheinenden Raume eine Fläche etwas geschwind gegen sich zu: so fühlt man, daß etwas uns anstößt, und siehet, daß leichte Körper dadurch fortgetrieben werden.

§. 2.

§. 2. Zuſ. 1. Alle Räume zwiſchen den Körpern, die leer zu ſeyn ſcheinen, müſſen mit einer ſubtilen, leicht zu trennenden Materie erfüllet ſeyn. Dieſe Materie heißt Luft, und iſt ein Gegenſtand der Aerometrie.

§. 3. Zuſ. 2. Die Luft iſt ein flüſſiger Körper, und muß alſo alle Eigenſchaften haben, die den flüſſigen Materien, wegen ihrer Flüſſigkeit zukommen.

§. 4. Erfahr. Steckt man eine an beyden Enden offene Röhre ganz in ein Gefäß mit Waſſer, welches ſie anfüllen wird (Hydr. §. 18.) und ziehet ſolche, nachdem man ihre obere Oeffnung mit dem Finger feſt verſchloſſen hat, wieder heraus: ſo wird kein Waſſer aus ihr flieſſen, ob ſie gleich unten offen iſt. Nimmt man aber den Finger hinweg; ſo fließt alles Waſſer aus.

§. 5. Zuſ. 1. Der Grund dieſer Erſcheinung kann nicht in den Wänden der Röhre, noch weniger in dem Finger liegen, ſondern muß auſſerhalb befindlich ſeyn, wo aber nichts anders, als Luft iſt, §. 2. Dieſe muß daher das Waſſer aufwärts drücken, wenn die obere Oeffnung verſchloſſen iſt; aber auch wenigſtens eben ſo ſtark abwärts, ſobald der Finger weggenommen wird; damit der entgegengeſetzte Druck ſich aufhebe, und das Waſſer vermöge ſeiner Schwere herabfalle.

§. 6. Zuſ. 2. Der aufwärtsgehende Druck der Luft gegen die untere Oeffnung der Röhre muß, wie beym Waſſer in communicirenden Gefäſſen von einem unter-

unterwärts gehendem Drucke der darüber stehenden Luft entspringen, der sich auch beym Drucke gegen die obere Oeffnung der Röhre unmittelbar zeigt.

§. 7. Zus. 3. Die Luft äussert, wie alle schwere Körper, nahmentlich wie das Wasser, einen Druck gegen die Erde herab, und muß daher eine schwere flüssige Materie seyn, also auch alle Eigenschaften haben, die dem Wasser, in so fern es flüssig und schwer ist, zukommen.

§. 8. Erfahr. Wenn man ein umgekehrtes Weinglas auf Wasser in einem Napfe so bringt, daß dessen Oberfläche den Rand des Glases rings um berührt, und es in solcher senkrechten Stellung bis auf des Napfes Boden drückt: so tritt zwar etwas Wasser hinein, stehet aber inwendig nicht so hoch, als auswendig, und man hat eine Kraft nöthig, das Glas auf dem Boden zu erhalten. Läßt diese Kraft nach: so wankt das Glas und fällt um, wenn man es nicht hält; zugleich aber fahren Blasen aus dem Wasser in die Höhe, und das Wasser steht nun inwendig so hoch, als auswendig.

Senkt man hingegen das Glas schief ins Wasser: so füllt es sich sogleich damit an, ohne daß Blasen in die Höhe fahren, und bleibt auf dem Boden ruhig stehen, ohne daß man es halten darf.

§. 9. Zus. 1. Das Glas ist mit Luft angefüllt, welcher das Wasser den Ausgang verschließt. Durch das

das hineingetretene Waſſer werden die Theile dieſer eingeſchloſſenen Luft näher zuſammen in einen engern Raum gebracht, zuſammengedrückt, comprimirt, (wofern nicht etwa von den beyden Materien die eine in die leeren Zwiſchenräume der andern tritt; welches jedoch nicht ſeyn kann, weil beyde Materien von einander abgeſondert bleiben, indem das Waſſer nur den unterſten Raum nächſt dem Rande des Glaſes einnimmt). Dieſe zuſammengedrückte Luft muß es auch ſeyn, was das Glas zum Wanken bringt, weil es ſtehen bleibt, wenn die Luft in Geſtalt der Blaſen herausgefahren iſt, oder wenn man ſie beym ſchiefen Einſenken herausgelaſſen hat. Folglich ſucht dieſe zuſammengedrückte Luft, wenn die Kraft nachläßt, ihre Theile wieder von einander zu entfernen, und ſie in einem gröſſern Raum auszubreiten, auszudehnen oder zu dilatiren.

§. 10. Zuſ. 2. Die Luft iſt eine elaſtiſche Materie, d. i. die ſich durch eine äuſſere Kraft zuſammendrücken läßt, und, wenn die Kraft nachläßt, oder ganz wegbleibt, von ſelbſt wieder ausbreitet. (Stat. §. 14.)

§. 11. Zuſ. 4. In einer elaſtiſchen Materie muß alſo eine gewiſſe Kraft ſeyn, welche die Theile, wenn ſie ſich einander genähert haben, wieder auseinandertreibt. Dieſe Federkraft, Elaſticität, muß auch deſto gröſſer ſeyn, je näher die Theile an einander kommen, d. i. die Materie ſucht ſich mit deſto gröſſerer Gewalt auszubreiten, je mehr ſie zuſammengedrückt iſt. Auch muß die Zuſammendrückung einer ſolchen Materie ſo lange dauren, bis die ausdehnende Kraft der zuſammendrückenden gleich iſt; weil ſonſt beyde einander das Gleichgewicht nicht halten könnten.

Alles

Alles dieses bestätigt auch die Erfahrung von flüssigen sowohl, als festen elastischen Materien, denn es sey ein Cylinder AB (Fig. 75.) mit einem beweglichen genau einpassenden Deckel oder Stempel A versehen, worauf man nach und nach verschiedne Gewichte legt, um den Deckel hineinzudrücken. Nun sey in diesem Cylinder entweder eine Stahlfeder angebracht, oder derselbe mit Luft angefüllt: so wird ein Gewicht P den Stempel auf eine gewisse Weite hineintreiben, bis die ausdehnende Kraft des eingeschlossenen elastischen Körpers ihm das Gleichgewicht hält. Vergrössert man das Gewicht P: so wird der Deckel auch weiter hineingetrieben, folglich auch eine grössere Elasticität des elastischen Körpers zum Gleichgewichte erfodert; und es kann also das Gewicht P als das Maaß der Elasticität des comprimirten Körpers angesehen werden.

§. 12. Zus. 4. Was hiebey das Gewicht P thut, das bewirkt auch der Druck einer über der Fläche A stehenden Luftsäule, welche auch ohne Deckel die Luft in AB so weit zusammendrückt, bis die Elasticität der untern Luft dem Drucke der obern gleich ist.

§. 13. Zus. 5. Eine Luftmasse von etwas beträchtlicher Höhe, kann nicht durchaus einerley Dichtigkeit und Elasticität haben; indem jede untere Schicht den Druck der darüberstehenden Luft leidet, welcher also desto grösser seyn muß, je tiefer solche Schicht ist.

§. 14. Zus. 6. Die Zunahme der Dichtigkeit und Elasticität einer elastischen Masse durch Druck, hat unstreitig ihre Gränzen, wenn die Theilchen der Masse so nahe an einander gebracht sind, daß sie nicht näher zusammenrücken können. Man mag also das Glas §. 8. noch so tief unter Wasser bringen: so bleibt

doch

doch ein oberer Raum immer noch von Wasser leer, und bloß mit zusammengedrückter Luft erfüllt.

Hierauf gründet sich auch die Vorrichtung mit der Taucherglocke, in deren Mitte ein Querholz zum Sitze für den Taucher befestigt, und deren Rand unten mit Gewichten zum Niedersinken ins Wasser beschwert ist.

§. 15. Anm. Die Luft hat mit dem Wasser, und andern ihm ähnlichen Körpern, die Flüssigkeit und Schwere gemein, unterscheidet sich aber davon durch ihre Elasticität. Verstehen wir nun durch Luft jede schwere und elastische flüssige Masse; so wie durch Wasser jede schwere nicht elastische Flüssigkeit: so giebt es, wie die Chemie gefunden hat, noch mehrere, von unsrer gemeinen Luft unterschiedne Luftarten, so wie es in dem gemeinen Verstande noch mehrere von dem gemeinen Wasser unterschiedne Wasserarten giebt. Demnach ist die Aerometrie, die von der gemeinen Luft den Namen führt, so wie die Hydrostatik, die vom gemeinen Wasser benannt ist, viel weiter ausgebreitet, als ihr Name anzeigt. Wollte man die neuentdeckten Luftarten als bloße Modificationen unserer gemeinen Luft ansehen: so müßte man in eben dem Sinne alle sogenannte tropfbare Flüssigkeiten für Modificationen unsers gemeinen Wassers halten. Jedoch dergleichen Untersuchungen gehören für die Physik.

§. 16. Erfahr. Bindet man eine schlaffgemachte Lammsblase fest zu, und erwärmt sie allmählig auf allen Seiten: so dehnt sie sich nach und nach zu einem runden Körper aus, und zerspringt auch wohl.

§. 17. Zus. 1. Die Ausdehnung der Blase kann durch nichts anders erfolgen, als daß die in den Falten der Blase enthaltene Luft den ganzen Raum der Blase erfüllt. Da nun dies die Wärme bewirkt: so erhellet daraus, daß die Luft von der Wärme ausgedehnt wird, d. i. eine Quantität Luft nimmt warm ei-

nen

nen gröſſern Raum ein, als kalt, und vermag, so lange sie warm ist; einer dichtern kalten Luft das Gleichgewicht zu halten.

§. 18. Anm. Die Wärme bewirkt eine Ausdehnung nicht blos bey Luft, sondern auch, im geringern Grade, bey Wasser und andern flüssigen Materien, auch selbst bey festen Körpern. Hievon das Nähere im Folgenden.

§. 19. Zus. 2. Wenn man ein Gefäß erhitzt, daß die sich ausdehnende Luft einen Theil davon heraustreibt, hierauf genau verschließt, daß keine Luft wieder eintreten kann, und langsam erkalten läßt: so wird es weniger wiegen, als wenn man durch die Oeffnung nachmals wieder Luft hat hineintreten lassen. Hieraus bestätigt sich die Schwere der Luft §. 7., und wird begreiflich, wie durch Wärme ein Luftwechsel bey Windöfen, Kaminen u. s. w. bewirkt werde.

§. 20. Zus. 3. Wenn man ein Gefäß mit einer engen Röhre erhitzt, und ins Wasser steckt: so erhält die äussere Luft nach einiger Zeit das Uebergewicht, und treibt so viel Wasser hinein, daß der Raum, den die verkältete Luft verläßt, ausgefüllt wird.

Durch Vergleichung dieses Raums mit dem Raume des ganzen Gefässes kann man also bestimmen, um welchen Theil ihres Raums die Luft durch die Hitze ausgedehnt wird. Auf diese Art fand Robins, (Eulers erläuterte Artillerie S. 97.) daß die Luft in der Höhlung eines bis zur weissen Hitze gebrachten Eisens 4 mahl stärker ausgedehnt ward.

§. 21. Zus. 4. Wäre eine Quantität Luft in einem Gefässe eingeschlossen, daß sie sich in keinen gröf-

sern Raum ausdehnen könnte: so bliebe bey der Erwärmung ihre Dichtigkeit zwar dieselbe; aber ihr Bestreben sich auszudehnen, d. i. ihre Elasticität würde grösser. Oder würde die Luft in dem Raume AB (Fig. 75.) deren Elasticität dem Gewichte P gleich ist, erwärmt: so müßte man das Gewicht P vergrössern, wenn der Deckel da bleiben sollte, wo er vorher war, daß also die Elasticität der Luft durch die Wärme zugenommen hat.

2. Gleichgewicht der Luft.

§. 22. Lehrs. (Fig. 77.) Die Luft bedeckt unsre Erde allenthalben so, daß ihre Dichtigkeit oder wenigstens ihre Elasticität von unten nach oben abnimmt, und sie überall über der Erde gleich hoch stehet.

Bew. I. Ohne den Einfluß der Wärme auf die Luft in Betracht zu ziehen, d. i. wenn man überall gleiche Temperatur annimmt.

Man denke sich die ganze Luftsäule ABCD über der Fläche BC in den festen Gränzen AB, CD, von unbestimmter Höhe eingeschlossen: so wird sie vermöge ihrer Flüssigkeit den ganzen Raum erfüllen, und in jede Stelle M, N, innerhalb dieser Gränzen eindringen. Da aber wegen Schwere der Luft jede untere Schicht EF eine grössere Last zu tragen hat, als eine obere GH; so ist in jener die Luft stärker zusammengedrückt, also dichter und elastischer, als in dieser §. 11, und dringt in M mit einer grössern Gewalt, als in N. Diese Stellen mögen sich nun, jede in ihrer Schicht, wo

man

man will, befinden: so gilt von ihnen das nämliche. Daher ist in einerley Tiefe unter AD die Luft auch in einerley Zustande. Stünde nun die Luft über der Erde nicht überall gleich hoch, d. i. wäre über AD Luft, die keine neben sich hätte: so würde diese sich so lange ausbreiten, bis sie die ganze Fläche AD bedeckt hätte.

II. Wenn die Temperatur nicht überall gleich ist: so breitet sich die wärmere Luft so lange aus, bis die sie umgebende kältere mit ihr das Gleichgewicht hält §. 173 da dann zwar nicht obige Proportion der Dichtigkeit, aber doch die Proportion der Elasticität statt findet.

§. 23. Zus. 1. (Fig. 77.) Wäre mit der Luftsäule eine mit Wasser gefüllte Röhre KLO verbunden, in welcher die Wassersäule LO, der Luftsäule AC, das Gleichgewicht hielte: so wäre hier der Fall in Hydrost. §. 39, und es liesse sich die Rechnung führen, wenn man die Zahl der Schichten in AC, und von jeder die Dichtigkeit, oder die damit proportionirte Elasticität, kennte. Eben dasselbe gilt auch, wenn die Wassersäule nur die Luftsäule AH zu tragen hätte, oder wenn die Röhre KLO anstatt des Wassers mit Queckſilber gefüllt wäre. Um aber dieser so sehr mißlichen Rechnung überhoben zu seyn, soll in der Folge ein Versuch ihre Stelle vertreten.

§. 24. Zus. 2. (Fig. 78.) Ist unsere Erde eine Kugel T: so setzt sich die Luft um dieselbe in Gestalt einer concentrischen Kugel A, und erhält sich, indem sie sich rings um die Erde zusammen schließt, von selbst, ohne durch etwas anders eingeschlossen zu werden; weil jede Luftsäule C von den daran stossenden D, B, zusammengehalten wird. Alle diese Luftsäulen aber müssen

von gleicher Höhe seyn, und sich in einer horizontalen Oberfläche endigen. In dieser Gestalt macht die gesammte Luft über der Erde das aus, was man die Atmosphäre, oder den Dunstkreis der Erde nennt.

§. 25. Anm. 1. Umgekehrt folgt hieraus die Kugelgestalt unsrer Erde, weil nur einen kugelförmigen Körper eine schwere flüssige Masse rings umgeben kann, ohne durch so etwas, wie die Wände AB, CD, Fig. 77. waren, zusammen gehalten zu werden, und wir doch an allen Orten unsrer Erde Luft finden, ohne daß irgendwo dergleichen Wände vorhanden wären.

§. 26. Anm. 2. Die Luft in unsrer Atmosphäre (die gemeine oder atmosphärische Luft) ist selten oder wohl gar nie rein, sondern in ihren Zwischenräumen mit fremdartigen Theilen mancherley, besonders von wässriger Art (mit wässrigen Dünsten) erfüllt. Nach der verschiednen Quantität dieser Dünste, ist die Luft bald feuchter bald trockner.

§. 27. Zus. 3. Der Druck eines jeden Lufttheilchens in der Atmosphäre muß mit der Höhe zugleich zu- und abnehmen; folglich jede Fläche von der gesammten Atmosphäre einen Druck leiden, der dem Gewichte der Luftsäule auf dieser Fläche gleich ist, in einer Höhe, welche die Tiefe der Fläche unter der Oberfläche der Atmosphäre anzeigt.

§. 28. Zus. 4. Die Luft in einem Zimmer hat, durch mancherley Oeffnungen, Verbindung mit der äussern, und ist von dieser so zusammengedrückt, bis ihre Elasticität dem gesammten Gewichte einer Luftsäule, die bis ans Ende der Atmosphäre reicht, das Gleichgewicht hält. Der Versuch §. 4, der nunmehr §. 29. bestimmter vorzunehmen ist, bleibt also der nämliche, er mag in Zimmern oder unter freyem Himmel vorgenommen werden; weil die Luft im ersten Falle das durch ihre Elasticität leistet, was sie im zweyten Falle durch ihr Gewicht wirkt.

§. 29.

§. 29. Erfahr. (Fig. 80.) Eine gläserne Röhre AB, etwa 2½ Fuß lang, sey mit Queckſilber gefüllt, und oben in B luftdicht (d. i. das keine Luft eindringen kann) verſchloſſen. Steckt man dieſe Röhre mit der untern zugehaltenen Oefnung A in ein mit Queckſilber angefülltes Gefäß: ſo ſinkt das Queckſilber in der Röhre, wenn man ſie unten wieder öffnet, von B bis D, ſo daß es in einer Höhe CD von etwa 28 Zoll über der Oberfläche MN im Gefäſſe ſtehen bleibt.

§. 30. Zuſ. 1. Zu mehrerer Deutlichkeit zeichne man in dem Queckſilber die eingebildeten Gränzen von A nach E, daß man ſich eine gebogne Röhre vorſtellen könne: ſo ſteht über E eine Luftſäule ſo weit die Atmoſphäre reicht, drückt auf das Queckſilber in der Röhre, und erhält es bis D. Nun iſt das Queckſilber in dem untern Theile der Röhre CAE für ſich im Gleichgewichte. Folglich hält die Luftſäule über E das Gleichgewicht mit der Queckſilberſäule CD. Demnach muß die Atmoſphäre gegen die Fläche C ſo ſtark drücken, als eine Queckſilberſäule, deren Grundfläche die Oeffnung der Röhre C, und deren Höhe CD = 28 Pariſer Zoll iſt.

§. 31. Zuſ. 2. Der Verſuch bleibt der nämliche, wenn man anſtatt der geraden Röhre BA in dem Gefäſſe mit Queckſilber, auch eine ungebogene Röhre BAE von willkührlicher Geſtalt nimmt. Es muß aber die Röhre in B luftdicht verſchloſſen ſeyn, um den Druck der Luft auf D abzuhalten. Denn öffnete man B: ſo würde der Druck der Luft auf D den entgegengeſetzten

Druck auf E ganz oder zum Theil aufheben, daß D herabſinken müßte. Da nun B verſchloſſen, und das Queckſilber, welches die ganze Röhre bis B anfüllte, bis D geſunken iſt, ohne daß Luft in dieſen Raum eindringen kann: ſo iſt BD eine Luftleere, ſpatium vacuum.

§. 32. Zuſ. 3. Da Queckſilber 14 mahl ſchwerer als Waſſer iſt, folglich eine 28 Zoll hohe Queckſilber-Säule mit einer 32 Fuß hohen Waſſerſäule das Gleichgewicht hält (Hydr. §. 37.): ſo würde, wenn man den Verſuch, anſtatt des Queckſilbers mit Waſſer anſtellte, dieſes vom Druck der Atmoſphäre in einer Höhe von 32 Fuß erhalten werden.

§. 33. Anm. 1. Da Evangeliſta Torricelli, ein Schüler des Galilái, im Jahr 1643 zuerſt dieſen Verſuch mit der Queckſilberröhre angeſtellt hat: ſo heißt ſie nach ihm die Torricelliſche Röhre, und der leere Raum DB die Torricelliſche Leere, vacuum Torricellianum. Die Veranlaſſung zu dieſem Verſuche gab ein Florentiniſcher Gärtner, der in einer Pumpenröhre das Waſſer über 18 Ellen heben wollte.

§. 34. Anm. 2. Die Höhe des Queckſilbers ſowohl, als des Waſſers, iſt gröſſer oder kleiner, nachdem der Ort des Verſuchs niedriger oder höher liegt. §. 23. Auch ſelbſt an einerley Orte muß obige Höhe zu verſchiedenen Zeiten verſchieden ſeyn, wenn ſich daſelbſt mit dem Gewichte oder der Elaſticität der Luft Veränderungen ereignen. Man ſucht alsdann gemeiniglich, nach dem Durchſchnitte seine mittlere Höhe für ſolchen Ort, wovon im Folgenden das Nähere anzuzeigen iſt. Obige 28 Zoll oder 32 Fuß hat man hienach als eine mittlere Höhe nahe an der Oberfläche des Meeres gefunden.

§. 35. Zuſ. 4. Hienach läßt ſich der Druck der Atmoſphäre auf jede gegebene Fläche, ja auf die geſammte Kugelfläche der Erde berechnen. Z. E. Iſt die Queckſilberhöhe 28 Zoll: ſo drückt die Atmoſphäre auf eine Quadratfläche, (wenn 1 Cubikfuß Waſſer zu 70 ℔ angenommen wird) mit einer Gewalt von 2249 ℔,

Hb. Die ganze Erdkugel wird von der Atmosphäre eben so stark gedrückt, als wäre sie mit einer Queckſilbermasse von 28 Zoll Höhe, oder mit einer Wassermasse von 32 Fuß Höhe rings umgeben. Heißt nun diese Höhe ϱ, der Halbmesser der Erde r: so ist (aus Geom. §. 625.) der körperliche Inhalt der umgebenden Masse $= \frac{4}{3}\pi(r+\varrho)^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi(r^2\varrho + \varrho^2 r + \frac{\varrho^3}{3})$ oder, wenn man in dem eingeschlossenen Factor die beyden letzten Glieder als sehr klein gegen das erste Glied nicht achtet, $= 4\pi r^2\varrho$. Setzt man nun $r =$ 960 Meilen, $\varrho = 32$ Fuß, bringt alles auf Fuß, und multiplicirt die gefundne Gröſſe mit dem specifischen Gewichte des Wassers = 70 Hb: so findet man den gesuchten Druck.

§. 36. Aufg. (Fig. 81.) Durch Versuche zu finden, ob bey Zusammendrückung der Luft ihre Dichtigkeit der drückenden Kraft proportionirt sey; vorausgesetzt, daß dabey die Temperatur unverändert bleibe, auch keine Dünste, oder sonst etwas, Aenderungen in der Beschaffenheit der Luft verursachen.

Auſl. Eine gläserne Röhre ABC sey dergestalt gebogen, daß beyde Schenkel AD, EC, lothrecht seyn, und wenigstens der kürzere EC von gleicher Weite, etwa 12 Zoll lang in C verschlossen, der längere AD, etwa 8 Fuß lang in A offen sey.

Füllt man die untre Krümmung mit Queckſilber, daß es sich an die wagrechte Linie DE setzt: so ist die Luft in EC mit der atmosphärischen von einerley Dich-

te und Elasticität, folglich von einerley Kraft zusammengedrückt, welche der Höhe k des Queckſilbers in der Torricelliſchen Röhre, etwa 28 Zoll, zukömmt.

Schüttet man nun in A noch mehr Queckſilber, daß es im langen Schenkel die Höhe DH = a, im kurzen die Höhe EF = b habe: ſo wird die Kraft, welche die Luft in den Raum CF zuſammengedrückt, aus k + a − b ermeſſen, die in dem Raume CE, = k war.

Wäre alſo das oben angeführte Geſetz wahr: ſo müßte ſeyn, k : k + a − b = CF : CE.

§. 37. **Erfahr. Mariotte ſtellte dieſen Verſuch zuerſt an, und fand ihn mit Obigem übereinſtimmend, daher man dieſe Verhältniß das Mariottiſche Geſetz nennt.**

Wenn nämlich CE = 12″, k = 28″ war, ſo fand er für

a = DH =	18;	34;	93.
b = EF =	4;	6;	9.
folglich CF =	8;	6;	3.

Hienach iſt allerdings

28 : 28 + 18 − 4 = 8 : 12 = 2 : 3 = 1 : $1\frac{1}{2}$
28 : 28 + 34 − 6 = 6 : 12 = 1 : 2.
28 : 28 + 93 − 9 = 3 : 12 = 1 : 4.

Anm. Nach Mariotte haben andere dieſen Verſuch mit gleichem Erfolge wiederhohlt, daß man alſo dieſes Geſetzes, wenigſtens bis zu einer 4fachen Verdichtung der atmoſphäriſchen Luft nahe bey unſrer Erde, gewiß verſichert iſt. Bey gröſſern Verdichtungen aber kann man ſolches wohl nicht annehmen, wie auch die Erfahrung gelehrt hat.

§. 38.

§. 38. Aufg. (Fig. 80) Durch Versuche zu finden, ob bey Verdünnung der Luft eben das Gesetz §. 36. unter eben den Voraussetzungen statt finde.

Aufl. I. Eine durchaus gleichweite gläserne Röhre AB in A verschlossen, in B offen, werde bis D mit Queckſilber gefüllt, hierauf in B verschlossen, und, nachdem man sie in ein weites Gefäß mit Queckſilber gesteckt, daß CB = g hervorragt, in A geöffnet: so wird die in DB = a enthaltene Luft, deren Elasticität dem Drucke der äussern Luft das Gleichgewicht hält, das Queckſilber bis H herabtreiben, und sich in dem Raume BH = y verbreiten, bis die äussere Luft der Queckſilbersäule CH = g − y, sammt der Elasticität der Luft in BH, das Gleichgewicht hält.

Ist nun eine Queckſilbersäule von der Höhe = f mit der äussern Luft, folglich auch mit der Luft in DB im Gleichgewichte; eine andere aber von der Höhe e mit der in BH verbreiteten Luft: so hat man, wenn das Mariottische Gesetz auch hier statt findet, $y : a = f : e$, folglich $e = \frac{af}{y}$, und es trägt die äussere Luft eine Queckſilbersäule von der Höhe $= \frac{af}{y} + g - y$. Sie trägt aber auch eine von der Höhe = f, folglich muß $\frac{af}{y} + g - y = f$ seyn. Dies giebt die quadratische Gleichung $y^2 + (f-g)y - af = o$, folglich $y = -\frac{1}{2}(f-g) + \Gamma(\frac{1}{4}(f-g)^2 + af)$. Algebr. §. 43.

Hienach läßt sich also die Queckſilberſäule $g - y$, die in der Röhre bleiben muß, berechnen. Trift dieß nun auch so in der Erfahrung zu: so muß das angenommene Geſetz wahr seyn. Z. E. für $f = 28$, $g = 30$, $a = 2\frac{1}{4}$, findet man $y = 9$.

II. Um dieſen Verſuch bequemer zu machen, ſetze man, die Luft in y ſolle n mahl dünner werden, als die in a, d. i. es ſolle $y = na$ seyn. Bringt man dies in obige quadratiſche Gleichung: ſo erhält man $n^2 a^2 + (f - g)\, na - af = o$, folglich $a = \frac{f + n(g-f)}{nn}$. Z. E. wenn $n = 4$ seyn ſoll, und $f = 28$, $g = 30$ bleibt, ſo iſt $a = \frac{28 + 4 \cdot 2.}{16} = \frac{9}{4}$, wie zuvor angenommen war.

Nimmt man nun, für ein gegebenes f und g, den Werth von n verſchieden an, berechnet danach a, und läßt bey den Verſuchen BD ſo groß, als man a gefunden hat: ſo wird ſich zeigen, ob man jedesmahl $y = na$ erhalte. Die Länge der Röhre g nimmt man gröſſer als die Höhe des Queckſilbers f in der Torricelliſchen Röhre, damit a immer poſitiv ſey.

§. 39. Erfahr. Dieſe Verſuche ſind häufig mit ſehr groſſen Veränderungen der Luft, und vom Herrn Bouguer ſelbſt auf hohen Bergen, wo die Torricelliſche Röhre nur 16 Zoll trug, angeſtellt worden; da dann allemahl der Erfolg mit der Vorausſetzung übereinſtimmte.

3. Die

3. Die Luftpumpe.

§. 40. Aufg. (Fig. 79.) Ein Werkzeug, womit man die Luft in einem Gefässe verdünnen und verdichten kann, das ist eine Saug- und Druckpumpe anzugeben.

Aufl. I. Structur der Pumpe. In einen metallenen Cylinder oder Stiefel AB, passe ein Stempel oder Kolben, embolus, C, der mittelst der Kolbenstange CD ganz auf- und niedergehe. An eine Oeffnung im Boden des Stiefels B schliesse sich eine gebogene, durch einen Teller FG gehende Verbindungsröhre BEF an, wodurch ein conischer, wohleingeschmirgelter Zapfen oder Hahn H stecke, der auf zweyerley Art durchbohrt ist: einmahl gerade, so daß nur ein Weg durch ihn aus der Röhre in den Cylinder gehe; zweytens schief, so daß nur ein Weg durch ihn aus der freyen Luft in die Röhre einmahl nach E, ein andermahl nach B gehe. Endlich komme über der Oeffnung F der Verbindungsröhre der Recipient, d. i. entweder eine gläserne an den Teller wohl anschliessende Glocke, campana, die über die Oeffnung F gesetzt wird; oder ein Gefäß mit einem engen Halse, durch den ein gerade durchbohrter Hahn gehet, welches an die Verbindungsröhre, über der Oeffnung F angeschroben wird.

II. Gebrauch dieses Werkzeugs als Saugpumpe, d. i. zur Verdünnung der Luft.

Man stelle den Hahn H so, daß nur der erste Weg offen sey, und ziehe den Stempel C, der am

Boden

Boden B anschließt, bis A herauf: so wird die Luft im Recipienten sich ausbreiten, und zugleich den Raum des Stiefels anfüllen, folglich sich verdünnen. Nun stelle man den Hahn so, daß nur der Weg aus der freyen Luft nach B offen ist, und stosse den Stempel von A nach B: so wird die in den Stiefel eingetretene Luft herausgetrieben. Dieses einmahlige Ausziehen und Einstossen des Stempels heißt eine Auspumpung, wodurch die Luft in dem Recipienten verdünnt worden ist. Durch eine zweyte Auspumpung wird diese verdünnte Luft abermahls verdünnt, u. s. f. wobey der Druck der äussern Luft auf den Recipienten das Uebergewicht über den Gegendruck der eingeschlossenen verdünnten Luft erhält.

III. Gebrauch dieses Werkzeugs als Druckpumpe, d. i. zur Verdichtung der Luft.

Man stelle den Hahn so, daß der Weg aus der freyen Luft nach B offen ist, und ziehe den Stempel von B nach A; so wird die Luft aus der Atmosphäre den Stiefel anfüllen. Nun stelle man den Hahn so, daß der erste Weg offen ist, und stosse den Stempel von A nach B: so wird die in den Stiefel eingetretene Luft in den Recipienten getrieben, kömmt zu der daselbst schon befindlichen Luft, und verdichtet sie also. Dies heißt eine Compression. Jede folgende bringt von neuem wieder Luft zu der eingeschlossenen, und verdichtet sie immer mehr, wodurch also der Druck der comprimirten Luft über den Gegendruck der äussern immer mehr Uebergewicht erhält.

§. 41. Anm. 1. Anstatt des Hahns dienen auch ein Paar Klappen oder sogenannte Ventile, die so eingerichtet sind, daß ein Druck von der einen Seite die Klappe öffnet, ein Druck von der andern Seite sie nur desto fester verschließt. Eins davon ist im Boden

den des Cylinders, durch welches die Luft eindringt, wenn der Stempel hinaufgehet; das andre im Stempel, durch welches die eingedrungene Luft ins Freye dringt, wenn der Stempel niedergehet. Um unter die Campane wieder Luft zu lassen, ist die Verbindungsröhre mit einem Hahne oder Wirbel versehen, den man zu diesem Ende öffnen kann. Soll eine solche Pumpe zum Verdichten dienen: so haben die Ventile die umgekehrte Lage, auch kann alsdann das Ventil im Stempel wegfallen, und statt dessen ein Loch oben im Cylinder gebohrt seyn, wodurch die äussere Luft eindringt. Soll sie beydes zum Verdünnen und Verdichten eingerichtet seyn; so bleiben die Ventile ungeändert, und es kommen zwey Verbindungsröhren zwischen dem Stiefel und Recipienten, wovon die eine mit dem Boden, die andre mit dem Obertheile des Stiefels zusammenhängt, so daß ein Hahn wechselsweise die Verbindung der einen Röhre mit dem Recipienten hemmet, und die Verbindung der andern mit der äussern Luft herstellt, so wie es die Absicht jedesmahl erfodert.

§. 42. Anm. 2. Die Windbüchse ist ein Flintenlauf mit einem Recipienten, worinn die Luft mittelst einer Druckpumpe stark comprimirt wird. Durch das Niederschlagen des Hahns auf einen Stift, wird das Ventil des Recipienten geöffnet, aber durch eine inwendig angebrachte Feder sogleich wieder verschlossen, indem die herausfahrende Luft die Kugel aus dem Laufe treibt.

§. 43. Anm. 3. Der Erfinder der Luftpumpe ist Otto von Guerike, Churfürstlicher Rath und Burgemeister zu Magdeburg, der im Jahr 1654 zu Regensburg, wo er Geschäfte hatte, in Gegenwart Kaysers Ferdinand des 3ten und vieler Fürsten Experimente mit seiner Luftpumpe gemacht. Der Churfürst von Maynz und Bischoff von Würzburg Johann Philipp erhielt von ihm seine Instrumente, die der damalige Professor der Mathematik zu Würzburg Caspar Schott dadurch kennen lernte. Dieser schrieb 1657 ars mechanico-hydraulico-pneumatica, und 1664 technica curiosa, worinn er auch die Guerikschen Versuche erzählte. Hieraus lernte sie Robert Boyle kennen, der diese Erfindung mit einigen Veränderungen in England bekannt machte, in seiner Schrift: nova experimenta physico-mechanica de vi aëris elastica et ejusdem effectibus. 1661. Otto von Guericke selbst schrieb experimenta nova Magdeburgica. Amstelodami 1672.

§. 44. Anm. 4. Die mancherley Einrichtungen, die man der Luftpumpe gegeben hat, sind hauptsächlich folgende:

1. Otto von Guerike gab ihr einen schief liegenden Cylinder, und brauchte einen gläsernen Recipienten mit einem Halse, den er

er an die Verbindungsröhre anschrob. Die Kolbenstange bewegte er mittelst einer eisernen Zugstange.

2. Robert Boyle in England, behielt solchen Recipienten bey, gab aber der Kolbenstange Zähne und Getriebe, und stellte den Cylinder vertical; daher man die Luftpumpen mit verticalem Cylinder englische, die andern aber deutsche zu nennen pflegte.

3. Huygen ließ für die Academie zu Paris eine Luftpumpe machen, wobey er einen Teller mit der Glocke anbrachte; welches man der Bequemlichkeit wegen bey allen andern Luftpumpen beybehalten hat.

4. Sengwerd in Leyden, gab seiner Luftpumpe einen fast wagrecht liegenden Cylinder, einen Hahn und eine gezähnte Stange mit einem Stirnrade. Diese ward in Deutschland fast allgemein beliebt, und Leupold, Mechanicus zu Leipzig, verfertigte sie häufig für die Deutschen. Sie dient auch als Druckpumpe.

5. Hauksbee in England machte zwey vertical stehende Stiefel, die am Boden mit einer Röhre vereinigt sind, von der sich eine andere Röhre bis zur Mitte des Tellers erstreckt. Beyde stehen mit ihrer Verbindungsröhre in einer Cisterne mit Wasser, welches das Eindringen der Luft abhält. Im Boden der Stiefel und der Kolben sind Blasenventile. Der eine Kolben saugt die Luft aus dem Recipienten in der Zeit, da der andre aus seinem Stiefel die beym vorhergehenden Zuge eingesogene Luft wegschafft. Die Kolbenstangen sind gezähnt, und zwischen ihnen liegt ein Stirnrad, welches mittelst einer Kurbel wechselsweise vor- und rückwärts jedesmal so lange nach einerley Richtung gedrehet wird, bis die Kolben, die dadurch nach entgegengesetzten Richtungen getrieben werden, die ganze Länge der Stiefel durchlaufen haben. In der Verbindungsröhre ist oben ein rundes Loch mit einem eingeriebenen genau passenden Stöpsel, um die Luft wieder unter die Glocke zu lassen, auch ein gerade durchbohrter Hahn, um die Communication zwischen Glocke und Stiefel verschliessen zu können. Diese Pumpe dient blos zum Verdünnen, daher man zum Verdichten noch eine besondre Druckpumpe nöthig hat. Leupold machte auch diese Luftpumpe nach, nur daß er, weit bequemer, ungezähnte Kolbenstangen, wie bey den Feuerspritzen, an einen im Mittelpunkt gehörig unterstützten Wagebalken hing, an dessen Axe noch ein andrer paralleler Wage- oder Druckbalken angebracht ist, um durch abwechselndes Niederdrücken und Heben die Kolben in Bewegung zu setzen.

6. Gravesand und Nollet nahmen die Einrichtung des Hauksbee an, nur daß sie anstatt der Ventile den Hahn beybehielten, den aber die Bewegung der Kolben zugleich in die rechte Lage jedesmal brachte. Branders sogenannte Cabinets-Antlia ist ein verticaler

ticaler Cylinder mit einem Hahne in der Verbindungsröhre, welcher wie bey Graveſand und Nollet zugleich mit dem Kolben beweget wird.

7. Smeatons Luftpumpe von 1752 hat einen verticalſtehenden Cylinder, und dient beydes zum Verdünnen und Verdichten. Eine deutliche Beſchreibung giebt Herr Hofrath Karſten in ſeinen Anfangsgründen der Naturlehre, Herr Hofrath Käſtner in ſeinen Anfangsgründen der angewandten Mathematik, und Herr Hofrath Lichtenberg in Erxlebens Naturlehre 4te Auflage.

8. Leiſtens Luftpumpe von 1772. hat auch einen verticalſtehenden Cylinder, und iſt ſo eingerichtet, daß Smeatons und Hauksbees Vortheile zugleich dabey angebracht ſind. Herr Profeſſor Leiſte zu Wolfenbüttel hat in einem Programm vom Jahr 1772 ſeine Erfindung beſchrieben.

9. Von den neueſten Luftpumpen findet man Nachrichten in der Herren Lichtenberg und Voigt Magazin für das Neueſte aus der Phyſik. Gotha ſeit 1781.

§. 45. Aufg. Nach einer gegebenen Zahl Auspumpungen zu finden, wie vielmahl die Luft im Recipienten verdünnet ſey; vorausgeſetzt, daß die Luft ſich jedesmahl gleichförmig im Cylinder verbreite, und keine neue Luft eindringe.

Auflöſ. Der Raum des Recipienten und der Verbindungsröhre bis zum Hahne ſey $= a$; der Raum bis zur Höhe der übrigen Röhre und des Cylinders bis zum ganz zurückgezogenen Stempel ſey $= b$; die erſte Luft, die zu Anfang im Raume a iſt, ſey $= f$; die Luft in eben dem Raume nach einer gegebenen Zahl Auspumpungen $= p$; und die Luft darinn nach der nächſten Auspumpung $= r$: ſo iſt $p : r = a + b : a$, oder $r = \frac{a}{a+b} \cdot p$, folglich nach der erſten Auspumpung, wo

$p = f$

$p = f$ ist, $r = \frac{a}{a+b} \cdot f$; nach der zweyten, wo $p = \frac{a}{a+b} \cdot f$ ist, $r = \left(\frac{a}{a+b}\right)^2 \cdot f$ u. s. w. nach der m ten oder $n+1$ ten, wo $p = \left(\frac{a}{a+b}\right)^n \cdot f$ ist, $r = \left(\frac{a}{a+b}\right)^{n+1} \cdot f = \left(\frac{a}{a+b}\right)^m \cdot f$; folglich $\frac{r}{f} = \left(\frac{a}{a+b}\right)^m$.

§. 46. Zus. Aus §. 45. hat man $\log \frac{r}{f} = m \cdot \log \frac{a}{a+b}$ folglich auch $\log \frac{r}{f} : \log \frac{a}{a+b} = m$. Durch ersteres findet man den Grad der Verdünnung $\frac{r}{f}$, wenn die Räume a, b, und die Zahl der Auspumpungen m gegeben sind; durch letzteres aber die Zahl der Auspumpungen m aus dem Grade der Verdünnung $\frac{r}{f}$.

§. 47. Aufg. Nach einer gegebenen Zahl Compressionen zu finden, wie vielmahl die Luft im Recipienten verdichtet sey; vorausgesetzt, daß die Luft des Cylinders sich jedesmahl ganz in den Recipienten ziehe, und hieraus keine Luft entwischen könne.

Aufl. Bedeuten a, b, die Räume wie in §. 45, so verhält sich die atmosphärische Luft in diesen Räumen wie a : b. Nach m Compressionen verhält sich der

Zuwachs

Zuwachs im Raume a wie m b, folglich die comprimirte Luft in a, wie a + m b. Heißt also diese g, und die atmosphärische Luft in demselben Raume f: so ist f : g = a : a + m b, oder $\frac{g}{f} = \frac{a + m b}{a}$.

§. 48. Zus. Aus §. 47. hat man ga = fa + fmb, oder $\frac{(g-f)\,a}{fb} = m$.

§. 49. Aufg. Man weiß, wie stark die Luft in einer Kugel verdünnt oder verdichtet sey, und soll den Druck finden, den diese Kugel von aussen oder von innen leidet.

Aufl. Die äussere Luft drückt auf die Kugel nach allen Richtungen. Betrachtet man hier blos den senkrechten Druck auf die beyden entgegengesetzten Halbkugeln, und setzt ihn dem Drucke auf den größten Kugelkreis gleich: so findet sich die Berechnung des zu beyden Seiten gleichen Drucks aus §. 35. Ist nun die Kugel mit atmosphärischer Luft erfüllt: so hat man hiedurch zugleich ihren Druck gegen die innere Fläche der beyden Halbkugeln gefunden. Schließt aber die Kugel verdünnte oder verdichtete Luft ein: so giebt ihre Verhältniß gegen die atmosphärische §. 45. 47. zugleich die Verhältniß ihres Drucks gegen den gefundenen Druck der atmosphärischen Luft, woraus man das Uebergewicht von der einen oder der andern Seite leicht finden kann.

§. 50. Zus. Nimmt man für die gläserne Glokke der Luftpumpe den senkrechten Druck auf ihre Grund-

fläche: so kann man, wie §. 49. finden, wie stark nach jedem Zuge die Glocke auf den Teller der Luftpumpe gedrückt werde.

§. 51. Anm. 1. Die Rechnungen von §. 45 an, sind für die gemeinen Absichten hinreichend; aber überall und mit völliger Sicherheit lassen sie sich nicht anwenden; da die dabey bestimmten Voraussetzungen bey der Beschaffenheit unsrer Luftpumpe wohl nie völlig zusammentreffen, auch genaue Ausmessungen eben nicht so leicht sind.

§. 52. Anm. 2. Die bisher vorgetragenen Lehren von der Luft muß man wenigstens wissen, ehe man mit der Luftpumpe Versuche anstellt. Diese dienen dazu, das was von den Eigenschaften und dem Gleichgewichte der Luft gelehret worden ist, zu bestätigen und augenscheinlicher zu machen. Da sie aber billig der Physik zu überlassen sind: so sollen hier nur die vorzüglichsten derselben blos nahmhaft gemacht werden:

1. Eine gläserne Röhre von gehöriger Länge geht mit dem einen Ende durch den Teller der Luftpumpe unter die Campane, mit dem andern in ein Gefäß mit Queckfilber, oder ist hier gebogen und mit Queckfilber zum Theil gefüllt, so daß das Ende des kürzern Schenkels zugeschmolzen ist. Sie dient als Elasticitätszeiger; welches auch die Torricellische Röhre unter der Campane leistet.

2. Ein gläsernes Gefäß unter der Campane, wird mit der untern offenen Röhre in ein Gefäß mit Queckfilber gesteckt, indem ihre obere Röhre zugeschmolzen ist. Sie dient als Dichtigkeitszeiger, und heißt von ihrer Gestalt die Birnprobe.

3. Zersprengung einer Glasscheibe, oder einer ausgespannten Blase. Die gewölbte Figur der Campane hindert ihre Zersprengung §. 50. Hieher gehört auch der Versuch mit den Guerickenschen Halbkugeln; womit §. 49. zu vergleichen ist. Seine ersten hatten $\frac{5}{8}$ Magdeburgische Elle im Durchmesser, und konnten von 6 starken Männern nicht von einander gerissen werden. Ein andres Paar war zu $\frac{3}{4}$ Elle mit 8 Pferden, und ein drittes Paar zu 1 Elle mit 15 Pferden auf jeder Seite bespannt.

4. Eine schlaffe fest zugebundene Blase unter der Campane. Verlöschung einer brennenden Kerze. Verminderung des Schalles. Sterben der Thiere. Ausziehung der Luft aus Wasser, Holz und andern Körpern.

5. Wird

5. Wird eine von Luft möglichst leer gemachte Kugel abgewogen, und abermahls, nachdem man die atmosphärische Luft wieder hat hineinziehen lassen: so zeigt der Unterschied, wie viel die Masse Luft wiegt, die diesen Raum erfüllt. Dies mit dem Gewichte des Wassers in diesem Raume verglichen, giebt das specifische Gewicht einer Luft von der jedesmaligen Beschaffenheit. Hienach hat man gefunden, daß die Luft nahe bey der Erde und bey mittlerer Temperatur ohngefähr 800 mahl leichter als Wasser sey. Hieraus ergiebt sich zugleich der Unterschied am Gewichte der Körper in freyer Luft, und im luftleeren Raume; und daß z. E. 1 ℔ Federn an sich mehr wiegen müsse, als ein ℔ Bley.

B. Von den meteorologischen Werkzeugen.

1. Das Barometer.

§. 53. Anm. Der Zustand unsrer Atmosphäre, von dem mannigfaltige Erscheinungen in derselben, die man Lufterscheinungen, meteora, nennt, abhängen, ist mancherley Veränderungen, (Witterungen) unterworfen, deren Ursache in den abwechselnden Graden der Elasticität der Luft, ihrer Wärme, Dichte, Feuchtigkeit u. s. w. liegen. Beobachtungen hierüber anzustellen, dienen die meteorologischen Werkzeuge, als Barometer, Thermometer, Pyrometer, Manometer, Hygrometer, Hyetometer, Anemometer u. s. w. Da aber dergleichen eigentliche Gegenstände der Physik sind: so ist hier die Absicht, blos das Mathematische vom Barometer abzuhandeln, und von den übrigen Werkzeugen die vorzüglichsten kurz zu beschreiben; wobey der Leser auf den lehrreichen Vortrag des H. Assess. Gehlers im physikalischen Wörterbuche unter obgenannten Artikeln verwiesen wird.

§. 54. Erkl. Die Torricellische Röhre heißt Barometer, weil sie den Druck der Luft zu bestimmen

dient, und wird von denen, die daraus die Aenderungen des Wetters herleiten wollen, auch Wetterglas genannt. Die Höhe, in welcher das Queckſilber darinnen ſtehet, heißt die Barometerhöhe, die nicht blos an verſchiedenen Orten der Erde, ſondern auch an einem Orte zu verſchiednen Zeiten verſchieden iſt.

§. 55. Man kann entweder eine gerade Röhre in ein weiteres Gefäß mit Queckſilber ſetzen, oder die Röhre unten umbeugen, und ſich in ein weiteres Gefäß endigen laſſen, oder ſie heberförmig aus zwey Schenkeln machen; der übrigen anderweitigen zahlreichen Veränderungen nicht zu gedenken. Auch iſt zu den Beobachtungen nöthig, daß das Barometer mit einer Scale verſehen ſey, woran die Zolle, Linien und Theile der Linien verzeichnet ſind. Will man die Veränderungen der Barometerhöhe blos an einem Orte bemerken, ſo iſt dazu der obere Theil der Scale hinreichend.

§. 56. Zuſ. 1. (Fig. 82.) Steht das Queckſilber zu einer gewiſſen Zeit in der Röhre bis A, im Gefäſſe bis D; zu einer andern Zeit aber in der Röhre bis B, im Gefäſſe bis E, indem das Queckſilber, das den Raum AB verlaſſen hat, den Raum DE erfüllt: ſo trug die Atmoſphäre zuerſt die Queckſilberſäule AC, wenn DC wagrecht iſt, hernach die Säule BF, wenn EF wagrecht iſt. Demnach iſt die Veränderung in der Barometerhöhe $= AC - BF = AB + BF + FC - BF = AB + FC = AB + DE$

§. 57. Zuſ. 2. Man ſetze den Querſchnitt der Röhre $= t$, des Gefäſſes $= v$, wenn beyde cylindriſch ſind: ſo muß, weil ſo viel Queckſilber in das Gefäß

tritt

tritt, als in der Röhre fällt, $AB.t = DE.v$, also $DE = \frac{AB.t}{v}$ seyn. Demnach ist §. 56. die Veränderung in der Barometerhöhe $AB + DE = AB.\frac{v+t}{v}$; wozu man also v und t kennen muß, wofern t gegen v nicht so klein ist, daß man es nicht zu achten braucht.

Z. E. Obige Veränderung ist $= AB.1,1$ wenn $v:t = 10:1$; und $AB.1,02$ wenn $v:t = 50:1$; aber $= 2.AB$, wenn $v = t$ ist.

§. 58. Anm. Daß zwey Barometer an einem Orte und zu einer Zeit nicht correspondiren oder harmoniren, verursacht entweder die verschiedene Weite der Röhren, indem die Ausdehnung des Queckſilbers durch die Wärme desto merklicher wird, je enger die Röhre ist, oder die Ungleichheit in dem specifischen Gewichte zweyer Maſſen Queckſilber; oder daß beyde Maſſen nicht gleich stark von Luft gereinigt sind; oder die verschiedene Rauhigkeit der innern Wände der Röhren; oder daß das Vacuum im obern Theile in der einen Röhre vollkommener als in der andern ist; oder daß die Eintheilung nicht nach einerley richtigem Maaßstabe gemacht ist. Zu einem guten Barometer muß die Röhre 2 bis 3 Linien im Durchmesser haben.

§. 59. Erkl. Die mittlere Barometerhöhe eines Orts ist der Durchschnitt von der größten und kleinsten Höhe, die man an diesem Orte in einem Jahre, oder mehrere Jahre hindurch beobachtet hat. Der Unterschied zwischen dieser größten und kleinsten Höhe giebt die größte Veränderung der Barometerhöhen für diesen Ort.

Z. E. Aus vieljährigen Beobachtungen hat man

(in Londner Zollen)	größte Höhe	kleinste Höhe	mittlere Höhe
zu Petersburg	30,95	28,18	29,565
zu Göttingen	30,37	28,46	29,415

Comm. Acad. Petrop. T. XIV. pag. 241. Comm. soc. sc. Gotting. Tom. IV. pag. 89.

§. 60. Zus. Da die Barometerhöhe desto mehr ab oder zunehmen muß, je höher man auf der Erde steigt, oder je tiefer man in die Erde hineinkömmt; welches auch sehr häufige Erfahrungen bestätigen: so wird gleichfalls die mittlere Barometerhöhe in einer obern Gegend kleiner seyn, als in untern, folglich die Vergleichung der mittlern Barometerhöhen verschiedner Oerter zeigen, welche davon höher, und welche niedriger liegen.

§. 61. Anm. Ist unsere Erde eine Kugel, die sich nicht um ihre Axe drehet: so bilden alle Meere, die überall um die Erde mit einander verbunden, einen einzigen grossen Ocean ausmachen, nach hydrostatischen Gründen eine Kugelfläche, auf welcher man die mittlere Barometerhöhe zu 28 Zoll oder 336 Linien Pariser Maaß setzt. Ob nun gleich beyde Voraussetzungen nicht richtig sind; auch die Barometerhöhen verschiedener Meere verschieden sind: so hat man doch kein anderes Mittel, die Höhen auf der Erdfläche mit einander zu vergleichen, und muß sich an obgedachte 28 Zoll, als an etwas der Wahrheit nahekommendes halten.

§. 62. Aufg. (Fig. 83.) Eine Vergleichung zwischen den Barometerhöhen zweyer Oerter und deren Höhe übereinander in der Voraussetzung des §. 36. zu finden.

Aufl. Man denke sich eine Luftsäule, die sich von der Oberfläche der Erde A bis an das Ende der Atmosphäre Z erstreckt, in lauter gleiche so niedrige Schichten getheilt, daß man in jeder die Luft von gleichförmiger Dichtigkeit ohne merklichen Fehler annehmen könne. Man benenne diese Schichten durch ihre Höhen AB, BC, CD ..., ihre Dichtigkeit und Ge-

Gewicht aber durch die vorgesetzten Buchstaben δ und π, daß z. E. δAB, δBC, die Dichten der Schichten AB, BC, und πAB, πBC, die Gewichte der Schichten AB, BC bedeuten. Auf ähnliche Art sollen pAZ, pBZ, die Gewichte der Luftsäulen bedeuten, deren Höhen AZ, BZ, u. s. w. sind.

Da die Schichten gleich groß sind: so verhalten sich ihre Gewichte wie ihre Dichtigkeiten (Stat. §. 41. 39.) diese aber nach dem Mariottischen Gesetze wie die Gewichte der auf sie ruhenden Luftsäulen, die sich also auch wie die Gewichte verhalten müssen. Hiedurch erhält man folgende Proportionen:

$$\begin{aligned} &\delta AB : \delta BC : \delta CD : \delta DE \ldots . = \\ &\pi AB : \pi BC : \pi CD : \pi DE \ldots . = \\ &pBZ : pCZ : pDZ : pEZ \ldots . \end{aligned}$$

Nimmt man nun zuerst die Proportionen $\pi AB : \pi BC = pBZ : pCZ$, so ist $\pi AB = pAZ - pBZ$; und $\pi BC = pBZ - pCZ$. Folglich ist auch $pAZ - pBZ : pBZ - pCZ = pBZ : pCZ$, oder $pAZ - pBZ : pBZ = pBZ - pCZ : pCZ$, folglich $pAZ : pBZ = pBZ : pCZ$.

Auf eben die Art beweißt man durch die zweite Proportion $\pi BC : \pi CD = pCZ : pDZ$, daß $pBZ : pCZ = pCZ : pDZ$ sey; woraus man bald ersiehet, daß die Gewichte der Luftsäulen, folglich auch die Gewichte sowohl, als Dichtigkeiten der Schichten, in geometrischer Progression sind, daß folglich z. E. $pAZ : pCZ = 2\,(pAZ : pBZ)$ oder allgemein $\frac{pAZ}{pMZ} = m \cdot \frac{pAZ}{pBZ}$, und $\frac{pAZ}{pNZ} = n \cdot \frac{pAZ}{pBZ}$ sey, folglich m, n, die Logarithmen

der Verhältniſſe $\frac{pAZ}{pMZ}$, $\frac{pAZ}{pNZ}$ ſeyen; woraus man alſo $m : n = l\frac{pAZ}{pMZ} : l\frac{pAZ}{pNZ}$ erhält.

Nun werden offenbar durch m, n, die Höhen AM, AN; die Gewichte pAZ, pMZ; pNZ aber durch die Barometerhöhen B, b, β in A, M, N angegeben. Demnach iſt $AM : AN = l\frac{B}{b} : l\frac{B}{\beta}$, woraus zu erſehen, daß, wenn man nur eine zu den Barometerhöhen B, b, gehörige Höhe AM wüßte, man jede andre zu der Barometerhöhe β gehörige Höhe AN leicht finden könne.

Nimmt man nun an, daß die mittlere Barometerhöhe in A an der Meeresfläche = 28 Zoll ſey, und daß, wie die beſten Beobachtungen gezeigt, 77,67 Pariſer Fuß, oder 12,945 Toiſen höher in D, das Barometer um 1 Linie ſinke: ſo iſt hier die Barometerhöhe B = 336 Linien, und b = 335, folglich $l\frac{336}{335} : l\frac{336}{\beta} = 12{,}945 : AN$. Da aber $l\frac{336}{335} = 0{,}0012945$ iſt: ſo erhält man

$$l\frac{336}{\beta} : AN = 0{,}0012945 : 12{,}945 = 12945 : 12945 \cdot 10000 = 1 : 10000,$$

folglich $AN = l\frac{336}{\beta} \cdot 10000$ Toiſen.

Wäre

Wäre noch die Barometerhöhe β in N, aber b in M, daß man also die Höhe AM anstatt AD setzte: so wäre eben so $MN = 1 \frac{b}{\beta} . 10000$ Toisen.

Dies giebt die leichte Regel: „man beobachte zu „gleicher Zeit an zwey übereinstimmenden Barometern „die Höhe b, β, in zwey Stationen M, N, bringe beyde Höhen auf Linien; so giebt die Differenz der Logarithmen dieser beyden Zahlen mit 10000 multiplicirt, „die Höhe MN in Toisen."

Z. E. Wäre M Ilsenburg, N die Spitze des Brockens, und man fände die Barometerhöhen in diesen beyden Stationen $b = 27'' 8 \frac{11'''}{12} = 332,92$; $\beta = 25'' \frac{5}{12}''' = 300,42$; so hätte man

$$\begin{array}{rl} \log 332,92 & = 2,5223393 \\ - \log 300,42 & = 2,4777288 \\ \hline & 0,0446105 \end{array}$$

wonach die Spitze des Brockens über Ilsenburg 446 Toisen erhöhet wäre.

Will man dies auf mittlere Barometerhöhen anwenden: so ist diese auf dem Meere $28'' = 336'''$ und z. E. für Leipzig $27'' 4,6''' = 328,6'''$ da dann

$$\begin{array}{rl} \log 336 & = 2,5263393 \\ - \log 328,6 & = 2,5166717 \\ \hline & 0,0096676 \end{array}$$

wonach Leipzig 96 Toiſen über der Meeresfläche erhöhet wäre.

§. 63. Anm. 1. Die durch obige Auflöſung gefundene Vorſchrift iſt die leichteſte und jetzt am meiſten beliebte Regel, die man zwar nach de Luc benennt, die aber wie H. Hofr. Käſtner bewieſen hat, ſchon von T. Mayer gebraucht worden iſt, und von der die übrigen nur durch die kleinen noch nicht ganz berichtigten Verbeſſerungen wegen der Wärme verſchieden ſind. Eine deutliche Beſchreibung von ſolchen Verbeſſerungen nach Herrn de Luc findet man in H. Hofr. Mayers practiſchen Geometrie 2 Theil. Göttingen 1793. Seite 363 f.

§. 64. Anm. 2. Die Auflöſung in §. 62. iſt blos um derer willen gegeben, welche die höhere Analyſis noch nicht kennen, damit ſie wenigſtens einen deutlichen Begriff von dieſer Methode erhalten möchten. Für die allgemeine Auflöſung der Aufgabe, die blos eine leichte Integration erfodert, verweiſe ich diejenigen, welche ſich mit der Analyſis im erſten Theile dieſer Elemente bekannt gemacht haben, auf H. Hofr. Käſtners Anmerkungen über die Markſcheidekunſt. Göttingen 1775, wo ſie in der angehängten Abhandlung von Höhenmeſſungen durch das Barometer, alles gründlich und vollſtändig beyſammen finden können, was bisher in dieſer Sache gethan worden iſt. Auch giebt dieſes in einem fruchtbaren Auszuge H. Aſſeſſ. Gehler im phyſicaliſchen Wörterbuche unter dem Artikel Höhenmeſſung.

2. Von Thermometern und andern Werkzeugen.

§. 65. Erkl. Wird eine gläſerne Röhre, die ſich in eine Kugel endigt, mit einem flüſſigen Weſen zum Theil gefüllt: ſo wird dieſes durch die Wärme ausgedehnt, durch die Kälte zuſammengezogen, und zeigt alſo durch ſein Steigen und Fallen die Veränderungen der Wärme und Kälte an. Ein ſolches Werkzeig heißt ein Thermometer, ob es gleich nicht dazu dienen kann, die Gröſſen ſolcher Veränderungen unter einander zu vergleichen.

§. 66.

§. 66. Erkl. An der mit Queckſilber gefüllten Röhre bemerkt man den Gefrier- und Siedpunkt als zwey feſte Punkte des gefrierenden und des ſiedenden Waſſers. Der Raum zwiſchen beyden Punkten

1. in 180 Theile getheilt, giebt das Fahrenheitiſche Thermometer, welches bey der künſtlichen Kälte, die man durch Schnee und Salmiak hervorbringt, 0, beym Eispunkte 32, beym Siedpunkte 212 ſetzt.

2. in 150 Theile, das de l' Jsliſche, welches die Grade vom Siedpunkte an herabwärts zählt.

3. in 100 Theile, das Schwediſche, welches die Grade vom Gefrierpunkte an aufwärts zählt.

4. in 80 Theile, eben ſo, das Queckſilberthermometer mit Reaumurſcher Scale. Denn das eigentliche Reaumurſche Thermometer mit dieſer Scale iſt mit Weingeiſte gefüllt.

§. 67. Zuſ. Der Gefrierpunkt iſt ziemlich unveränderlich, wenn man den Augenblick wahrnimmt, wo die Oberfläche des Waſſers ſich in Eis zu verwandeln anfängt, wozu es Herr von Reaumur durch künſtliche Kälte bringt; aber der Siedepunkt richtet ſich nach dem Barometerſtande, ſo daß das ſiedende Waſſer bey gröſſerer Barometerhöhe etwas mehr Höhe annimmt, als bey geringerer Höhe. Sollen daher zwey Thermometer harmoniren: ſo muß ihr Siedpunkt bey einerley Barometerhöhe geſucht, oder der gefundene Punkt des zweyten nach dem erſten verbeſſert werden.

Herr

Herr de Lüc legt die Barometerhöhe von 27 Pariser Zoll, oder 324 Linien zum Grunde, und nennt den Abstand des alsdann gefundnen Siedepunkts vom Gefrierpunkte den Fundamentalabstand. Um diesen bey allen Thermometern zu jeder Zeit, wenn die Barometerhöhe $324 \pm n$, zu finden, nimmt er den alsdann gefundenen Abstand d, um $\frac{n}{1134+n} \cdot d$ niedriger oder höher an. Auch will derselbe, daß man den Gefrierpunkt in ballendem Schnee, oder zerstossenem thauenden Eise suchen soll.

§. 68. Erkl. Da gleichfalls feste Körper, besonders Metalle erwärmt einen grössern, und erkältet einen kleinern Raum einnehmen: so hat man auch Werkzeuge, diese Veränderungen in der Ausdehnung fester Körper zu beobachten, welche Pyrometer und metallene Thermometer heissen, und von denen man bey mancherley mathematischen Instrumenten vortheilhaften Gebrauch machen kann, wenn es auf grosse Genauigkeit ankömmt.

§. 69. Erkl. Da das Barometer blos die Veränderungen in dem Drucke der Luft anzeigt, der sich nicht blos nach ihrer Dichte richtet: so ist ein besonderes Instrument nöthig, welches die Veränderungen in der Dichte der Luft anzeigt, und Manometer heißt.

§. 70. Zus. Das erste und noch immer das beste Werkzeug dieser Art, ist, nach Otto's von Guericke Angabe, eine aus dünngeschlagenem Kupferblech verfertigte fest verschlossene Kugel von wenigstens einem

nem Fuß im Durchmesser, die an einen, mit einem Gradbogen versehenen empfindlichen Wagebalken gehängt, und mit einem am andern Ende hangenden möglichst kleinen Gegengewichte ins Gleichgewicht gebracht wird. So wie nun die Dichte der die Kugel umgebenden Luft zu- oder abnimmt, so verliehrt die Kugel mehr oder weniger von ihrem Gewichte, welches bey dem Gegengewichte von so kleinem Umfange fast gar keine Veränderung machen kann. Demnach giebt der Ausschlag der Zunge an dem Gradbogen die Veränderungen in der Dichte der Luft.

Zur Regulirung dieses Manometers suche man nach §. 52. n. 5. das Gewicht einer mit der Kugel gleich grossen Portion Luft, lege nach und nach verschiedene Gewichte auf der einen sowohl, als auf der andern Seite zu; um für jeden Grad des Ausschlags der Zunge am Gradbogen das zugehörige Gewicht zu bemerken, welches dann die zugehörige Zu- oder Abnahme des zuerst bestimmten Gewichts der Luft für jeden Grad des Ausschlages giebt. Bey solcher Regulirung des Manometers ist es rathsam, die dermahlige Barometerhöhe nebst dem Grade der Wärme und Feuchtigkeit zugleich mit anzumerken.

§. 71. Erkl. Da die Luft durch die darinn befindlichen Dünste wässeriger Art einen gewissen Grad der Feuchtigkeit erhält: so ist ein Werkzeug nöthig, die mehrere, oder mindere Feuchtigkeit der Luft zu beobachten, welches ein Hygrometer heißt.

§. 72. Zus. Die Luft theilt ihre Feuchtigkeit den darinn befindlichen Körpern mit, von denen viele, indem sich die Nässe in ihre Zwischenräume zieht, dadurch

dadurch merkliche Veränderungen leiden. Sie dehnen ſich aus und werden ſchwerer, je mehr ſie angefeuchtet ſind. Eine gedrehte Schnur oder Saite wird durch das Aufſchwellen in der Feuchtigkeit etwas kürzer, und wickelt ſich auf. Da letzteres beſonders merklich iſt, ſo wird ſolches ein an dieſer Schnur angebrachter Zeiger näher beſtimmen, und dadurch als Hygrometer dienen können. Jedoch giebt es noch viele andre Mittel und Methoden zu dieſer Abſicht, deren Beſchreibung aber nicht dieſes Orts iſt.

IV.

Die Mechanik.

1. Von der gleichförmigen Bewegung.

§. 1.

Grundſ. Bey gleichförmiger Bewegung (Stat. §. 20.) verhalten ſich die Wege, die in einerley Zeit beſchrieben werden, wie die Geſchwindigkeiten; die Zeiten aber, in denen einerley Wege beſchrieben werden, umgekehrt wie die Geſchwindigkeiten.

Denn wenn (Fig. 84.) gleichförmig in einerley Zeit, ein Körper A durch DE, ein andrer B durch DF = n . DE lauffen ſollte: ſo müßte ſich B, n mahl geſchwinder bewegen. Sollen beyde, auch jeder für ſich gleichförmig, durch DF laufen, aber B n mahl geſchwin-

schwinder als A: so müßte B nur $\frac{1}{n}$ der Zeit darauf zu bringen.

§. 2. Zus. Im ersten Falle verhalten sich also die Geschwindigkeiten von A und B, wie die durchlaufnen Räume DE, DF, im zweyten aber umgekehrt wie die auf DF zugebrachten Zeiten; und man kann dafür auch die Zahlen setzen, welche diese Verhältnisse ausdrücken, wenn man sie auf einerley Maaß gebracht hat.

§. 3. Aufg. Ein Körper A, dessen Geschwindigkeit C, beschreibe den Raum S, in der Zeit T, und für einen andern Körper B bedeuten c, s, t, ebendasselbe; man soll die Verhältnisse dieser Grössen finden.

Aufl. Man denke sich, daß ein dritter Körper, dessen Geschwindigkeit γ, den Raum S in der Zeit t beschreibe: so ist aus §. 2. $C:\gamma = t:T$, und $\gamma:c = S:s$. Folglich ist

I. $C:c = St:sT = \frac{S}{T}:\frac{s}{t}$,

d. i. die Geschwindigkeiten verhalten sich wie die Räume mit den Zeiten dividirt.

II. $S:s = CT:ct$,

d. i. die Räume verhalten sich wie die Produkte aus den Geschwindigkeiten in die Zeiten.

III.

III. $T : t = \frac{S}{C} : \frac{s}{c}$,

d. i. die Zeiten verhalten sich wie die Räume mit den Geschwindigkeiten dividirt.

IV. für $C = c$ ist $St = sT$, folglich $S : s = T : t$.

d. i. bey gleicher Geschwindigkeit verhalten sich die Räume wie die Zeiten.

§. 4. Anm. Was Stat. §. 40. erinnert worden, läßt sich mit gehörigen Veränderungen auch hierauf anwenden. Wäre z. E. (Fig. 84) DE = 8 Zoll, DF = 2 Fuß: so wäre die Verhältniß der Geschwindigkeiten 8 Zoll : 2 Fuß = 8 Zoll : 24 Zoll = 8 : 24 = 1 : 3. Brächte A auf 8 Zoll 5 Minuten zu, so verhielt sich seine Geschwindigkeit C wie $\frac{8}{5}$; aber die Geschwindigkeit c von B, der 2 Fuß in $\frac{1}{5}$ Stunde machte, wie $\frac{24}{20}$; folglich $C : c = \frac{8}{5} : \frac{24}{20} = \frac{1}{4} : \frac{3}{4} = 4 : 3$, d. i. in einerley Zeit durchläuft A den Raum 4; B aber nur 3; oder zu einerley Raum gebraucht A an Zeit 3, B aber 4; oder auch von der Geschwindigkeit C als Einheit, oder als ein Maaß für andre Geschwindigkeiten genommen, ist die Geschwindigkeit c nur $\frac{3}{4}$.

Eben so ist es auch mit dem zweyten Gesetze, wonach $s = \frac{CT}{S}$. ct. Setzt man nämlich für $\frac{CT}{S}$ den Werth h, der ungeändert bleibt, wie sich auch s, c, t ändern mögen: so ist $s = h \cdot ct$ eine eigentliche Gleichung; da hingegen $s = ct$ blos anzeigt, daß s sich wie ct verhalte.

§. 5 Lehrs. (Fig. 84.) Bewegt sich ein Körper in der Linie DF mit einer veränderten Geschwindigkeit (Stat. §. 20.) die sich stets an-

geben läßt: so kann man seine Bewegung in den allerkleinsten Theilchen der Zeit oder des Raums als gleichförmig ansehen.

Bew. Da die Geschwindigkeit des Körpers sich in jedem Augenblicke ändert: so läßt sich dieselbe zwar überhaupt nicht angeben; man kann aber für jede Zeit, oder jeden Ort E annehmen, als bliebe die Geschwindigkeit, die er da hat, unverändert; also dafür eine gewisse Grösse angeben, mit welcher der Körper sich von da an gleichförmig fortbewegen würde. Dies heißt alsdann seine Geschwindigkeit für diese Zeit oder für diesen Ort. Bestimmt man diese Geschwindigkeit für zwey Zeiten oder zwey Orte, E und F; so verhalten sie sich wie die Räume, die mit jeder in einerley Zeit beschrieben werden könnten §. 1.

Setzt man nun die Geschwindigkeit in E, $= v$, in F, $= u$, und die Bewegung beschleunigt, also $u > v$: so ist EF grösser oder kleiner als der Raum, der in eben der Zeit, worinn EF wirklich beschrieben wird, mit der Geschwindigkeit v oder u gleichförmig beschrieben würde. Umgekehrt ist dies, wenn die Bewegung vermindert, also $v > u$ ist. Allemahl aber fällt EF zwischen die beyden Räume, die mit v und u gleichförmig in gedachter Zeit beschrieben werden könnten.

Da nun hier die Veränderung der Bewegung stetig angenommen wird (Stat. §. 20.) so läßt sich eine Stelle F so nahe bey E setzen, daß v und u so wenig, als man will, also um eine nicht angebliche Grösse, von einander verschieden sind; da man dann EF, welches zwischen obgedachte Räume fällt, für jeden derselben an-

annehmen, und sich also vorstellen kann, als würde EF mit gleichförmiger Bewegung beschrieben.

Aehnliche Schlüsse geben, daß EF mit beschleunigter Bewegung in kürzerer oder längerer Zeit durchlauffen würde, als wenn man mit v oder u diesen Raum gleichförmig beschreiben ließe. Kömmt nun F so nahe an E, daß u und v um keine angebliche Grösse verschieden sind: so ist auch zwischen obgedachten Zeiten kein Unterschied, der sich angeben ließe.

§. 6. Zus. Hierauf gründet sich die Zerfällung der veränderten Bewegungen in gleichförmige. Man theilt nämlich den Raum DF in allerkleinste Theile für allerkleinste Zeiten, und siehet die Bewegung in jedem dieser Theile als gleichförmig an, daß sich also die Geschwindigkeit nur am Anfange oder am Ende eines jeden Theils EF verändern.

§. 7. Anm. I. Dergleichen Betrachtungen, wie im Vorhergehenden angestellt sind, da man noch auf keine Kräfte, wodurch die Bewegung hervorgebracht wird, zu denken braucht, sind blos geometrisch, und machen den Theil der Mechanik, welcher Phoronomie heißt, zum Unterschiede von Dynamik, worinn auch die Kräfte mit in Betracht kommen; obgleich dieser Unterschied nicht immer so genau beobachtet zu werden pflegt. Diejenigen aber, die alle Bewegung aus der Geometrie verbannt wissen wollen, sollten billig diesen Unterschied, auf den sie schon Euklides führen könnte, nicht so sehr aus der Acht lassen.

II. Auch wird in diesem und in den nächstfolgenden Artikeln die Bewegung betrachtet, ohne auf eine bestimmte Grösse und Gestalt der bewegten Körper dabey Rücksicht zu nehmen, indem man jeden Körper als einen blossen Punkt ansiehet. In andern Fällen aber, wo sich die Körper durch Grösse und Gestalt von einander unterscheiden, kann jeder Punkt seine besondere Bewegung haben, wie z. E. bey einem Rade der Mittelpunkt und die Punkte im Umfange.

2. Vom freyen Falle der Körper.

§. 8. Erkl. Diejenige Kraft (Stat. §. 23.) die den Zustand eines Körpers gleich viel verändert, er mag ruhen, oder sich schnell oder langsam bewegen, heißt eine absolute Kraft; zum Unterschiede von der relativen, die auf den Körper anders und anders wirkt, nachdem er ruhet, oder sich verschiedentlich bewegt.

§. 9. Zus. 1. Eine schwimmende Kugel in einen Fluß geworfen, wird vom Strome nicht mit absoluter, sondern mit relativer Kraft fortgetrieben. Denn jeder Stoß des Wassers theilt der Kugel eine gewisse Geschwindigkeit mit, die zu Anfang, da die Kugel noch ruhet, am größten ist, hernach aber, da die Kugel immer schneller gehet, also immer mehr dem Stosse ausweicht, immer geringer wird, und endlich ganz aufhört, wenn die Kugel die ganze Geschwindigkeit des Stroms erhalten hat, die man sich hier als unveränderlich vorstellen kann. Je grösser diese nun in Vergleichung mit der Geschwindigkeit der ausweichenden Kugel wäre, desto mehr würde der Zuwachs an Geschwindigkeit, den die Kugel bey jedem Stosse erhält, sich ohngefehr gleich bleiben; weil alsdann die Kugel desto weniger dem Stosse ausweicht, also dem anfänglichen Zustande, da sie noch ruhete, desto näher kömmt. Setzte man daher die Geschwindigkeit des Stroms unendlich groß gegen die Geschwindigkeit der Kugel: so wäre es eben so gut, als ruhete die Kugel beständig, und wiche dem Strome immer nicht mehr als zu Anfange aus; da dann in jedem Augenblicke die Geschwindigkeit der Kugel einen unendlich kleinen Zuwachs erhielte, der eben so groß als der Anfang der Geschwin-

digkeit

digkeit im ersten Augenblicke wäre. In diesem Falle wirkte der Strom in die Kugel mit absoluter Kraft.

§. 10. Zus. 2. (Fig. 85.) Treibt eine absolute Kraft §. 9. einen Körper in einer gewissen Zeit durch AN, so daß er in unendlich kleinen Theilen der Zeit nach und nach in B, C, D, u. s. w. anlangt: so ist die Geschwindigkeit, die ihm die absolute Kraft in jedem dieser Theile seines Weges ertheilt, immer von gleicher Grösse; z. E. immer a durch AB, BC, CD u. s. w. Da aber der Körper, vermöge der Trägheit, die schon erlangte Geschwindigkeit immer beybehält: so ist diese in B, C, D u. s. w. a, 2a, 3a u. s. w. d. i. wenn die Kraft an einem Orte z. E. D in den Körper zu wirken aufhörte, so würde er sich von da an mit der erlangten Geschwindigkeit 3a gleichförmig fortbewegen.

Eine solche Bewegung, wobey die Geschwindigkeit in gleichen Zeiten gleich viel wächst, also die erlangten Geschwindigkeiten in Verhältniß der Zeiten sind, heißt gleichförmig beschleunigt, motus uniformiter acceleratus.

§. 11. Aufg. (Fig. 85.) Die Vergleichung zwischen Raum und Zeit bey fallenden Körpern zu finden; vorausgesetzt, daß die Schwere (Statik §. 30.) in jeden Theil der Materie in jeder Höhe von der Erde gleich stark wirken, und als eine absolute Kraft (§. 8 — 10.) in gleichen Zeiten gleiche Veränderungen in dem bewegten, so wie in dem ruhenden Körper hervorbringe.

Aufl. Ein Körper falle durch AN = S, in der Zeit = T. Man gedenke sich die Zeit in eine unzählige Menge von Augenblicken getheilt, daß der Körper im 1, 2, 3ten Augenblicke durch AB, BC, CD u. s. w. im letzten oder mten Augenblicke aber durch MN falle: so müssen diese Räume vom ersten an bis zum letzten stetig wachsen, also der Körper mit beschleunigter Geschwindigkeit durch AN gehen. Denn da die Schwere, sie mag bestehen, worinn sie will, den Körper von der Höhe so herabtreibt, als wenn sie ihn gegen die Erde zu stiesse, und sie dabey ununterbrochen und in jedem Punkte der Höhe AN gleich stark in den Körper wirkt; so kann man sich vorstellen, als gäbe die Schwere dem Körper in jedem Zeitpunkte einen gleichen Stoß, wodurch er eine gewisse Geschwindigkeit erlangt, die zu der schon erlangten, welche er vermöge seiner Trägheit beybehält, (Stat. §. 25.) hinzukömmt; daß also, so lange dieses geschiehet, seine Bewegung immerfort beschleunigt wird, indem diese Beschleunigung nur alsdann aufhören könnte, wenn die Bewegung schon so schnell geworden wäre, daß neue Stösse sie nicht mehr vermehren könnten §. 9. da sie dann mit der zuletzt erhaltenen Geschwindigkeit gleichförmig bleiben würde.

Nimmt man nun die Augenblicke so kurz, daß in jedem die Bewegung sich als gleichförmig betrachten läßt §. 5: so kann man sich vorstellen, daß jeder Stoß der Schwere zu Anfang jedes Augenblicks erfolgte, und der Körper sich mit der daraus entstehenden und der bereits erhaltenen Geschwindigkeit in diesem Augenblicke fortbewegte. Wenn demnach die Geschwindigkeit jedes Stosses AB = a ist: so wird BC = 2a, CD = 3a u. s. w. MN = ma, folglich AN = $a(1+2+3\ldots+m) = a \cdot \frac{(m+1)m}{2}$ (Arithm. §. 340.)

Da

Da aber die Schwere unabläſſig in den Körper wirkt: ſo läßt ſich keine Zeit, ſo klein ſie auch ſeyn möge, angeben, wo die Schwere nur im Anfange der Zeit thätig wäre. Soll daher dieſe Vorausſetzung ſtatt finden: ſo müſſen die oben angenommenen Zeittheile kleiner ſeyn, als daß ſie ſich angeben lieſſen, folglich ihrer eine unendliche Menge m ſeyn, wogegen alſo die Einheit nicht in Betracht kommen kann. Hiedurch wird obige Gleichung für $AN = a.\frac{m^2}{2}$.

Nun falle ein andrer Körper durch $AQ = s$ in der Zeit $= t$: ſo laſſen ſich für ihn eben die Schlüſſe anſtellen, daß alſo, wenn AQ aus n ſolchen Zeittheilchen beſtünde, deren Menge ſich nicht angeben läßt, $AQ = a.\frac{n^2}{2}$ wäre. Demnach iſt AN : AQ oder $S : s = a.\frac{m^2}{2} : a\frac{n^2}{2} = m^2 : n^2 = T^2 : t^2$.

§. 12. Zuſ. 1. Wenn die Schwere dem Körper im erſten Augenblicke die Geſchwindigkeit $AB = a$ ertheilt: ſo iſt dieſe in B, C, D . . . . N, oder am Ende eines jeden Augenblicks a, 2a, 3a . . . . ma. (d. i. wenn die Schwere in B, C, D . . . . N in den Körper zu wirken aufhörte: ſo würde er ſich von da an mit der erlangten Geſchwindigkeit gleichförmig fortbewegen.) Fällt alſo der Körper in einer beſtimmten Zeit $= T$, durch die beſtimmte Höhe $AP = S$, und hat in P eine beſtimmte Geſchwindigkeit $= C$: ſo iſt, wenn man $AQ = s$, die Zeit durch $AQ = t$, und die Geſchwindigkeit in $P = c$ ſetzt, $T : t = C : c$, folglich $c = \frac{Ct}{T}$

§. 10.

Anm. T, S, C, heiſſen bestimmt, weil es auf Beobachtungen ankömmt, wie groß das S oder C iſt, welches die Schwere in einer gewiſſen bestimmten Zeit T bewirkt; woraus ſich denn das c für jedes beliebige t oder s berechnen läßt, wenn man alles auf gleiches Maaß bringt.

§. 13. Zuſ. 2. Iſt der Körper in der Zeit t, die aus n Augenblicken beſteht, durch $AQ = s = \frac{(n+1)\,n}{2}\,a$ §. 11. gefallen: ſo hat er in Q eine Geſchwindigkeit $c = na$. §. 11. 12. Hätte er dieſe Geſchwindigkeit gleich im Anfange der Zeit gehabt: ſo hätte er in derſelben Zeit den Raum $K = nna$ §. 3. gleichförmig beſchreiben können. Demnach iſt $K : S = n^2 : \frac{n^2 + n}{2}$ $= 2 : 1 + \frac{1}{n} = 2 : 1$ (weil n eine unendlich große Zahl bedeutet, folglich $\frac{1}{n}$ gegen 1 nicht zu achten iſt) d. i. Wenn ein Körper, der in einer beſtimmten Zeit T durch den Raum S gefallen iſt, durch die Schwere die Geſchwindigkeit C erhalten hat, folglich mit dieſer Geſchwindigkeit in eben der Zeit den Raum CT gleichförmig beſchreiben könnte; ſo iſt $CT = 2S$, folglich $S = \frac{CT}{2}$.

§. 14. Zuſ. 3. Aus §. 11. 13. hat man $T^2 : t^2 = \frac{CT}{2} : s$, folglich $s = \frac{CT \cdot t^2}{2T^2} = \frac{C \cdot t^2}{2T}$

§. 15. Zuſ. 4. Nimmt man T für die Einheit der Zeit, wonach t ausgedrückt iſt, und S für den Raum

Raum in der Zeiteinheit: so hat man (aus §. 11.) $1 : t^2 = S : s$, folglich $s = St^2$.

§. 16. Zuſ. 5. Enthält die Zeit t das angenommene Zeitmaaß m mahl, die nächſtfolgende Zeit alſo $m + 1$ mahl: ſo gehört der erſten Zeit der Raum Sm^2, und der nächſtfolgenden Zeit der Raum $S(m + 1)^2$ welcher den erſten um $S(2m + 1)$ übertrift, folglich um ein Vielfaches von S nach der mten ungeraden Zahl wächſt, wenn 3 die erſte iſt. Es ſind nämlich

Zeiten	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7. . . . .
Räume	0.	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49. . . . .
Unterſchiede		1.	3.	5.	7.	9.	11.	13. . . . .

Letztre bezeichnen blos den Weg, den der Körper in jedem einzelnen Zeittheile beſchreibt.

§. 17. Anm. Hiebey kömmt alles auf die Beſtimmung des Raums, oder auf die Höhe des Falles in dem erſten Zeittheile an, und ob die Vorausſetzung, daß die Schwere, als eine abſolute Kraft wirke, wirklich ſtatt finde; da man dann durch Verſuche, die erſt im folgenden erklärt werden können, gefunden, daß ein Körper in einer Secunde unſrer Uhrzeit durch 15, 095 Pariſer, oder 15, 625 Rheinländiſche Fuß falle, und daß die oben aus der Vorausſetzung hergeleiteten Geſetze des Falles in Abſicht des Raumes ſowohl als der Geſchwindigkeit wirklich mit dem Erfolge übereinſtimmen. (Vergl. §. 24. Anm.)

§. 18. Zuſ. 6. Setzt man allgemein die Höhe des Falles in der erſten Secunde $= g$: ſo iſt s, die Höhe des Falles in t Secunden $= gt^2$. §. 15. wo man wenigſtens als Exempel, für g die Zahlen in §. 17 ſetzen kann.

Z. E. Setzt man $t = 1$ Minute $= 60$ Secunden; ſo iſt $s = 3600 \cdot 15,625$ Fuß Rheinl. $= 3600 \cdot 15,095$ Fuß Par.

§. 19. Zuſ. 7. Aus $s = gt^2$ §. 18. folgt $t = r\frac{s}{g}$. Da g eine beſtändige Zahl iſt: ſo iſt es rathſam $r\,g$ ſowohl, als $\frac{1}{r\,g}$ ein für allemahl zu berechnen. Nimmt man hiezu der Bequemlichkeit wegen $\frac{1}{1000}$ des Rheinl. Fußes zur Einheit der Längen an: ſo wird $g = 15625$; $r\,g = 125$; und $\frac{1}{r\,g} = 0{,}008$. Nur muß alsdann auch s in ſolchen Theilen ausgedrückt werden.

Z. E. Setzt man $s = 1000$ rheinl. Fuß, ſo iſt $t = 0{,}008 \cdot r\,1000000 = 8$ Secunden. Setzte man $s = 1000$ Pariſer Fuß: ſo wäre $g = 15{,}095$. §. 17;

alſo $\log s = 3{,}0000000$
$\log g = 1{,}1788331$

$2 \log t = 1{,}8211669$
$\log t = 0{,}9105834$
$t = 8{,}1392$ Secunden.

Da 1000 Par. nur wenig über 1035 Rheinl. betragen: ſo ſetze man, wenn $g = 15625$,

$\log 1035000 = 6{,}0149403$
$\frac{1}{2}$ — — — $= 3{,}0074701$
beſt. $\log 0{,}008 = 0{,}9030900 - 3$

$\log t = 0{,}9105601$
$t = 8{,}1388$ Secunden

§. 20.

§. 20. Zuſ. 8. Aus §. 14. iſt $s = \frac{Ct^2}{2T}$, und aus §. 11. $C = \frac{c \cdot T}{2}$. Folglich iſt $s = \frac{ct^2}{2}$.

Weiß man, welche Geſchwindigkeit c in der Zeit t der Körper durch den Fall bekommen habe: ſo kann man hieraus die Höhe des Falles berechnen. Vergl. §. 18.

§. 21. Zuſ. 9. Hörte die Schwere am Ende der Zeit t, oder am Ende des Falles s auf, in den Körper zu wirken: ſo ginge der Körper nun gleichförmig mit der Geſchwindigkeit c in jeder Zeit = t durch den Raum ct = 2. S. §. 20. Vergl. §. 13.

§. 22. Zuſ. 10. Iſt t = 1 Secunde, ſo iſt s = g, folglich giebt der Fall in einer Secunde dem Körper eine Geſchwindigkeit k = 2g, d. i. hätte der Körper dieſe Geſchwindigkeit k gleich zu Anfange gehabt: ſo würde er in dieſer Zeit den Raum 2g zurückgelegt haben.

§. 23. Zuſ. 11. In m Secunden fällt der Körper durch $m^2 . g$, und bekömmt eine Geſchwindigkeit in m Secunden durch $2m^2 . g$, folglich in einer Secunde durch 2mg zu gehen. Kömmt zu dieſer Geſchwindigkeit von der Schwere noch g: ſo fällt er in der m + 1ten Secunde durch 2mg + g. §. 16. Dieſe Schlüſſe bleiben, wenn man auch anſtatt der Secunde jeden andern Zeittheil, und anſtatt g den Fall in dieſem Zeittheile von der Ruhe an ſetzt; daß alſo überhaupt der Fall in jeder gleichen Zeit gleich viel,

von

von der absoluten Kraft der Schwere, beschleunigt wird.

§. 24. Zus. 12. Aus $s = \frac{ct}{2}$ §. 20. $= gt^2$ §. 18, folgt $c = 2gt = 2\sqrt{sg}$, weil $t = \sqrt{\frac{s}{g}}$ §. 19; wonach sich also die Geschwindigkeit c, die der Körper in der Zeit t, oder während des Falls durch s erhält, aus t oder s berechnen läßt.

Anm. Hierauf gründet sich die §. 17. gedachte Prüfung. Denn findet man durch Versuche, daß der Raum sich wie das Quadrat der Zeit verhält, d. i. daß $s = gt^2$ ist, so folgt daraus $c = 2gt$, oder daß sich die Geschwindigkeit wie die Zeit verhält, d. i. daß die Schwere in gleicher Zeit gleichviel Geschwindigkeit zusetzt, also eine absolute Kraft sey.

§. 25. Zus. 13. Aus $c = 2gt = 2\sqrt{sg}$ §. 24. folgt $t = \frac{c}{2g}$, und $s = \frac{c^2}{4g} = gt^2$. §. 18.

d. i. aus c läßt sich t und s finden; auch kann man zuerst t aus c, und dann s aus t berechnen.

Z. E. Ein Körper soll durch den Fall eine Geschwindigkeit erhalten, womit er gleichförmig in 3 Minuten 7000 Fuß Rheinl. beschreibe, d. i. in einer Secunde $\frac{7000}{180}$ Fuß $= c$. Man sucht die Höhe des Falles s.

§. 26. Zus. 14. Eine solche Höhe des Falles, in welcher der Körper durch die Schwere eine gewisse Ge-

Geschwindigkeit erhält, heißt ihr zugehörig, altitudo velocitati debita. Dies wendet man auch auf andre Geschwindigkeiten an, die nicht durch den Fall entstehen, und drückt sie durch $\sqrt{s}$ aus. Denn da $c = 2\sqrt{g} \cdot \sqrt{s}$, §. 24, wo $2\sqrt{g} = 250$, §. 19. ein beständiger Factor ist: so hat man jedesmahl nur $\sqrt{s}$ zu suchen, wenn s in 1000 Theilchen des Rheinländischen Fußes ausgedrückt ist.

§. 27. Zus. 15. (Fig. 85.) I. Ein Körper falle von D an durch die Höhe DM = s in der Zeit t, und habe zu Anfang seines Falles schon eine gewisse Geschwindigkeit h in verticaler Richtung, der die Höhe $AD = S = \frac{h^2}{4g} = 2\sqrt{g}S$ §. 25. zugehöre §. 26: so ist seine gesammte Geschwindigkeit am Ende des Falles in $M = h + 2gt$ §. 24. folglich $AM = S + s = \left(\frac{h + 2gt}{4g}\right)^2$ §. 25. $= \frac{h^2 + 4ght + 4gg t^2}{4g} = \frac{h^2}{4g} + ht + gt^2$; Nun war $S = \frac{h^2}{4g}$. Folglich ist $s = ht + gt^2$, wovon ht der Weg vermöge der Trägheit, und gt^2 der Weg vermöge der Schwere ist.

II. Hieraus folgt $\frac{s}{g} = \frac{h}{g} \cdot t + t^2$; dies giebt $t = \frac{\sqrt{(h^2 + 4gs)} - h}{2g}$ (Algebr. §. 43.) Nun war $h = 2\sqrt{g}S$. Folglich ist $t = \frac{\sqrt{g}(S+s) - \sqrt{g}S}{g}$ $= \frac{\sqrt{(S+s)} - \sqrt{S}}{\sqrt{g}} = \frac{\sqrt{AM} - \sqrt{AD}}{\sqrt{g}}$.

III.

III. Ferner ist hieraus die in M erlangte Geschwindigkeit $c = h + 2gt = 2\sqrt{g}AD + 2\sqrt{g}.AM - 2\sqrt{g}.AD = 2\sqrt{g}.AM$.

§. 28. Anm. I. Da von den bisherigen Aufgaben sehr häufiger Gebrauch in der Mechanik gemacht wird: so hat man Tafeln für sie berechnet, von denen zwey sehr brauchbare in Schulz Sammlung mathem. Tafeln. Berlin 1778 im 2 B. S. 298. befindlich, die s aus c, und c aus s angeben.

II. Auch ist zu erinnern, daß der Widerstand der Luft noch ganz beyseit gesetzt ist. Wie beträchtlich derselbe oft seyn müsse, kann man unter andern sehen, wenn man die Geschwindigkeit aus §. 24. berechnet, welche Regentropfen, die nur aus einer Höhe von 3000 Fuß fallen, haben müßten, wenn die Luft ihnen nicht so grossen Widerstand entgegen setzte.

§. 29. Erkl. (Fig. 35.) Ein Körper wird von Q in der verticalen Linie QA mit einer gewissen Geschwindigkeit aufwärts geworfen, und würde vermöge seiner Trägheit ohne Ende mit gleichförmiger Geschwindigkeit steigen, wenn die Schwere ihn nicht nach der entgegengesetzten Richtung zurückzöge, und seine Geschwindigkeit alle Augenblicke verminderte. Nun wirkt die Schwere als eine absolute Kraft in den ruhenden und bewegten Körper in gleichen Zeiten gleich stark, und vermindert also die Geschwindigkeit des steigenden Körpers in gleichen Zeiten gleich viel. Eine solche Bewegung heißt gleichförmig vermindert, motus uniformiter retardatus.

§. 30. Zus. Die Höhe, welche ein steigender Körper erreicht, ist so groß, als die seiner anfänglichen Geschwindigkeit zugehörige Höhe, und beyde Höhen werden in einerley Zeit beschrieben.

Denn

Denn ein Körper falle durch AQ in der Zeit t, und erlange dadurch die Geschwindigkeit q: so bekömmt er von der Schwere in gleichen Theilen der Zeit t gleiche Stösse, die ihn herabtreiben und deren Summe = q ist. Von dieser Geschwindigkeit, womit der Körper in Q zu steigen anfängt, gehen nun in eben den gleichen Zeittheilen gleiche Stösse, die den Körper herabziehen, ab; daher sie am Ende der Zeit t, = 0, und QA = AQ ist.

§. 31. **Aufg.** (Fig. 85.) Ein Körper steigt, wie §. 29. 30. durch QA = k, und kömmt in der Zeit u bis P; man sucht eine Gleichung zwischen u und QP = x.

Aufl. Die Zeit durch QA = k ist = $\Gamma\frac{k}{g}$ §. 19, worinn seine ganze Geschwindigkeit q vernichtet ist §. 30. Ist er nun in der Zeit u bis P gestiegen: so hat er daselbst nur noch eine Geschwindigkeit, die während er durch PA steigt, vernichtet wird, und der also die Höhe PA = k − x zugehört §. 30, wozu eine Zeit = $\Gamma\frac{k-x}{g}$ §. 19. erfodert wird, in welcher er also durch PA steigt. Nun war die Zeit durch QA = $\Gamma\frac{k}{g}$. Folglich ist die Zeit durch PQ d. i. u = $\frac{\Gamma k - \Gamma(k-x)}{\Gamma g}$.

§. 32. Zus. 1. Hieraus folgt u Γg = Γk − Γ(k − x) oder Γ(k − x) = Γk − u Γg, folglich k − x

$x = k - 2u\sqrt{gk} + u^2 g$, folglich $x = 2u\sqrt{gk} - u^2 g$; woraus man die Höhe x findet, auf welche der Körper in einer gegebenen Zeit u steigt, wenn seine anfängliche Geschwindigkeit q, der die Höhe k zugehört, bekannt ist.

§. 33. Zus. 2. Die ganze Zeit w, die der Körper auf sein Steigen und Fallen zusammen zubringt, ist nach §. 30. das doppelte der Zeit $\sqrt{\frac{k}{g}}$ §. 31. d. i. $w = 2\sqrt{\frac{k}{g}}$, folglich $w^2 = \frac{4k}{g}$, folglich $\frac{g \cdot w^2}{4} = k$.

Z. E. Brächte der Körper auf sein Steigen und Fallen zusammen 1 Minute zu, daß also $w = 60$; so wäre in Rheinl. Fussen $k = 900 \cdot 15,625 = 14062,5$. So hoch stiege er, und so tief fiel er wieder herab.

§. 34. Zus. 3. Die zu dieser Höhe erfoderliche Geschwindigkeit q ist nach §. 24, $= 2\sqrt{gk} = 2\sqrt{\frac{g^2 w^2}{4}} = gw$

Im Exempel §. 33. wäre $q = 60 \cdot 15,625 = 937,5$.

3. Von den Wirkungen der Kräfte.

§. 35. **Grundſ.** Die ganze Kraft, die in eine Maſſe wirkt, wird unter die Theile der Maſſe gleich vertheilt.

Denn die Gewalt, welche meine Hand anwendet, eine Laſt zu erhalten, muß n mahl gröſſer ſeyn, wenn die Laſt n mahl gröſſer iſt, oder mit andern Worten: auf den nten Theil der Laſt kömmt auch nur der nte Theil der Gewalt. Dieſe Gewalt wird der ganzen Wirkung der Schwere auf die Laſt entgegengeſetzt, wovon alſo auch nur der nte Theil auf den nten Theil der Laſt kömmt.

§. 36. **Erkl.** Die ganze Gewalt, die in eine Maſſe wirkt, heiſſe die bewegende Kraft, vis motrix; aber die, welche in jeden Theil wirkt, die beſchleunigende, acceleratrix.

Z. E. Die Schwere ſtößt alle Theile einer Maſſe gleich ſtark herab, ſie mögen zuſammenhängen, oder nicht, daher zwey Maſſen, ſie mögen gleich oder ungleich ſeyn, mit gleicher Geſchwindigkeit ſinken. Sollen aber zwey Maſſen von einerley Art aufgehalten werden: ſo iſt ihre Gröſſe gar nicht gleichgültig. Die Stärke des Stoſſes, der auf jeden Theil der Maſſe kömmt, iſt die beſchleunigende Kraft; die Summe dieſer Stöſſe aber, die auf die ganze Maſſe kömmt, iſt die bewegende Kraft.

§. 37. Zuſ. 1. Sind p, q, die bewegenden Kräfte zweyer Maſſen a, b; ſo verhalten ſich ihre beſchleunigenden Kräfte, wie $\frac{p}{a} : \frac{q}{b}$.

§. 38. Zuſ. 2. Sind f, g, die beſchleunigenden Kräfte, die Maſſen a, b; ſo verhalten ſich ihre bewegende Kräfte, wie fa : gb.

§. 39. Anm. 1. Wäre $f = g$, ſo hieſſe die Verhältniß in §. 38. fa : fb, folglich in §. 37. $\frac{fa}{a} : \frac{fb}{b}$, wobey f die beſchleunigende Kraft unſrer Schwere vorſtellen ſoll, die aber auch g (> oder < f) ſeyn könnte, wie etwa die Schwere in einem andern Weltkörper. Beyſpiele einer veränderten Schwere ſelbſt auf unſrer Erde, kommen im Folgenden vor.

§. 40. Anm. 2. Da die Wirkung einer Kraft entweder in einer wirklichen Bewegung, oder, wenn dieſe gehindert wird, in einem bloſſen Drucke beſteht (Stat. §. 28.): ſo laſſen ſich ein Paar beſchleunigende Kräfte, unter beyden Umſtänden mit einander vergleichen.

§. 41. Zuſ. 3. Wirken zwey beſchleunigende Kräfte, jede in ihren Körper, ohne daß eine Bewegung erfolgt: ſo iſt es wohl am natürlichſten, ſie durch den Druck zu vergleichen, den die Körper ausüben, und der als die bewegende Kraft anzuſehen wäre. Wäre alſo der Druck P, p, die Maſſen a, b, die beſchleunigenden Kräfte f, g: ſo hätte man fa : gb = P : p. §. 38. oder, wenn die Maſſen bey dieſem Drucke gleich wären, f : g = P : p.

§. 42. Zuſ. 4. Bewegen die beſchleunigenden Kräfte ihre Maſſen wirklich: ſo iſt ihnen die Gröſſe der Maſſe gleichgültig, und es bleibt für ihren Unterſchied nichts

nichts, als die Grösse der Bewegung, die jede in einer gewissen Zeit hervorbringt, und die man nach den in gleichen Zeiten zurückgelegten Räumen zu schätzen hat. Daher ist es wohl am natürlichsten, die Kräfte, in sofern sie Ursach sind, daß diese Räume beschrieben werden, nach solchen Räumen, als nach ihren Wirkungen zu vergleichen. Wären also diese Räume Z, z und die beschleunigenden Kräfte k, g: so hätte man k : g = Z : z.

§. 43. Zus. 5. Wenn die Kräfte, wie wir hier annehmen, nach eben dem Gesetze, wie unsre Schwere, beschleunigen, und die angenommene Zeit T ist, in welcher die Räume Z, z beschrieben sind, die sich, wie k : g verhalten: so werden sich die Räume, die in jeder andern Zeit m T (wo m auch < 1 seyn kann) vermöge dieser Kräfte beschrieben werden, auch so verhalten. Denn alsdann hat man $T^2 : m^2 T^2 = Z : m^2 Z$, für den der Kraft f gehörigen Raum, und $T^2 : m^2 T^2 = z : m^2 z$, für den der Kraft g gehörigen Raum, beyde in der Zeit m T; da dann $Z : z = m^2 Z : m^2 z$ ist.

§. 44. Zus. 6. Bey gleichen Massen hat man aus §. 41. f : g = P : p. und allgemein aus §. 42. f : g = Z : z; daher P : p = Z : z. Bey ungleichen Massen ist im §. 42. fa : gb = P : p, und in §. 42, da die Grösse der Masse gleichgültig, auch fa : gb = Z : z; woraus wiederum P : p = Z : z d. i. eine wie unsre Schwere beschleunigende Kraft, die einen n fachen Druck verursacht, bringt auch eine n fache Beschleunigung hervor, und umgekehrt.

§. 45. Anm. Da die Proportionen §. 42. und 44. von Wichtigkeit sind, und die grösten Lehrer der Mechanik in den darauf beruhenden Sätzen Schwierigkeiten gefunden haben, die sie auf mancherley

cherley Art zu heben gesucht: so hat es H. Hofr. Kästner rathsam gefunden (Anfangsgründe der höhern Mechanik. Göttingen 1793. Seite 74 bis 84.) noch besondere und schärfere Beweise beyzufügen.

§. 46. Erkl. Eine unveränderliche Kraft heisse die, vermöge welcher eine gegebene Masse überall gleich stark drückt; eine veränderliche aber, vermöge welcher diese Masse in andern Stellen anders drückt.

§. 47. Zus. 1. (Fig. 85.) Da wir einerley Masse zu erhalten in allen Punkten der Linie AN einerley Gewalt gebrauchen: so ist unsere Schwere eine unveränderliche Kraft. Sie würde aber veränderlich seyn, wenn wir in den Stellen B, C, D u. s. w. immer mehrere oder immer wenigere Gewalt nöthig hätten, dieselbe Masse zu erhalten.

§. 48. Zus. 2. (Fig. 85.) In jeder Stelle der Linie AN läßt sich der Druck, den die veränderliche Kraft daselbst verursacht, mit dem Drucke der Schwere vergleichen und angeben, daß z. E. jener in B; 2, in C; 3, in D, 4 mahl so groß als dieser sey. Da aber diese Veränderung wohl nicht sprungweise sondern durch unzählig kleine Stuffen erfolgen muß: so kann man sich stets dergleichen Kraft als eine veränderliche Schwere vorstellen.

§. 49. Anm. Die Geschwindigkeit, die eine solche veränderliche Schwere wirkt, ist alle Augenblick verschieden, und läßt sich mit der Geschwindigkeit, die aus unsrer unveränderlichen Schwere erfolgt, nur in solchen allerkleinsten Zeittheilchen vergleichen, wo es erlaubt ist, die Bewegung als gleichförmig anzusehen. §. 5. Dies macht dergleichen Untersuchungen zu einem Gegenstande der höhern Analysis; daher wir uns hier blos mit dem gegebenen Begriffe vom Unterschiede veränderlicher und unveränderlicher Kräfte begnügen lassen müssen.

4. Be-

4. Bewegung auf der schiefen Fläche.

§. 50. Aufg. (Fig. 86.) Ein schwerer Punkt geht auf der schiefen Fläche CA herab; man soll Raum s, Geschwindigkeit c, und Zeit t mit einander vergleichen.

Aufl. Der Weg CA, den der Punkt vermöge der Schwere beschreibt, liegt in der Ebene des Winkels $BAC = \alpha$. (Stat. §. 198.) Das absolute Gewicht des Punktes sey $= P$, so ist sein relatives Gewicht, womit er die Linie CA beschreibt, $= P \cdot \sin \alpha$ (Stat. §. 200. 203.) Demnach ist die beschleunigende Kraft $= \frac{g \cdot P \cdot \sin \alpha}{P}$ §. 37, $= g \cdot \sin \alpha$; folglich, vermöge §. 44, $s = g \cdot \sin \alpha \cdot t^2$ §. 18, $= \frac{c^2}{4 g \cdot \sin \alpha}$ §. 25.

$$t = \sqrt{\frac{s}{g \cdot \sin \alpha}} \text{ §. 19.}$$

$$c = 2 g \cdot \sin \alpha \cdot t = 2 \sqrt{g \cdot \sin \alpha \cdot s} \text{ §. 24.}$$

Anm. Diese Gleichung findet man aus allgemeinern Gründen hergeleitet in Kästners höh. Mech. 2 Abschn. §. 21. Für die ersten Elemente ist man genöthigt, den Gang der Untersuchungen hier gerade umzukehren.

Es sagen aber obige Gleichungen, daß der Fall auf der schiefen Fläche mit dem freyen Falle einerley Gesetz beobachtet, und nur in dem Maaße langsamer und schwächer erfolge, nach welchem $\sin \alpha < 1$ ist. Vergl. §. 39.

Noch ist zu merken, daß alle Friction hier beyseit gesetzt, und die schiefe Fläche sowohl, als der fallende Körper, vollkommen glatt angenommen werde.

§. 51. Zus. 1. Die Zeit durch die verticale CB $= x$, wäre $= \sqrt{\frac{x}{g}}$ §. 19, folglich offenbar kürzer, als die Zeit $\sqrt{\frac{CA}{g \cdot \sin \alpha}}$ durch die schiefe CA §. 50.

§. 52. Zus. 2. Sucht man auf der schiefen Linie ein Stück CD, das bey der Wirkung der relativen Schwere in eben der Zeit beschrieben wird, in welcher bey der absoluten Schwere der verticale Fall durch $CB = x$ erfolgt: so ist aus §. 50. die Zeit durch $CD = \sqrt{\frac{CD}{g \cdot \sin \alpha}}$, durch CB aber $\sqrt{\frac{x}{g}}$, folglich, wenn man beyde gleich setzt, $\frac{CD}{\sin \alpha} = x$, also $CD = x \cdot \sin \alpha$. Demnach liegt D in dem Perpendikel BD von B auf CA, weil alsdann $CBD = \alpha$ ist.

§. 53. Zus. 3. Da $DCB = 90° - \alpha$, so braucht der Körper, durch CD zu kommen, eine Zeit $= \sqrt{\frac{DC}{g \cdot \cos \alpha}}$ §. 50. Nun ist $\cos \alpha = \frac{DC}{BC}$, folglich ist obige Zeit $= \sqrt{\frac{BC}{g}}$, d. i. er gehet durch CD in der Zeit, in welcher er frey durch die Verticale CB fällt.

§. 54. Zus. 4. (Fig. 87.) Ist die Verticale CB der Lage und Grösse nach gegeben, und über ihr ein Halb-

Halbkreis beschrieben: so giebt jeder Punkt, wie D, E ꝛc. im Umkreiſe zwey Sehnen, die einen rechten Winkel einſchlieſſen. Daher geht der Körper aus der Ruhe durch jede Sehne des Halbkreiſes in eben der Zeit, in welcher er frey durch den verticalen Durchmeſſer fällt. §. 52. 53. d. i. alle Sehnen dieſes Halbkreiſes ſind gleichzeitig, ſpatia iſochrona.

Iſt nämlich der Durchmeſſer = h, und der Winkel, den die Sehne mit ihm macht = 90° − α, ſo iſt die Länge der Sehne = h . ſin α, und ihre Neigung gegen den Horizont = β; die relative Kraft auf ihr verhält ſich zu der abſoluten, wie die Sehne zum Durchmeſſer, und ſo werden beyde Wege, jede mit der Kraft, die längſt ſeiner wirkt, in gleicher Zeit beſchrieben.

§. 55, Zuſ. 5. (Fig. 87.) Ziehet man DG, EF, auf BC ſenkrecht, ſo läßt ſich erweiſen, daß $CD^2 : CE^2 = CG : CF$.

Denn da (nach Geom. §. 263,) die Triangel DGC, BDC, ähnlich ſind, und einerley Höhe haben: ſo iſt $CD^2 : BC^2 = CG : CB$ Aus eben dem Grunde iſt auch $BC^2 : CE^2 = CB : CF$, Folglich iſt $CD^2 : CE^2 = CG : CF$,

§. 56. Zuſ. 6. (Fig. 86.) Will man die Geſchwindigkeit c wiſſen, welche der Körper in D erhalten hat: ſo iſt $c^2 = 4g$. ſin α . CD . §. 50. Ziehet man nun DE wagrecht durch D, ſo iſt CE = CD . ſin α. Folglich iſt $c^2 = 4g$. CE, alſo $c = 2\sqrt{g \cdot CE}$. Dieſe Geſchwindigkeit aber würde der Körper auch erhalten haben, wenn er durch die Höhe CE frey herabgefallen wäre. §. 24.

§. 57. Zuſ. 7. (Fig. 86.) Für die Zeit durch CD hat man $T^2 = \frac{CD}{g \cdot \sin \alpha}$ §. 50, für die Zeit durch CE aber $t^2 = \frac{CE}{g} = \frac{CD \cdot \sin \alpha}{g}$. Folglich iſt $T^2 : t^2 = 1 : \sin \alpha^2$, oder $T : t = 1 : \sin \alpha$.

§. 58. Zuſ. 8. Bey einerley Erhöhungswinkel α ſind die auf der ſchiefen Fläche zurückgelegten Wege $= g \cdot \sin \alpha \cdot t^2$ §. 50, alſo, ſo wie die verticalen Höhen des Falles den Quadraten der Zeit proportionirt. Iſt nun α ein kleiner Winkel: ſo gehört für einerley Weg deſto mehr Zeit; daß man alſo die Zeiten auf der ſchiefen Fläche viel bequemer, als beym verticalen Falle beobachten kann. Hienach ſind auch die §. 17. gedachten Verſuche angeſtellt worden. Vergl. Käſtners höh. Mech. 1 Abſchn. §. 46. 47.

§. 59. Anm. Die ſchiefe Fläche iſt eine Hinderniß, welche dem Körper nicht erlaubt, den Weg zu nehmen, zu dem ihn die Kraft der Schwere beſtimmt, ſondern ihm einen andern Weg vorzeichnet, den er gehen muß. Dies iſt alſo eine Bewegung auf vorgeſchriebenen Wegen, wobey dergleichen Hinderniß vorhanden iſt; im Gegenſatz der freyen Bewegung, motus liber, wie beym freyen Fall, wobey der Weg des Körpers nur durch eigentliche in ihm wirkende Kräfte beſtimmt wird.

§. 60. Aufg. (Fig. 86.) Ein Körper werde mit einer gegebenen Geſchwindigkeit in einer Richtung AC getrieben, die mit dem Horizont den gegebenen Winkel CAB macht; man ſoll Vergleichungen zwiſchen Raum, Zeit und Geſchwindigkeit finden.

Auf-

Aufl. Es sey $CAB = \alpha$, und die Geschwindigkeit h, womit er in A längst AC zu steigen anfängt $= 2\sqrt{g} \cdot BC$. Da nun hier offenbar die relative Schwere $P \cdot \sin\alpha$, für welche der Fall der ersten Secunde $g \cdot \sin\alpha$ ist, den steigenden Körper verzögert; so ist aus Vergleichung des Bisherigen vom Fall auf der schiefen Fläche, mit den Gesetzen des verticalen Steigens §. 29–34, folgendes klar:

I. Die Geschwindigkeit $h = 2\sqrt{g} \cdot BC$, die ein Körper der durch CA gefallen ist, in A hat, §. 56, ist, wenn er durch AC gestiegen in C vernichtet, daß also AC = CA, wie §. 30.

II. Während des schiefen Falles von C nach A verfließt die Zeit $t = \sqrt{\frac{CA}{g \cdot \sin\alpha}}$ §. 50, und es ist $CA = \frac{h^2}{4g \cdot \sin\alpha^2}$ §. 50, also $t = \sqrt{\frac{h^2}{4g^2 \cdot \sin\alpha^2}} = \frac{h}{2g \cdot \sin\alpha}$. Eben so viel Zeit gehet auf das Steigen von A nach C. Folglich ist die ganze Zeit des Steigens und Fallens $= \frac{h}{g \cdot \sin\alpha} = \frac{2\sqrt{BC}}{\sin\alpha \cdot \sqrt{g}}$, also die Zeit des Steigens $= \frac{\sqrt{BC}}{\sin\alpha \cdot \sqrt{g}}$. Auf eben die Art ist die Zeit durch $DC = \frac{\sqrt{CE}}{\sin\alpha \cdot \sqrt{g}}$. Folglich ist nach eben den Schlüssen, wie §. 31, die Zeit durch $AD = \frac{\sqrt{BC} - \sqrt{CE}}{\sin\alpha \cdot \sqrt{g}}$.

Dies hätte man auch unmittelbar aus §. 31. finden können, wenn man $k = BC$, $x = BE$ nimmt, und unter u die Zeit durch AD verstehet; da dann (weil $T = \frac{t}{\sin \alpha}$ §. 57.) $u = \frac{\sqrt{k} - \sqrt{(k-x)}}{\sin \alpha . \sqrt{g}}$ wie zuvor.

III. Die Geschwindigkeit, welche die Schwere dem Körper durch AD in der Zeit u entziehet, ist $= 2g . \sin \alpha . u$ §. 50, $= 2g . \sin \alpha . \frac{\sqrt{BC} - \sqrt{CE}}{\sin \alpha . \sqrt{g}} = 2\sqrt{g}$ $(\sqrt{BC} - \sqrt{CE})$.

Nun war seine Geschwindigkeit $h = 2\sqrt{g} . BC$. Folglich bleibt ihm in D die Geschwindigkeit $= 2\sqrt{g} . CE$.

IV. Aus $u = \frac{\sqrt{k} - \sqrt{(k-x)}}{\sin \alpha . \sqrt{g}}$, folgt auf eben die Art, wie §. 32, $x = 2u . \sin \alpha . \sqrt{gk} - u^2 . \sin \alpha^2 . g$.

V. Bedeutet ω die ganze Zeit des Steigens und Fallens §. 33, so war oben $\omega = \frac{2\sqrt{k}}{\sin \alpha . \sqrt{g}}$, folglich $\omega^2 = \frac{4k}{\sin \alpha^2 . g}$, folglich $\frac{\omega^2 . \sin \alpha^2 . g}{4} = k$.

VI. Die dieser Höhe zugehörige Geschwindigkeit ist $= 2\sqrt{g} . \sin \alpha . k$ §. 50, und, wenn man für k den gefundnen Werth setzt, $= \sqrt{g^2 . \omega^2 . \sin \alpha^3} = g . \omega . \sin \alpha . \sqrt{\sin \alpha}$.

§. 61.

§. 61. Zuſ. 1. Ein ſchwerer Punkt, der aus D mit einer der Höhe CE zugehörigen Geſchwindigkeit, auf der ſchiefen Fläche herabgehet, hat in A ſo viel Geſchwindigkeit, daß, wenn er damit in A zu ſteigen anfinge, er den Weg AD in eben der Zeit hinaufſteigen würde, in welcher er den Weg DA herabgefallen iſt.

§. 62. Zuſ. 2. Ein ſchwerer Punkt, der in A mit einer der Höhe BC zugehörigen Geſchwindigkeit zu ſteigen anfängt, hat in D eine der Höhe CE = CB − BE zugehörige Geſchwindigkeit.

§. 63. Anm. Aus der Lehre vom Fallen und Steigen der Körper auf der ſchiefen Fläche, iſt man in den erſten Elementen genöthigt, die unentbehrlichſten Sätze vom Pendel herzuleiten, vergl. §. 51; wozu aber noch Etwas von der krummlinichten Bewegung vorgeſchickt werden muß.

5. Von krummlinichten Bewegungen.

§. 64. Aufg. (Fig. 88.) Ein Körper will in einer gewiſſen Zeit durch AB gehen, muß aber, da in A eine Kraft in ihn wirkt, die für ſich ihn in eben der Zeit durch AC führen würde, die Diagonale AD beſchreiben; man fragt, wie viel er von ſeinem erſten Wege abgewichen iſt.

Aufl. Hier muß AB; AC = BD, und BAC = φ; alſo auch ABD = 180° − φ, bekannt ſeyn: ſo findet man BAD = ξ aus der Formel $\text{tang } B = \frac{b \cdot \text{ſin } A}{c - b \cdot \text{cof } A}$

(Trigon

(Trigon. §. 65.) Denn hier ist b = BD, c = AB, A = ABD, B = BAD; folglich tang $\xi = \frac{BD \cdot \sin \varphi}{AB + BD \cdot \cos \varphi}$.

§. 65. Zus. Auch läßt sich AD finden aus Trigon. 66. Macht man AE = AB: so zeigt ED den Unterschied vom ersten Wege; da dann AD = AB $\pm$ ED, je nachdem der Winkel φ spitz oder stumpf ist, weil, wenn das letztre statt findet, E auf die Verlängerung von AD fällt.

§. 66. Anm. Noch eine Frage entsteht hiebey: wenn die Geschwindigkeit, womit der Körper durch AB gehen will, gegeben ist; wie viel sich diese Geschwindigkeit, wenn er durch AD gehet, geändert habe. Eigentlich aber ist hier von Bewegungen in unendlich kleinen Zeittheilchen die Rede; da dann mittelst höherer Analysis die Rechnung zu führen ist, deren Gang Obiges blos im Allgemeinen angiebt, um den Uebergang zu den nun folgenden Begriffen zu machen.

§. 67. Aus den höhern Rechnungen §. 66. erhellet, daß ein Körper — der in einem unendlich kleinen Zeittheilchen in verlängerter Richtung den Weg AB = ZA beschreiben will, aber von einer Kraft in A nach AD abgelenkt wird — ein Stückchen einer Kreislinie ZAD, deren Halbmesser AO ist, beschreibe, welches man aus zwey geraden Elementen ZA, AD, zusammengesetzt ansehen könne, und dessen Tangente in A, der Weg AB ist. (Vergl. Kästners höh. Mech. 1 Abschn. §. 163.)

§. 68. Fällt die Richtung der Kraft auf die Tangente AB: so ändert die Kraft den Weg des Körpers nicht, sondern nur seine Geschwindigkeit, die sie beschleunigt oder vermindert, je nachdem sie nach AB

oder

oder nach AZ wirkt. Eine solche Kraft, für welche $\varphi = 0$ ist, heisse eine Tangentialkraft.

§. 69. I. Fällt aber die Richtung der Kraft auf den §. 67. gedachten Halbmesser AO, der für jede krumme Linie der Halbmesser der Krümmung für das Stückchen ZAD heißt, und auf der Tangente AB senkrecht oder normal ist: so lehrt obgedachte Rechnung §. 66, daß diese Kraft die erste Geschwindigkeit nicht ändere, sondern nur die Richtung um den Winkel ξ. Eine solche Kraft heisse eine Normalkraft.

II. Ist der Halbmesser der Krümmung $= r$, die nach AC wirkende Kraft $= p$, die der Geschwindigkeit in A zugehörige Höhe $= v$, und wie zuvor der Winkel BAC $= \varphi$: so giebt die höhere Analysis $r = \frac{2v}{p \cdot \sin \varphi}$. Da hier $\sin \varphi = 1$, so ist $r = \frac{2v}{q}$, folglich auch $p = \frac{2v}{r}$, d. i. die Kraft p verhält sich zur Schwere, wie die doppelte der Geschwindigkeit gehörige Höhe zum Halbmesser des Kreises, in welchem ein Körper mit dieser Geschwindigkeit fortgehet. Vergl. Käſtners höh. Mech. 1 Abschn. §. 163.

§. 70. Ist der Körper in A angelangt, und es wirkt daselbst keine Normalkraft, sondern nur eine Tangentialkraft, oder gar keine Kraft: so wird er in dem verlängerten Kreiselemente die Tangente AB $=$ ZA beschreiben, und sich von des Kreises Mittelpunkte O entfernen. Nun ist die Normalkraft nöthig, ihn von diesem Wege um den Winkel ξ §. 64. abzulenken, und zu machen, daß er das nächstfolgende Kreiselement AD beschreibe. Folglich äussert der Körper in jeder Stelle

des

des Kreises ein Bestreben, von dessen Mittelpunkte sich zu entfernen, welches durch die Normalkraft ($p = \frac{2v}{t}$. §. 69.) aufgehoben werden muß, wenn der Körper in dem Kreise weiter fortgehen soll, und welches man empfindet, wenn man z. E. ein an einem Faden befestigtes Gewicht sich mit dem Faden herumschwingen läßt. Ein solches Bestreben heißt daher die Schwungkraft, Centrifugalkraft, Fliehkraft, vis centrifuga; da dann die Normalkraft auch Centripetalkraft vis centripeta, genannt wird.

§. 71. (Fig. 89.) Wenn ein Körper das Element Mm einer krummen Linie AMB beschreibt: so wird er von zwey Kräften, von einer normalen N, und einer tangentialen T, getrieben. Triebe ihn eine beschleunigende Kraft P nach MC, und man macht CT auf die Tangente senkrecht: so läßt sich die Kraft P in eine normale N, der CT parallel, und in eine tangentiale T zerlegen, da dann P:N:T = MC:CT:MT ist. Wirken in M mehrere Kräfte nach verschiedenen in einerley Ebene liegenden Richtungen: so läßt sich jede in eine Normal- und in eine Tangentialkraft zerlegen, und so geben alle zusammen eine Normal- und eine Tangentialkraft.

§. 72. (Fig. 89.) Eine Kraft nach MC bringt den Körper, der nach MT gehen will, in den Weg Mm. Wirkt nun in m dergleichen Kraft ferner in ihn, so ändert er von m an seinen Weg wieder, und immer so fort, wenn dergleichen Kraft beständig in ihn wirkt. Der Körper muß also eine krumme Linie beschreiben, wenn die Richtungen obgedachter Kraft in den verschiedenen Punkten seines Weges immer in einerley

nerley Ebene sind, sie mögen nun sich parallel bleiben, oder andere Lagen bekommen.

§. 73. Anm. I. Der erste Fall findet bey einem schief aufwärtsgeworfnen Körper statt, in welchem die unveränderliche Kraft der Schwere nach verticalen Richtungen, die wir für parallel annehmen; wirkt. Der zweyte Fall wäre bey einem Körper, der in jeder Stelle seines Weges stets nach einem unveränderlichen Punkt von einer Kraft getrieben wird, deren Grösse auf der jedesmahligen Entfernung des Körpers von solchem Punkte nach gewissen Gesetzen beruht (wenn sich z. E. die Kraft verkehrt wie das Quadrat der Entfernung verhält) da dann der unveränderliche Punkt der Mittelpunkt der Kräfte, centrum virium, und die Kraft eine Centralkraft, vis centralis heißt, die also zur Classe der veränderlichen Kräfte §. 46. gehört. Beyde Arten solcher krummlinichten Bewegungen gehören zur Classe der freyen Bewegungen §. 59., weil der Weg des Körpers durch die in ihn wirkenden Kräfte bestimmt wird.

II. Zum Verständniß der nunmehr §. 74 – 87 folgenden Untersuchungen des ersten Falles, ist freylich erfoderlich, daß man mit der Lehre von den krummen Linien im vierten Abschnitte der Analysis nicht ganz unbekannt sey. Wer sich dieses nicht gefallen lassen will, der muß die eben genannten §hen überschlagen. Ueberhaupt aber ist die Lehre von den krummen Linien der Physik so unentbehrlich, daß wenigstens die allererstен Begriffe davon zu den hier vorausgesetzten Elementarkenntnissen billig mit zu rechnen sind.

§. 74. Aufg. (Fig. 90.) In einen Körper, der aus A, in der Richtung AH, die mit dem Horizont den Winkel BAH = φ macht, und mit einer der Höhe c zugehörigen Geschwindigkeit geworfen ist, wirkt die unveränderliche Schwere; man sucht die krumme Linie AMDB die er beschreibt, jedoch den Widerstand der Luft beyseit gesetzt.

Aufl. Wirkte die Schwere nicht in ihn: so würde er in jeder Secunde den Weg $b = 2\sqrt{cg}$ §. 24, und

und in t Secunden den Weg AH = tb zurücklegen §. 1; aber wegen beſtändiger Wirkung der Schwere muß er eine krumme Linie beſchreiben. §. 72.

Durch N, H, ziehe man die Verticallinien NK = b . ſin η, und HP = b . t . ſin η; da dann auch AK = b . cos η, und AP = b . t . cos η. (Trigon. §. 64.)

Wäre der Körper in der erſten Secunde von A nach N gerade fortgegangen, d. i. um AK fortgerückt, und um KN geſtiegen: ſo iſt die Schwere blos der letztern Bewegung entgegen, und hat ihn nach G herabgezogen, daß NG = g iſt. §. 18.

Auf eben die Art erhellet, daß der Körper nach t Secunden von der Schwere um HM = t^2 g. §. 18. zurücke gezogen iſt.

Demnach iſt AP = u = b . t . cos η, und PM = y = b . t . ſin $\eta - t^2$ g. Erſtere Gleichung giebt $\frac{u}{b \cdot \cos \eta} = t$. Setzt man dieſen Werth von t in die zweyte Gleichung: ſo erhält man $y = \frac{u \cdot b \sin \eta}{b \cos \eta} - \frac{u^2 g}{b^2 \cos \eta^2} = u \cdot \tan \eta - \frac{u^2 g}{b^2 \cdot \cos \eta^2}$, oder (weil b = 2 $\sqrt{cg}$, alſo $b^2 = 4cg$) $y = u \cdot \tan \eta - \frac{u^2}{4c \cdot \cos \eta^2} = u \left(\tan \eta - \frac{u}{4c \cdot \cos \eta^2}\right)$.

§. 75. Zuſ. 1. Dieſe krumme Linie ſchneidet AB wenn y verſchwindet, d. i. für u = o, alſo in A, und für $\tan \eta - \frac{u}{4c \cdot \cos \eta^2} = o$, alſo wo $u = 4c \cdot \cos \eta^2$

$\cos\eta^2 . \tan\eta = 4c . \sin\eta . \cos\eta = 2c . \sin 2\eta$ (Trigon. §. 37.) ist. Setzt man also $AB = 2c \sin 2\eta$: so ist dies die Weite des Wurfs, amplitudo jactus, wobey (wegen $b^2 = 4cg$) $\frac{b^2}{2g} = 2c$ ist.

§. 76. Zus. 2. Setzt man für η zwey ungleiche Winkel, die zusammen 90 Grad betragen: so ist $2\eta = 180$ Grad, also ihr Sinus einerley. Dies giebt daher bey einerley c die Weite des Wurfs für zwey solche Winkel einerley. Nun ist sie $= o$ für $\eta = o$. Folglich muß sie bis 45 Grad wachsen, und von da an wieder abnehmen, also für $\eta = 45°$ am größten seyn. Da nun $\sin 2 . 45° = 1$: so ist die größte Weite $= 2c$, folglich (da $\sin 2 . 15° = \frac{1}{2}$, also die Weite $= c$) die Weite für 45° noch einmahl so groß, als für 15°.

§. 77. Zus. 3. Setzt man in der Gleichung für y §. 74. $u = \frac{1}{2} AB = c . \sin 2\eta$: so wird daselbst $y = c . \sin 2\eta . \left(\frac{\sin\eta}{\cos\eta} - \frac{c . \sin 2\eta}{4c . \cos\eta^2} \right)$ wodurch man nach der Formel $\sin 2\eta = 2 \sin\eta . \cos\eta$ also auch $\frac{\sin 2\eta}{2\cos\eta} = \sin\eta$ (Trigon. §. 37.) das diesem u zugehörige $y = c . \sin\eta^2 = ED$ erhält.

§. 78. Zus. 4. Diese Linie ED werde von der horizontalen MQ in Q geschnitten, und man setze $DQ = c . \sin\eta^2 - y = x$, also $y = c . \sin\eta^2 - x$; und $QM = c . \sin 2\eta - u = z$, also $u = c . \sin 2\eta - z$.

Nun ist die Gleichung §. 74. $y = \frac{u \cdot \sin \eta}{\cos \eta} - \frac{u^2}{4c \cdot \cos \eta^2} = \frac{2c \cdot u \cdot \sin 2\eta - u^2}{4c \cdot \cos \eta^2}$. (Trigon. §. 37.) Folglich ist $4c \cdot \cos \eta^2 \cdot y = 2c \cdot u \cdot \sin 2\eta - u^2$. Setzt man in diese Gleichung obige Werthe von y und u: so erhält man $c^2 \cdot \sin 2\eta^2 - 4c \cdot \cos \eta^2 \cdot x = c^2 \cdot \sin 2\eta^2 - z^2$, folglich $z^2 = 4c \cdot \cos \eta^2 \cdot x$, welches die Gleichung für eine Parabel (Anal. §. 190.) deren Scheitel D, Axe DE, Abscisse DQ, zugehörige Ordinate QM, und Parameter $= 4c \cdot \cos \eta^2$ ist.

§. 79. Zus. 5. Demnach ist $ED = c \cdot \sin \eta^2$ §. 77. die größte Höhe, auf welche der Körper steigt, die Höhe des Wurfs, altitudo jactus. Nun war die halbe Weite $AE = c \cdot \sin 2\eta$ §. 75. $= 2c \sin \eta \cdot \cos \eta$. Folglich ist $ED : AE = \sin \eta : 2 \cos \eta = \text{tang } \eta : 2$.

§. 80. Zus. 6. Wird ein Körper mit einer der Höhe c zugehörigen Geschwindigkeit unter dem Winkel η geworfen, daß er in der Secunde durch AN gehet: so bekömmt er dadurch eine horizontale Geschwindigkeit $AK = b \cdot \cos \eta$, und eine verticale $KN = b \cdot \sin \eta$ §. 74. Erstere gehört also der Höhe $\frac{b^2 \cos \eta^2}{4g}$ §. 25. $= c \cdot \cos \eta^2$ §. 74, letztre eben so der Höhe $c \cdot \sin \eta^2 = ED$. §. 77. Mit letzterer fängt der Körper zu steigen an, sie wird aber durch die Schwere immer vermindert, und bis auf nichts gebracht, wenn er die Höhe, die ihm gehörte, erreicht hat. §. 30. 79. In diesem Augenblicke hat er zwar keine verticale Geschwindigkeit

digkeit mehr, aber noch eine horizontale nach der Tangente in D; und nun giebt ihm die Schwere wiederum verticale Geschwindigkeit niederwärts, wie sie ihm zuvor verticale aufwärts nahm.

§. 81. Zus. 7. Die horizontale Geschwindigkeit, welcher die Schwere nicht hinderlich ist, bleibt in jedem Punkte dieselbe, d. i. diese Bewegung ist gleichförmig und verhält sich also wie die Zeit. Demnach ist die Zeit durch den Bogen AM (für welchen u die horizontale Bewegung ist) $= \frac{u}{b \cdot \cos \eta}$; und durch den Bogen ADB (für welchen AB die horizontale Bewegung ist) $= \frac{b \cdot \sin \eta}{g}$ (wenn man $AB = \frac{b^2}{2g} \sin 2\eta$ §. 75. $= \frac{b^2 \cdot 2 \sin \eta \cdot \cos \eta}{2g}$. Trigon. §. 37. anstatt u setzt).

§. 82. Zus. 8. Die horizontale Geschwindigkeit in jedem Punkte, also auch in M, ist $= b \cdot \cos \eta = \sqrt{cg} \cdot \cos \eta$ §. 74. Die verticale Geschwindigkeit in M aber ist der Höhe QD, um welche der Körper noch steigt, zugehörig, also, $= 2\sqrt{g \cdot DQ} = 2\sqrt{g} \cdot \sqrt{(c \cdot \sin \eta^2 - y)}$ §. 78. Aus beyden erwächst der Weg des Körpers in einer Secunde, den man als die Hypotenuse eines rechtwinklichten Triangels ansehen kann, und der die Geschwindigkeit nach der Tangente in M bestimmt; daß also das Quadrat dieser Geschwindigkeit $= 4g(c \cdot \cos \eta^2 + c \cdot \sin \eta^2 - y) = 4g(c - y)$ folglich die solcher Geschwindigkeit zugehörige Höhe $= c - y = v$ ist

§. 83. Zuſ. 9. Es ſey F der Parabel-Brennpunkt: ſo iſt DF ($= \frac{1}{4}$ p. Anal. §. 198.) $= c \cdot \cos \eta^2$ §. 78. daß alſo (weil $DE = c \cdot \sin \eta^2$ §. 77.) $DF + DE = c$. Nun iſt $FM = DQ + DF$ (Anal. §. 199.) und $DQ = DE - y$ §. 78. Folglich iſt $FM = DE - y + DF = c - y = v$. §. 82.

d. i. Eine gerade Linie aus dem Brennpunkte nach jedem Punkte der Parabel iſt die Höhe, welche der Geſchwindigkeit nach der Tangente an dieſem Punkte zugehört.

§. 84. Zuſ. 10. Iſt $\eta < 45°$, alſo $\cos \eta > \sin \eta$, ſo iſt $DF > DE$, d. i. der Brennpunkt liegt unter AB; das Gegentheil aber, welches die Figur vorſtellt, findet ſtatt, wenn $\eta > 45°$ iſt. Daher iſt $EF = DE - DF = c \cdot \cos 2\eta$ verneint für den erſten, aber bejaht für den zweyten Fall; daß alſo $AF^2 = AE^2 + EF^2 = c^2 \cdot \sin 2\eta^2 + c^2 \cdot \cos 2\eta^2$ (§. 77.) $= c^2$, folglich $AF = c$ iſt, wie auch nach §. 83. ſeyn muß.

§. 85. Zuſ. 11. Geſchiehet der Wurf horizontal, daß alſo $\eta = 0$ iſt: ſo wird in §. 74. $y = \frac{-u^2}{4c}$, d. i. der Weg des Körpers fällt ganz unter die Horizontallinie durch A. Da auch AE und $ED = 0$ §. 77, ſo iſt A der Parabel Scheitel, und ihr Parameter $= 4c$. §. 78. Wie tief unter der Horizontallinie für jedes u der Körper ſey, zeigt der Werth von y. Dieſe Tiefe iſt anfangs gering (daß ſo lange u klein gegen c iſt, der Weg als gerade angeſehen werden kann) ſie wächſt aber wie das Quadrat von $u = b \cdot t$. §. 74

also wie das Quadrat der Zeit, weil die horizontale Bewegung gleichförmig ist. §. 74.

§. 86. Zus. 12. Soll ein Körper so geworfen werden, daß er einen gegebenen Punkt M trift: so ist hier des Punktes Höhe MP = h, und die Abscisse AP = k gegeben. Setzt man diese Grössen anstatt y und u in die Gleichung §. 75: so erhält man $4c.h.\cos\eta^2 = 2c.\sin 2\eta.k - k^2$, daß man also von den beyden noch unbestimmten Grössen c und η jede als bekannt annehmen, und daraus die andere finden kann.

§. 87. Anm. Anwendungen dieser Lehre auf das Bombenwerfen, und Tafeln, die danach berechnet worden, können mit der Erfahrung nicht übereinstimmen, weil hiebey der Widerstand der Luft, der bey schnellen Bewegungen sehr beträchtlich wird, beyseite gesetzt ist. Nimmt man hiebey an, eine bestimmte Ladung Pulver gebe einem bestimmten Körper bey jedem Winkel α des Wurfs immer gleiche Geschwindigkeit: so läßt sich diese durch die Erfahrung finden, wenn man die Weite des Wurfs a mißt; da dann aus §. 75. $c = \frac{a}{2\sin 2\alpha}$, also für $\alpha = 15°$, $c = a$ ist.

6. Vom Pendel.

§. 88. Aufg. (Fig. 91.) Ein blos träger Körper, der durch eine anfängliche Kraft getrieben ist, durchlaufe die Seiten eines beliebigen Polygons ABCD....; man sucht die Aende-

rungen, die seine Geschwindigkeit in jedem Winkelpunkte leidet.

Aufl. Die anfängliche Kraft treibe den Körper im ersten Zeittheile durch AB, so würde er vermöge der Trägheit im zweyten Zeittheile nach voriger Richtung durch BD = AB gehen, woran ihn aber der Winkelpunkt B hindert. Nun ziehe man BE auf BC senkrecht, und vollende das Parallelogramm EF: so wird die Geschwindigkeit BD, in BE und BF zerlegt. Da nun BE durch das Hinderniß in B wegfällt, so bleibt BF = BD − CF, wenn man BC = BD macht.

Auf eben die Art schließt man auch für die Winkelpunkte C, D, u. s. w.

§. 89. Zus. 1. Wäre ABCD ... eine krumme Linie (etwa eine nach dieser Gestalt gebogene feste Röhre) von der jedes Stück wie ABC, aus den Elementen AB, BC, bestehet §. 67: so leidet, vermöge §. 69. I. die anfängliche Geschwindigkeit keine Aenderung, und der Körper beschreibt den vorgeschriebenen Weg §. 59. mit gleichförmiger Bewegung; wobey auch keine Normalkraft §. 69. nöthig ist, indem die Schwungkraft §. 70. durch die Festigkeit der Röhre, auf welche sie in der Richtung CB drückt, aufgehoben wird.

Ein Beyspiel dieser Bewegung wäre, wenn die Röhre BCD ... auf einer horizontalen Tafel läge, und der Körper auf der hohlen Seite in B einen Stoß nach der Tangente BD bekäme.

§. 90.

§. 90. Zuſ. 2. Wäre die Röhre BCD ... kreisförmig gebogen: ſo könnte ſtatt derſelben ein Faden BO in der Ebene der glatten horizontalen Tafel dienen, deſſen einer Endpunkt B den Körper ſtets hielte, indem der andere an einem unverrückten Punkte O befeſtigt wäre. Denn erhielte der Körper B einen Stoß in einer auf BE ſenkrechten Richtung: ſo würde er wie zuvor den Kreisbogen BCD gleichförmig beſchreiben, ohne daß eine ſolche Röhre nöthig wäre. Der Faden OB aber würde mit derjenigen Kraft geſpannt, mit welcher der Körper die Röhre drückt. §. 89.

§. 91. Zuſ. 3. Der gebrochene Weg ABCD §. 88. liege in einer verticalen Ebene, und der Körper falle auf ſolchem Wege, wie auf mehrern ſchiefen Flächen, herab: ſo verliehrt er in jedem Winkelpunkte, wie B, C, etwas von der §. 50. durch die Schwere erlangten Geſchwindigkeit. §. 88. Fällt aber der Körper auf einer ſchiefen Fläche, die nach einer krummen Linie ABCD ausgehöhlt iſt: ſo gehet von ſeiner Geſchwindigkeit §. 50. nichts verlohren §. 89, und der Körper langt in jedem Punkte ſeines Weges B, C, D, mit einer Geſchwindigkeit an, die den verticalen Fallhöhen GH, GK, GD, zugehört §. 56, d. i. die ſich wie die Quadratwurzel aus der Fallhöhe verhält.

§. 92. Zuſ. 4. Fängt der Körper auf der gebogenen Fläche ABCD in D, mit einer der Höhe GD zugehörigen Geſchwindigkeit zu ſteigen an: ſo erhellet aus §. 91. genugſam, wie ſich die §. 61. 62. erwieſenen Geſetze auch hierauf anwenden laſſen.

§. 93. Zuſ. 5. (Fig. 92.) Iſt BCD kreisförmig gebogen, ſo erfolgt das nämliche §. 91. 92, wenn

der Körper B an einem in O befeſtigten Faden OB hängt §. 90; da er dann, wenn er von B herabfällt, den Kreisbogen BCD beſchreibt, in D mit einer der Höhe HD gehörigen Geſchwindigkeit zu ſteigen anfängt, und in gleicher Zeit den Bogen DNM = BCD mit abnehmender Geſchwindigkeit beſchreibt, worauf er durch eben den Weg, in eben der Zeit, wieder zurückkehren muß. Vergl. §. 60.

Anm. In jedem Punkte des Bogens, wie C, wirkt die Schwere in den Körper nach verticaler Richtung CP, und läßt ſich in die Tangentialkraft CT, und Normalkraft CQ §. 68. 69. zerlegen. Dieſe ſpannt blos den Faden OC, jene aber treibt ihn durch das Element des Bogens und verhält ſich zur abſoluten Schwere wie CT : CP.

§. 94. Erkl. (Fig. 92.) Eine Bewegung, die wie §. 93. immer wechſelsweiſe durch BDM und MDB geſchiehet, heißt eine Schwungbewegung, motus oſcillatorius. Ein Hingang durch BDM und Rückgang durch MDB machen zuſammen einen Schwung, oſcillatio. Jeder aufgehangene Körper, der dieſe Bewegung macht, heißt ein Pendel, und ſein halber Schwung ein Pendelſchlag. Hängt der Körper, den man als einen bloſſen Punkt betrachtet, an einem Faden, den man als eine Linie ohne Schwere anſiehet: ſo heißt dies ein einfaches Pendel, pendulum ſimplex.

§. 95. Zuſ. 1. Sind C, c, die Geſchwindigkeiten in D für die Bogen BD, CD, ſo iſt C : c = $\sqrt{}$HD : $\sqrt{}$KD. §. 91. Ziehet man nun der Bogen Sehnen BD, CD, ſo iſt $BD^2 : CD^2 = HD : KD$ §. 55, und daher BD : CD = $\sqrt{}$HD : $\sqrt{}$KD. Folglich iſt auch C : c = BD : CD. Wären daher die Bogen ſehr klein, ſo wären

ten die Geschwindigkeiten in D beynahe in der Verhältniß der Bogen BD, CD.

§. 96. Zus. 2. Soll ein Körper mit Geschwindigkeiten, deren Verhältniß m : n gegeben ist, in D anlangen: so lasse man ihn durch Bogen fallen, deren Sehnen BD, CD, sich wie m : n verhalten.

Oder soll ein Körper mit einer der Höhe DH zugehörigen Geschwindigkeit in D anlangen: so hänge man ihn mittelst eines Fadens an O in der verlängerten DH, und lasse ihn von B, wo die wagrechte Linie HB den Bogen schneidet, herabfallen.

§. 97. Anm. In den bisherigen Untersuchungen vom Pendel ist zwar gefunden worden, daß die Zeit durch den Bogen BD, der Zeit durch den Bogen DM = AB gleich sey, aber noch nicht bestimmt, wie groß solche Zeit sey. Nun siehet man aus Obigem wohl ein, daß die Größe dieser Zeit auf die Länge des Pendels OD, auf den Winkel DOB, welcher der Elongationswinkel heißt, und auf die Kraft, die den Körper durch den Bogen BD treibt, ankomme. Da sich aber hierüber nicht wohl etwas elementarisch bestimmen läßt; so sey es erlaubt, das Resultat höherer Rechnungen hier historisch anzuzeigen, um darauf die weitern Untersuchungen zu bauen.

§. 98. (Fig. 92.) Man betrachtet am meisten Schwingungen in einem Kreise, und braucht in der Ausübung vorzüglich Schwingungen in so kleinen Bogen, daß man Sinus und Bogen einander gleich setzen darf. Ist nun die Länge des Pendels OD = a, BD ein Bogen, der einem kleinen Winkel BOD zugehört, π die Ludolphische Zahl, und es wirkt in das Pendel vertical eine unveränderliche Kraft, die sich zu unsrer Schwere wie p : 1 verhält: so ist (nach Kästners höh. Mech. 1793. 2 Abschn. §. 29. XVII.) für den Uebergang

dergang durch den kleinen Bogen BD die Zeit $t = \frac{1}{2}\pi \sqrt{\frac{a}{2pg}}$.

Die Zeit eines halben Schwunges ist also $= \pi \sqrt{\frac{a}{2pg}}$, und die Zeit eines ganzen Schwunges $= 2\pi \sqrt{\frac{a}{2pg}}$. §. 94.

§. 99. Anm. Diejenigen, welche den Beweis der Formel §. 98. an angeführten Orte vergleichen wollen, müssen zuvor folgende Verbesserungen daselbst setzen, (die H. Hofr. Kästner selbst bald nach der Herausgabe nöthig gefunden, und im 10. Bande der neuen allgem. deutsch. Bibl. Intell. Num. 27. S. 248. bekannt gemacht hat.)

Seite 305 in V und VIII muß vor $ad\xi$ das Verneinungszeichen stehen; in IX muß zuerst $\xi = \varphi$, und zuletzt $\xi = 0$ gesetzt werden; in X und XV muß vor $d\xi$ das Verneinungszeichen stehen; in XV muß auch noch $-\psi : \sqrt{2}$ anstatt $+\psi . \sqrt{2}$ gesetzt werden.

§. 100. Zus. 1. Nimmt man in §. 53. 54. auch eine unveränderliche Kraft, die sich zu unsrer Schwere wie $p : 1$ verhält, und setzt also daselbst pg anstatt g: so ist die Zeit durch die Sehne $BD = \sqrt{\frac{2a}{pg}}$, die sich also zur Zeit durch den Bogen wie $\sqrt{\frac{2a}{pg}} : \frac{1}{2}\pi . \sqrt{\frac{a}{2pg}}$ §. 98. d. i. wie $1 : \frac{1}{4}\pi$ verhält. Demnach verhält sich die Zeit durch die Sehne BD also auch die Zeit durch den Durchmesser $2a$, zur Zeit eines ganzen Schwunges, wie $1 : \pi$.

Daß

Daß aber die Zeit durch den langen Bogen BD kürzer wird, als durch seine kürzere Sehne, die gerade Linie BD, zeigt die Nothwendigkeit, Bogen und Sehne, so klein sie auch seyn mögen, hier nicht für einerley zu halten, welches sonst bey unendlich kleinen Bogen erlaubt ist. Denn jedes Element des Bogens BD hat eine andre Neigung gegen den Horizont, die Sehne BD aber immer dieselbe; daher denn auch die verticale Schwere in jedem Punkte des Bogens grösser wird, als in dem zugehörigen Punkte der Sehne. Auf ähnliche Art beruhet es auch auf der veränderten Neigung gegen den Horizont, daß die Zeit durch die kürzere Sehne so groß ist, als durch die längere §. 54. Nähere Entwickelung hierüber findet man Kästner l. c. §. 35. 36.

§. 101. Zus. 2. Es sey T die Zeit des Niederganges für ein anderes Pendel, dessen Länge = h: so ist bey eben der Kraft $T = \frac{1}{2}\pi \sqrt{\frac{h}{2pg}}$ §. 98, folglich $T : t = \sqrt{h} : \sqrt{a}$.

Diese Verhältniß bleibt ungeändert, von welcher Grösse auch die Elongationswinkel seyn mögen, wenn sie nur für beyde Pendel gleich sind. Kästner l. c. §. 29. XIX.

§. 102. Zus. 3. Ein Pendel, dessen Länge = a, thue einen sehr kleinen Schlag §. 94. in m Secunden; ein anderes, dessen Länge = f, in t Secunden: so ist bey einerley Kraft $m : t = \sqrt{a} : \sqrt{f}$ §. 101.

Nun sey $f = a + e = \left[1 + \frac{e}{a}\right] a$, und e, oder der Unterschied der Längen sehr klein: so ist ohne merklichen Fehler $\sqrt{\left[1 + \frac{e}{a}\right]} = 1 + \frac{e}{2a}$ (Arithm. §. 251.) folglich $m : t = 1 : 1 + \frac{e}{2a}$; wodurch also die Zeit eines Schlages zwar nur wenig geändert wird, aber die Zeiten vieler Schläge sich doch merklich ändern müssen, und aus solchen sich obige geringe Aenderung bestimmen läßt.

§. 103. Zus. 4. Nimmt man §. 19. auch eine unveränderliche Kraft, die sich zu unsrer Schwere wie p : 1 verhält, und setzt also daselbst pg anstatt g, so wird $t = \sqrt{\frac{s}{pg}}$, oder $t^2 . pg = s$. Wenn man also die Zeit des Niederganges durch $BD = \frac{1}{2}\pi . \sqrt{\frac{a}{2pg}}$ §. 98. quadrirt, und mit pg multiplicirt, wodurch man $\frac{\pi^2 a}{8}$ erhält: so ist dies die Höhe, durch die ein Körper in dieser Zeit, d. i. im vierten Theile des Schwunges fällt. Für die Zeit eines Pendelschlags ist also diese Höhe $= \frac{\pi^2 a}{4}$, und für die Zeit eines ganzen Schwunges $= \frac{\pi^2 a}{2}$. §. 94.

§. 104. Zus. 5. Bey einerley Pendellängen, aber verschiednen Kräften, verhalten sich die Zeiten der Schwin-

Schwingungen §. 98. verkehrt wie die Quadratwurzeln aus den Kräften. Ein Pendel von gegebener Länge geht also da langsamer, wo eine schwächere Kraft wirkt, und muß also verkürzt werden, wenn es bey der schwächern Kraft eben so geschwind, als vorher bey der stärkern gehen soll. Für den verticalen Fall findet dasselbe statt, da auf einerley Höhe des Falles die schwächere Kraft gewiß mehrere Zeit, als die stärkere, zubringen wird.

§. 105. Anm. Da hier blos von beschleunigenden Kräften die Rede ist: so kömmt es nicht auf das gröſſere oder mindere Gewicht an, das eben die Kraft verursacht, wenn sie in mehr oder weniger Masse wirkt. §. 42. Denn so wie ein Pfund nicht schneller als ein Quentchen herabfällt, so geht auch ein Pendel, das ein Pfund trägt, nicht schneller als eins, das ein Quentchen trägt. Indeß wird beym einfachen Pendel §. 94. der schwingende Körper nur als ein Punkt betrachtet, als wäre beym Pfunde oder Quentchen die Kraft zu sinken in einem Punkte beysammen. Nun läßt sich wohl bey verticalfallenden Körpern, wo sich alle Theile parallel mit gleicher Geschwindigkeit bewegen, ohne Schwierigkeit annehmen, als bewege sich blos der Schwerpunkt; aber nicht so bey einem Pendel, wo z. E. eine schwingende Kugel, wenn auch Trägheit und Gewicht des Fadens nicht in Betracht kömmt, mehrere Pendel giebt, wovon das längste vom kürzesten um den Durchmesser der Kugel unterschieden ist, jedes also eine andre Zeit zu seinem Schlage gebraucht, wodurch das kürzere von dem längern aufgehalten wird, und das ganze System eine aus allen zusamengesetzte eigne Schwingungszeit erhält. Daher läßt sich zu Versuchen freylich kein solches Pendel, als bisher betrachtet worden ist, darstellen, so wenig wie in der Statik ein immaterieller Hebel, und es muß hier, so wie dort, wenn die so entwickelten Gesetze auf die Natur angewendet werden sollen, eine Ergänzung hinzukommen, die man in der Lehre vom zusammengesetzten Pendel zu suchen hat. Jedoch kann auch wohl eine Kugel aus einer schweren Materie, (als Gold und Bley) an einem leichten festen Faden, gegen dessen Länge der Durchmesser der Kugel sehr klein ist, ein einfaches Pendel der Wahrheit nahe darstellen, und zu einigen Versuchen dienen.

§. 106. Erkl. Ein Secundenpendel heißt, was in einer Secunde einen Schlag, also in zwey Secunden einen Schwung macht.

§. 107.

§. 107. Zuſ. 1. Setzt man, ein Secundenpendel habe die gegebene Länge a, ſo iſt die Höhe, durch welche an dem Orte ein Körper in einer halben Secunde frey fällt $= \frac{\pi^2 a}{8}$ §. 103. Nun fällt er in einer ganzen Secunde durch die vierfache Höhe §. 11. Folglich iſt dieſe Höhe für die ganze Secunde $= \frac{\pi^2 a}{2}$.

Exempel. Nach Huygens Angabe (horolog. oscill. part. IV. progr. 25.) iſt $a = 3' 8,5''' = \frac{881}{288}$ Pariſer Fuß, alſo $\frac{1}{2} a = \frac{881}{576}$, wobey Par: Rheinl. = 14400 : 13913. Demnach iſt

$$\log 881 = 2,9449759$$
$$2 \log \pi = 0,9942997$$
$$3,9392756$$
$$\log 576 = 2,7604225$$
$$1,1788531 = \log 15,096$$
$$\log \frac{14400}{13913} = 0,0149417$$
$$1,1937948 = \log 15,624$$

womit §. 17. zu vergleichen iſt.

§. 108. Anm. 1. Mairan (Experiences ſur la longueur du pendule à ſeconde, à Paris. Mem. de l'Ac. des ſc. 1735) ſetzt $a = 3' 8\frac{17}{30}''' = 440, 56 \ldots'''$ oder, nach der Verbeſſerung des Herrn la Lande (Aſtron. 1792. §. 2716) $= 440, 52'''$. Bouguer (Figure de la Terre pag. 342.) ſetzt $a = 440, 67'''$.

§. 109.

§. 109. Anm. 2. Huygens l. c. wollte den dritten Theil des Secundenpendels als einen allgemeinen Fuß angeben. Da aber, wie im Folgenden sich zeigen wird, das Secundenpendel nicht an allen Orten der Erde gleich lang ist: so hat Condamine das Secundenpendel unter dem Aequator, Bouguer aber das in der Breite von 45 Grad zum allgemeinen Maaße vorgeschlagen. Das neueste allgemeine Fußmaaß in Frankreich, ist auf Erdgradmessungen, die im Folgenden vorkommen werden, gegründet.

§. 110. Zus. 2. Bedeutet a die Länge des Secundenpendels bey uns, also in §. 102. m = 1, so ist daselbst $t = \pi\sqrt{\frac{f}{a}}$, und $a = \frac{f}{t^2}$

Die erste dieser Gleichungen zeigt, wie viel Secunden ein Pendel von gegebener Länge f schlägt, wenn des Secundenpendels Länge a gegeben ist; die zweyte, wie groß des Secundenpendels Länge a ist, wenn man die Zeit t der Schläge eines Pendels von gegebener Länge f beobachtet hat.

§. 111. Zus. 3. Ist a die Länge des Secundenpendels für die Schwere = 1, und h für die Schwere = p, so ist aus §. 98. $\pi \cdot \sqrt{\frac{h}{2pg}} = \pi\sqrt{\frac{a}{2g}}$, folglich $h = pa$, und $\frac{h}{a} = p$.

§. 112. Anm. 1. Von dergleichen Anwendungen der Lehre vom Pendel, und den darüber angestellten Versuchen findet man viel Lehrreiches in Kästners höh. Mech. 1793. 2 Absch. §. 45. bis 52. Auch wird daselbst §. 53 bis 55. die Linie für gleiche Zeiten des Falles, linea tautochrona, untersucht, d. i. eine Linie AD (Fig. 91.) deren jeder Bogen AB, BD, CD, in gleicher Zeit von einem Körper beschrieben werde. Eine Linie aber, durch zwey gegebene Punkte A, D, in welcher ein Körper in der kürzesten Zeit von A bis D kömmt, heißt die Linie des kürzesten Falles, linea brachystochrona, l. c. §. 56.

§. 113.

§. 113. Anm. 2. In dem bisherigen Theile der Mechanik haben die bewegten Körper als bloſſe Punkte betrachtet werden können; vergl. §. 7; in dem noch übrigen Theile aber iſt es nöthig auch auf eine beſtimmte Gröſſe und Figur der Körper bey ihren Bewegungen Rückſicht zu nehmen, welches daher den elementariſchen Unterricht noch viel mehr einſchränkt.

§. 114. Erkl. (Fig. 92.) Iſt die Linie OD in mehreren Stellen mit Gewichten beſchweret, oder iſt OD eine an allen ihren Stellen ſchwere Stange, die ſich um den feſten Punkt O ſchwingt: ſo heiſſt dies ein zuſammengeſetztes Pendel, pendulum compoſitum. Ein Punkt K in dieſer Linie, daß OK die Länge eines einfachen Pendels ſey, welches mit dem zuſammengeſetzten gleichzeitige Schwingungen macht, heiſſt der Mittelpunkt des Schwunges, centrum oſcillationis.

§. 115. Erkl. (Fig. 93.) Das Uhrpendel (Stat. 279.) iſt eine Stange, woran ein Gewicht, viel ſchwerer als die Stange, gewöhnlich von der Geſtalt einer Linſe hängt, und die ſich unten in eine Schraube endigt, auf deren Mutter die Linſe ruhet, und ſich dadurch höher und niedriger ſchrauben läſſt. Dies Pendel hemmt, mittelſt des engliſchen Hakens, bey jedem Schlage, den Gang der Uhr, und wird von den Theilen der Uhr, in die es greift, und die durch das Gewicht der Uhr getrieben werden, immer in Bewegung erhalten.

Iſt hingegen die Linſe an der Pendelſtange ſo befeſtigt, daß ſie ſich nicht verſchieben läßt: ſo heiſſt dies ein unveränderliches Pendel, welches auf einer Schärfe dergeſtalt aufgehängt werden muß, daß es auch ohne Verbindung mit einer Uhr, für ſich allein, ſeine

seine Schwingungen eine lange Zeit fortsetzt. Kann man ein solches Pendel während der Zeit der Beobachtung nicht immer in einerley Wärme erhalten, so muß die durch die Wärme bewirkte Veränderung in der Länge, mit in Rechnung gebracht werden.

§. 116. Anm. 1. Kennt man den Mittelpunkt des Schwunges an einem zusammengesetzten Pendel, so läßt sich dasselbe als ein einfaches betrachten, dessen Länge die Linie vom Aufhängepunkte bis zum Mittelpunkte des Schwunges ist; daß also obige Theorie des einfachen Pendels für alle zusammengesetzte hinreichen würde, wenn man nur noch den Mittelpunkt des Schwunges finden könnte, welches sich aber durch elementarische Untersuchungen nicht bewerkstelligen läßt.

§. 117. Anm. 2. (Fig. 93.) Das Gewicht der Pendelstange sey = b, ihre Länge CD = f. Die Linse, die in D ihren Mittelpunkt hat, nehme einen so geringen Raum ein, daß man die Entfernungen aller ihrer Stellen vom Aufhängepunkte = f setzen kann; das Gewicht dieser Linse sey = c. Ist nun die Länge des damit gleichzeitigen einfachen Pendels = a, so giebt die höhere Rechnung (Kästner l. c. 3. Abschn. §. 34.) $a = \frac{2b + 6c}{3b + 6b} \cdot f.$

Hieraus wird also begreiflich, wie sich mittelst einer gewöhnlichen Pendeluhr, die Länge des einfachen Secundenpendels finden liesse.

Auch ergiebt sich hieraus $f = \frac{6c + 3b}{6c + 2b} \cdot a = \left(1 + \frac{b}{6c + 2b}\right) a$, folglich f allemahl länger als a. Solcher Ueberschuß der Länge aber beträgt desto weniger, je gröſſer c in Vergleichung mit b ist.

7. Von den Gesetzen des Stosses.

§. 118. Erkl. Ein Körper stößt den andern, wenn er seine Bewegung nicht fortsetzen kann, ohne den andern aus der Stelle, wo er selbst hin will, zu treiben. Der Stoß, percussio, ist gerade, directa, oder schief, obliqua, nachdem die Richtung des stossenden Körpers durch des gestossenen Schwerpunkt gehet, und auf beyder Berührungsebene senkrecht ist; oder nicht.

§. 119. Anm. 1. Wenn man gleich die Körper, wie hier, nur als träg, oder auch unter solchen Umständen betrachtet, da ihre bewegenden Kräfte nicht in Verhältniß der Massen sind: so legt man ihnen doch einen Schwerpunkt bey, und versteht dadurch diejenige Stelle im Körper, deren Zurückhaltung sein Bestreben weiter fortzusetzen, völlig hemmen kann, so wie die Unterstützung des Schwerpunkts in der Statik die ganze Last des Körpers zu sinken hindert. Auch heißt der gemeinschaftliche Schwerpunkt zweyer blos träger Körper die Stelle, wo ihr Schwerpunkt wirklich wäre, wenn sie beyde schwer und an einem mathematischen Hebel angebracht wären. Doch könnte man auch dafür den Namen Mittelpunkt der Massen, oder Mittelpunkt der Trägheit gebrauchen.

§. 120. Anm. 2. Bey der nun folgenden Untersuchung stellen wir uns Körper vor, die durchaus einerley Materie enthalten, und eine solche Gestalt haben, wo sich der Schwerpunkt leicht angeben läßt, wie bey Würfeln oder Kugeln. Desgleichen betrachten wir hiebey die Bewegung so, als wenn alle Theile des Körpers in der Richtung und mit der Geschwindigkeit des Schwerpunkts fortgingen, wie bey einem Würfel auf einem glatten Tische, der einen Stoß durch seinen Schwerpunkt mit dem Tische parallel bekäme. Bey einer Kugel stellen wir uns den Stoß nur so vor, wie er erfolgen würde, wenn die Kugel, ohne sich zu wälzen, anstiesse.

§. 121. Grundsatz. Die Grössen der Bewegungen verhalten sich bey gleichen Massen, wie die Geschwindigkeiten; bey gleichen Geschwindigkeiten aber, wie die Massen.

Denn

Denn einerley Masse erhält offenbar durch eine n fache Geschwindigkeit auch eine n fache Bewegung; und einerley Geschwindigkeit giebt der n fachen Masse auch eine n fache Bewegung.

§. 122. Aufg. Die Massen M, m, haben die Geschwindigkeiten C, c; man soll die Grössen ihrer Bewegungen mit einander vergleichen.

Aufl. Man setze eine dritte Masse N, deren Grösse = M, und deren Geschwindigkeit = c, so ist nach §. 121. die Grösse der Bewegung
von M : von N = C : c, und
von N : von m = M : m, folglich die Grösse der Bewegung
von M : von m = MC : mc,

d. i. die Grösse der Bewegung verhält sich wie das Produkt aus der Masse in ihre Geschwindigkeit.

§. 123. Erkl. Hart heißt ein Körper, der durch Druck oder Stoß die Lage seiner Theile gegen einander (seine Gestalt) nicht ändern läßt; weich, der die Aenderung seiner Gestalt verstattet, und so beybehält; elastisch, der seine Gestalt zwar auch dadurch ändern läßt, aber sie wieder so herstellt, wie sie zuvor war.

§. 124. Lehrs. Zwey vollkommen harte Massen, die gerade gegen einander stossen, halten einander völlig auf, wenn sich ihre Geschwin-

digkeiten C, c, verkehrt wie die Massen M, m, verhalten.

Bew. Nach der Voraussetzung ist C : c = m : M oder CM = cm. Folglich sind auch nach §. 123. ihre Bewegungen gleich. Nun sind sie auch einander gerade entgegengesetzt; und es kann wegen der vollkommenen Härte der Massen keine von beyden Bewegungen fortgesetzt werden, ohne daß die andere aufgehoben würde. Folglich werden beyde Bewegungen einander völlig aufheben.

§. 125. Zus. 1. Dies Aufheben muß plötzlich, so bald die Körper zusammenstossen, geschehen. Denn sobald sie einander berühren, kann keiner fort, ohne den andern zurück zu treiben; vor der Berührung aber war keiner des andern Bewegung hinderlich.

Beym Gleichgewichte am Hebel entsteht keine Bewegung, weil gleich grosse entgegengesetzte Bewegungen nicht zugleich entstehen können; hier hört die Bewegung auf, weil gleich grosse entgegengesetzte Bewegungen, die vorhanden waren, nicht zugleich fortgesetzt werden können.

§. 126. Zus. 2. Wären beyde Körper, oder nur einer, weich: so würden die Theile, die zuerst in Berührung kommen, einander ausweichen, ein Körper würde in den andern einen Eindruck machen, und seine Gestalt ändern. Da er hiezu Kraft braucht: so leidet er dadurch selbst Aenderung in seiner Bewegung. Demnach kann sich jedes Körpers Bewegung nach und nach ändern, und endlich völlig verschwinden.

§. 127.

§. 127. Zus. 3. (Fig. 94.) Weiche Körper in §. 162. würden nun beysammen bleiben; elastische aber die vorige Gestalt und Lage der Theile wieder zu erhalten suchen.

Denn wenn f der Kugel M, und g der Kugel m Durchmesser, also AC = f + g ist; so wird bey B durch den Stoß jede Kugel etwas platt, also AC < f + g. Um nun diese Gestalt wieder in die vorige runde zu verwandeln, muß jede Kugel in die andre so wirken, daß AC von der kleinsten Länge, die es zuletzt gehabt, sich wieder vergrössert, bis es wieder = f + g wird. Diese Wirkungen aber müssen in der Geschwindigkeit jeder Kugel etwas anders verursachen, als bey weichen, oder bey blos harten, statt fand, wo dergleichen Wirkung nicht vorhanden ist. Man darf also nicht schließen, daß auch die elastischen Kugeln ihre Bewegung völlig verliehren. Doch hiervon im Folgenden das Nähere.

§. 128. Aufg. (Fig. 94.) Zwey unelastische Massen M, m, stossen gerade gegen einander mit beliebigen Geschwindigkeiten C, c; Man sucht ihre Bewegungen nach dem Stosse.

Aufl. Man setze die Bewegungen wären nicht gleich, sondern MC > mc, und $C = \frac{mc}{M} + h$; so ist der Masse M Bewegung mc + Mh. Hievon wird der Theil mc durch die Bewegung der Masse aufgehoben, daß also M noch die Bewegung Mh behält, mit der sie in ihrer Richtung fortgehen will. Da sie nun hiezu die nunmehr blos träge Masse m fortstossen muß: so

kann man sich vorstellen, Mh sey die Grösse der Bewegung an einer Masse M + m. Setzt man deren Geschwindigkeit x: so ist (M + m) x = Mh, folglich $x = \frac{Mh}{M+m} = \frac{MC-mc}{M+m}$. Mit dieser Geschwindigkeit werden also nach dem Stosse beyde Massen zusammen fortgehen in der Richtung derjenigen Masse, welche vor dem Stosse die grössere Bewegung hatte.

Z. E. Wenn M : m = 10 : 6; C : c = 3 : 4, so ist $x = \frac{30-24}{10+6} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

§. 120. Zus. 1. Setzte man mc > MC, so würde x verneinend, welches die Richtung der Masse m anzeigt. Setzte man MC = mc: so würde x = 0 wie §. 124.

§. 130. Zus. 2. Da M einen Theil seiner Bewegung anwenden muß, die entgegengesetzte Bewegung von m zu überwinden: so ist x gewiß < C. Es ist aber $C - x = C - \frac{MC-mc}{M+m} = \frac{m(C+c)}{M+m}$. Folglich ist $C - \frac{m(C-c)}{M+m} = x$.

Bleiben hier C, c, m, ungeändert: so wird obiger Bruch immer kleiner, je grösser M wird. Folglich verliehrt die Masse M von ihrer Geschwindigkeit desto weniger, je grösser sie gegen m ist.

§. 131.

§. 131. Zus. 3. Ruhete M vor dem Stosse: so ist $x = -\frac{mc}{M+m}$; ruhete m, so ist $x = \frac{MC}{M+m}$. Bleiben im letzten Falle M und C ungeändert, so wird x desto kleiner, je grösser m gegen M wird, d. i. eine bewegte Masse bringt eine ruhende in Bewegung, so groß sie auch seyn mag, nur ist die Geschwindigkeit nach dem Stosse sehr gering, und kann selbst unmerklich werden, wenn die ruhende Masse sehr groß ist, wie wenn man mit einem Hammer an einen sehr grossen Stein schlüge, der unten vollkommen glatt wäre, und auf einer vollkommenen glatten wagrechten Ebene läge, daß die Friction keine Hinderniß machte, sondern bloß seine Masse widerstünde.

§. 132. Aufg. (Fig. 94.) Zwey unelastische Massen M, m, bewegen sich mit den Geschwindigkeiten C, c, nach einerley Richtung, so daß die erstere, die eine grössere Geschwindigkeit hat, die zweyte einhohlt; man sucht die Geschwindigkeit nach dem Stosse.

Aufl. Da hier M sich bestrebt, der langsamern Masse m Geschwindigkeit zu vergrössern: so wird die Wirkung so lange dauern, bis der Masse m anfängliche Geschwindigkeit so viel gewonnen, und der Masse M ihre so viel verlohren hat, daß beyde Massen zusammen sich nun mit einerley Geschwindigkeit x bewegen, also die gemeinschaftliche Bewegung $(M+m)\,x = MC + mc$ ist; weil von der Bewegung nichts verlohren gegangen, sondern nur etwas aus M in m übergegangen ist. Demnach ist $x = \frac{MC+mc}{M+m}$.

§. 133. Anm. Dies folgt auch schon aus §. 164. wenn man daselbst der Masse m Geschwindigkeit verneint setzt, weil die Richtung in diesem Falle der vorigen entgegengesetzt ist. Setzt man hier $c = C$, so wird $x = C$, wie seyn muß. Wollte man aber $c > C$ setzen, so bleibt zwar die Formel für x, aber M ist nun die voranfahrende Kugel, die von m eingeholt wird.

§. 134. Zus. 1. Ist $M = m$, so ist $x = \frac{1}{2}(C-c)$ für §. 128, und $= \frac{1}{2}(C+c)$ für §. 132.

§. 135. Zus. 2. Ist $C = c$, so ist für §. 132. $x = \frac{(M-m)c}{M+m}$, oder $x : c = M-m : M+m$.

§. 136. Zus. 3. In §. 132. verliehrt M die Geschwindigkeit $C - x = C - \frac{MC+mc}{M+m} = \frac{m(C-c)}{M+m}$ aber m gewinnt die Geschwindigkeit $x - c = \frac{MC+mc}{M+m} - c = \frac{M(C-c)}{M+m}$. d. i. die verlohrne und gewonnene Geschwindigkeit verhalten sich verkehrt wie die Massen.

§. 137. Zus. 4. Die Bewegung nach dem Stosse ist in §. 132. die Summe, und in §. 128. die Differenz der Bewegungen vor dem Stosse. Denn dort ist $(M+m)x = MC+mc$, hier aber $(M+m)x = MC-mc$.

§. 138. Zus. 5. Die Veränderung, welche M in seiner Bewegung, §. 128. sowohl als §. 132, leidet, ist offenbar $MC - Mx = M(C-x)$ wo man nur statt x seinen jedesmahligen Werth zu setzen hat; da dann

1) für

1) für §. 128. $C - x = \frac{m(C-c)}{M+m}$ §. 130, folglich $M(C-x) = \frac{M \cdot m(C+c)}{M+m}$.

2) für §. 132. $C-x = \frac{m(C-c)}{M+m}$ §. 136. folglich $M(C-x) = \frac{M \cdot m(C-c)}{M+m}$.

§. 139. Zuſ. 6. Die Veränderung, welche m in ſeiner Bewegung §. 132. leidet, iſt offenbar $mx - mc = m(x-c)$. Nun iſt $x-c = \frac{M(C-c)}{M+m}$ §. 136. Folglich iſt $m(x-c) = \frac{M \cdot m(C-c)}{M+m}$, ſo groß, als die Veränderung für M. §. 138.

§. 140. Zuſ. 7. Die Veränderung, welche m in ſeiner Bewegung §. 128. leidet, iſt $m(c+x)$; weil m ſeine Bewegung mc ganz verliehrt, und dafür die Bewegung mx bekömmt, daß alſo die völlige Aenderung $mc + mx = m(c+x)$ iſt; da dann aus §. 128. $Mx + mx = MC - mc$ oder $m(c+x) = M(C-x)$, ſo groß, als die Veränderung für M §. 138.

§. 141. Zuſ. 8. Aus allen dieſen erhellet alſo, daß in §. 128 und 132. beyde Maſſen gleiche Veränderungen ihrer Bewegung leiden, daß nämlich die eine Maſſe eine Veränderung der Bewegung in der andern Maſſe wirkt, welche ſo groß iſt, als die, welche die erſte Maſſe ſelbſt leidet. Will man dieſe Verände-

rung in der einen Masse als eine Gegenwirkung der andern Masse ansehen: so ist die Wirkung der Gegenwirkung gleich, actio aequalis reactioni. Vergl. Kästner l. c. 3 Abschn. §. 125 bis 131.

§. 142. Aufg. (Fig. 94.) Zwey vollkommen elastische Körper M, m, stossen gerade gegen einander mit beliebigen Geschwindigkeiten C, c; man sucht ihre Geschwindigkeiten nach dem Stosse.

Aufl. Während des ganzen Stosses erfolgt zwar ein Streit zwischen der Wirkung des einen Körpers in den andern, und zwischen der Elasticität des andern; anstatt aber die hier nach einander folgenden Veränderungen einzeln zu betrachten, und nachher zusammen zu rechnen, kann man bequemer, welches auf eins hinaus läuft, den Stoß wie bey vollkommen harten Körpern als vollendet ansehen, und forschen, was die Elasticität an seinen Folgen ändert. Man stelle sich also beyde Kugeln in B an einander liegend so vor, wie sie nach dem Stosse bleiben würden, wenn sie nicht elastisch, sondern nur weich wären. Alsdann wären sie an B platt gedrückt; ihre Geschwindigkeit aber wäre wie bey vollkommen harten Körpern. Hienach läßt sich nun die Geschwindigkeit für beyde elastische Kugeln auf folgende Art finden:

I. Die veränderte Gestalt, die m von M erlitten hat, kam von der Wirkung der Kugel M auf m. Soll nun m seine vorige Gestalt völlig wieder erhalten: so muß die Wirkung der Elasticität, die hervorgebrachte Wirkung der Kugel M völlig aufheben, d. i. ihr entgegengesetzt und gleich seyn; folglich der Kugel M, von der Bewegung, mit der sie nach dem Stosse in ihrer anfängs

anfänglichen Richtung fortgehen will, so viel nehmen, als die Wirkung der Kugel M in m beträgt. Diese Wirkung aber ist aus §. 140. M (C − x) und giebt, von der Bewegung Mx, die M nach dem Stosse haben würde, wenn m nicht elastisch wäre, abgezogen, die Bewegung, die M nun in diesem Falle nach dem Stosse hat, nämlich $Mx - M(C-x) = 2Mx - MC = M(2x-C) = M \cdot \frac{(M-m) \cdot C - 2mc}{M+m}$ §. 128. wodurch man auch die Geschwindigkeit von M hat §. 122, wenn man den einfachen Factor M wegläßt.

II. Die veränderte Gestalt in M kam ebenfalls von der Wirkung der Kugel m in M, $= m(c+x)$ §. 140. Diese muß die Elasticität der Kugel M wieder aufheben, wenn sie ihre völlige Gestalt wieder erhalten soll. Da aber hier die Elasticität der Kugel M nach der Gegend wirkt, wohin m ohnedem nach dem Stosse gehen will: so vermehrt diese Wirkung die Bewegung mx die m nach dem Stosse hätte, wenn M ohne Elasticität wäre. Demnach ist die Bewegung, die m nun in diesem Falle nach dem Stosse hat, $mx + m.(c+x) = 2mx + mc = m(2x+c) = m \cdot \frac{(M-m)c + 2MC}{M+m}$ §. 128, welches, wenn man den einfachen Factor m wegläßt, die Geschwindigkeit für m giebt. §. 122.

§. 143. Aufg. (Fig. 94) Zwey vollkommen elastische Körper M, m, bewegen sich mit den Geschwindigkeiten C, c, nach einerley Richtung, so daß die erste mit der grössern Geschwindigkeit die zweyte einhohlt; man sucht ihre Geschwindigkeiten nach dem Stosse.

Aufl.

Aufl. Nach eben den Schlüssen wie §. 142 ist

I. Die Wirkung der Kugel M, $= m(x-c)$ §. 139, und die Bewegung der Kugel $M = Mx$. §. 132. Subtrahirt man jenes von diesem, so erhält man die Bewegung, welche die elastische M nach dem Stosse hat, $Mx - mx + mc = (M-m)x + mc$, welches, wenn man aus §. 132 anstatt x seinen Werth $\frac{MC + mc}{M+m}$ setzt, $= M. \frac{(M-m)C + 2mc}{M+m}$ ist, und wenn man mit dem einfachen Factor M dividirt, die Geschwindigkeit für M giebt.

II. Die Wirkung der Kugel $M = m(x-c)$ §. 139. und die Bewegung der Kugel m, $= mx$ §. 132. Beyder Summe giebt die Bewegung des elastischen $m, = 2mx - mc = m. \frac{(m-M)c + 2MC}{M+m}$, folglich die Geschwindigkeit $\frac{(m-M)c + 2MC}{M+m}$.

§. 144. Anm. Eben diese Formeln erhält man, wenn man in §. 142. c verneint setzt, eben so wie §. 133.

§. 145. Zus. 1. Da angenommen worden, daß M die grössere Geschwindigkeit habe, so setzt M in beyden Fällen ihre Bewegung in der Richtung fort, die sie vor dem Stosse hatte; m aber thut solches nur im zweyten Falle, und ändert im ersten Falle die Richtung, die sie vor dem Stosse hatte, in die entgegengesetzte. Kömmt daher bey obiger Berechnung die Geschwindigkeit für M verneint heraus: so bedeutet dies ein Zurückgehen nach der Gegend wo M hergekommen war,

war, und man sagt M werde reflectirt. Nun kann zwar die Geschwindigkeit von m nie verneint werden, weil in §. 142. $mc < MC$ §. 128, und in §. 143. $c < C$. §. 132; da aber im Falle des Begegnens m nach der Gegend, wo sie herkam, zurückkehrt; so sagt man auch mit Recht, m werde reflectirt. Dies Zurückkehren erfolgt zwar auch ohne Elasticität, aber nicht so schnell, als bey der Elasticität geschiehet.

§. 146. Zus. 2. Ist in §. 143. I. $M > m$, oder $C < 2c$, so wird M nie reflectirt. Soll dies auch für $C > 2c$ nicht geschehen; so muß $m(C - 2c) < MC$ seyn. Sind diese Produkte gleich: so wird in der Formel für die Geschwindigkeit von M, der Zähler $= 0$ d. i. M bleibt stehen.

§. 147. Zus. 3. Ist $M = m$, so wird in §. 178. die Geschwindigkeit für $M = -c$, und die für $m = C$, d. i: Gleiche Massen, die einander begegnen, kehren mit verwechselter Geschwindigkeit von einander zurück.

§. 148. Zus. 4. Ist daher $c = 0$, d. i. stößt eine Masse an eine ihr gleiche ruhende an; so erhält die ruhende die Geschwindigkeit der anstossenden und diese bleibt stehen.

§. 149. Zus. 5. Ist in §. 142. $C = c$, so verhalten sich die Geschwindigkeiten nach dem Stosse wie $M - 3m : 3M - m$.

§. 150. Zus. 6. Ist in §. 142. $MC = mc$, so sind die Geschwindigkeiten nach dem Stosse, wie $-C$:

$-C:c$, d. i. jeder Körper kehrt mit seiner Geschwindigkeit zurück. Er hatte nämlich ohne Elasticität seine ganze Bewegung verlohren, und bekömmt also durch die Elasticität eben dieselbe wieder, nur rückwärts.

§. 151. Zus. 7. Wenn in §. 142. erst M und dann m ruhet: so verhalten sich die Geschwindigkeiten, die im ersten Falle M, im zweyten m bekömmt, wie $-mc : MC$; folglich verkehrt wie die Massen, wenn man $c = C$ setzt, d. i. wenn jeder der bewegten Körper mit einerley Geschwindigkeit an den andern ruhenden stiesse.

§. 152. Zus. 8. Wenn man die Quadrate der Geschwindigkeiten vor oder nach dem Stosse, jedes mit der zugehörigen Masse multiplicirt; so ist die Summe dieser Produkte in beyden Fällen einerley.

Denn in §. 142. sind die Quadrate der beyden Geschwindigkeiten nach dem Stosse, $(M-m)^2 . C^2 - 4 . (M-m) m Cc + 4 m^2 c^2 : (M+m)^2$ und $(M-m)^2 . c^2 + 4 (M-m) MCc + 4 M^2 C^2 : (M+m)^2$.

Multiplicirt man nun den ersten Zähler mit M, den zweyten mit m, und addirt beyde Brüche: so erhält man $(M-m)^2 (MC^2 + mc^2) + 4 Mm (mc^2 + MC^2) . (M+m)^2 = \frac{(M+m)^2 (MC^2 + mc^2)}{(M+m)^2}$ $= MC^2 + mc^2$, so groß als die Produkte der Massen in die Quadrate ihrer Geschwindigkeiten vor dem Stosse.

§. 153.

Eben dies gilt auch für §. 143; weil dieser Fall entsteht, wenn man in §. 142. blos c verneinend setzt, dessen Quadrat also dennoch bejahend ist.

§. 153. Anm. Die Gesetze des Stosses durch Versuche zu bestätigen, hängt man zwey Kugeln an Fäden, läßt sie durch Höhen fallen, die ihnen gewisse Geschwindigkeiten geben, und beurtheilt ihre Geschwindigkeit nach dem Stosse aus den Höhen, auf die sie steigen. Vergl. §. 96.

§. 154. Aufg. (Fig. 95.) Von drey Massen A, B, C, ruhen die beyden letzten, und es schlägt die erste mit der Geschwindigkeit a an die zweyte, diese mit der dadurch erlangten Geschwindigkeit an die dritte; man sucht die Geschwindigkeit der letzten.

Aufl. Setzt man in §. 142. II. A, B, anstatt M, m, und a, o anstatt C, c; so ist der zweyten Masse Geschwindigkeit $= \frac{2Aa}{A+B}$. Setzt man nun B, c, anstatt M, m, und $\frac{2Aa}{A+B}$, o, anstatt C, c: so ist der dritten Masse Geschwindigkeit $=$

$$\frac{2B}{B+C} \cdot \frac{2Aa}{A+B} = \frac{2A \cdot 2B}{AB+AC+BC+B^2} \cdot a.$$

§. 155. Zus. Wäre B nicht da gewesen, daß die erste Masse unmittelbar an die dritte gestossen hätte: so wäre der dritten Geschwindigkeit $= \frac{2Aa}{A+C}$. Diese unmittelbare von jener mittelbaren abgezogen, läßt

läßt $2Aa \cdot \left\{ \frac{2B}{AB+AC+BC+B^2} - \frac{1}{A+C} \right\}$.

Bringt man den eingeschlossenen Factor unter einerley Benennung: so wird der Unterschied der Zähler $(A-B)(B-C)$ und ist bejaht, wenn die Grösse von B zwischen die Grössen von A und C fällt, so daß A, B, C, entweder nach einander kleiner, oder nach einander grösser werden; da dann beyde Factoren des Unterschieds im ersten Falle bejaht, im zweyten verneint sind; d. i. die dritte Masse erhält alsdann durch den mittelbaren Stoß mehr Geschwindigkeit, als durch den unmittelbaren.

§. 156. Aufg. (Fig. 96.) Den schiefen Stoß auf den geraden zurückzuführen; wenn man hiebey auch blos die Geschwindigkeit der Mittelpunkte (§. 120.) betrachtet.

Aufl. Man setze zwey Kugeln, deren Mittelpunkte A, B, stossen so an einander, daß vor dem Stosse ihre Richtungen und Geschwindigkeiten AD, BF, sind. Da im Stosse die Mittelpunkte mit dem Berührungspunkte in der geraden Linie AB liegen: so zerlege man AD in AE, in der Richtung AB, und in DE darauf senkrecht; und eben so BF in BG und FG. Man sehe also die beyden Kugeln an, als stiessen sie mit den Geschwindigkeiten $AE = C$, und $BG = c$, gegen einander, (oder wenn G mit E auf einerley Seite läge, als folgte A der B nach) und suche daraus die Geschwindigkeiten nach dem Stosse §. 142. 143. Was hieraus für A folgt, drücke man durch AH aus, und ziehe AL der DE parallel und gleich; so hat A die beyden Geschwindigkeiten AH, AL, aus denen die

mitt-

mittlere AI entspringt, d. i. AI ist die Richtung und Geschwindigkeit für A nach dem Stosse. Eben so verfährt man mit B.

§. 157. Lehrs. (Fig. 97.) Stößt ein elastischer Körper in der senkrechten Richtung DE auf die Fläche eines unbeweglichen elastischen Körpers: so springt er mit der Geschwindigkeit des Anstosses zurück.

Bew. Wäre keine Elasticität vorhanden: so hätte der Körper nach dem Stosse seine Bewegung völlig verlohren, und bliebe in E liegen. Da aber vermittelst der Elasticität die Veränderung, die er erlitten hat, wieder hergestellt wird: so erhellet wie in §. 142. daß er die vorige Bewegung, und also die vorige Geschwindigkeit rückwärts bekomme.

§. 158. Aufg. (Fig. 97.) Ein elastischer Körper stößt an eine unbewegliche elastische Hinderniß in der schiefen Richtung DH an; man sucht sein Zurückprallen, reflexio.

Aufl. Man zerlege DH in die senkrechte DE, und parallele HE: da dann letztre, weil ihr die unbewegliche Ebene, nicht im Wege ist, auf keine Art verändert wird. Demnach wird sich die Bewegung nach dem Stosse aus zwey Theilen zusammensetzen lassen, nämlich aus HG = HE, in der Verlängerung von EH, und aus der senkrechten GF = ED, daß also die zusammengesetzte Bewegung HF ist, die mit DH in der Ebene durch DE, FG, liegt, welche auf der zu-

rückwerfenden Ebene senkrecht stehet; da dann FHG = DHE, d. i. der Körper prallet in einer Ebene — die durch die Linie, nach welcher er auffällt, auf die zurückwerfende Ebene senkrecht ist, und sie in AB schneidet — unter eben dem Winkel zurück, unter dem er auffällt, und beschreibt mit eben der Geschwindigkeit HF, mit der er DH beschrieben hat.

§. 159. Zus. Wenn der Körper mit der Bewegung MC in der schiefen Richtung DH anstößt: so ist sein Stoß auf die Ebene AB nur so stark, als stieße er darauf senkrecht mit der Bewegung $\frac{DE}{DH}$. MC = sin DHE . MC, d. i. der schiefe Stoß MC, verhält sich zum senkrechten MC, wie der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus totus.

§. 160. Anm. Obiger Vortrag der Lehre vom Stoße ist gänzlich aus H Hofr. Kästners höh. Mech. 1793. 3. Abschn. §. 104 bis 176 genommen. Daselbst sind auch §. 177 bis 215 noch viel mehrere lehrreiche Untersuchungen über: Vergleichung des Stoßes mit dem Drucke, das Gesetz der Stetigkeit, das Maaß der Kräfte, die Erhaltung der lebendigen Kräfte, und den Satz der kleinsten Wirkung; aus obiger Lehre hergeleitet worden.

V.

Die Hydraulik.

I. Ausfluß des Wassers aus Gefässen und Röhren.

§. 1.

Grundſ. (Fig. 98.) Das Wasser, welches im Gefässe ABCD, die Höhe AB hat, fließt aus einer Oeffnung im Boden CB, oder aus der kleinen Seitenöffnung O desto schneller, je grösser die Höhe AB ist.

Denn wäre die Oeffnung verschlossen, so drückte das Wasser dagegen mit einer Gewalt, die sich nach der Höhe AB richtet. (Hydrost. §. 26.) Mit dieser Gewalt wird es auch ausströmen, wenn man den Ausgang öffnet.

Auch ist der Satz durch alle Erfahrungen übereinstimmig bestätigt.

Daß man aber die Seitenöffnung nur klein setzt, hat den Grund, theils, daß für sie die Höhe AB ziemlich dieselbe sey; wenn man B für den Mittelpunkt der kreisförmigen Oeffnung annimmt, theils, zugleich auch für die Oeffnung im Boden, daß während der Beobachtung die Höhe AB ziemlich einerley bleibe, indem, wenn die Oeffnung gegen den wagrechten Querschnitt des Gefässes nur sehr klein ist, das Wasser einige Zeit hindurch auslauffen kann, ehe seine Oberfläche im Gefäß merklich sinkt. Sonst könnte man auch das abgehende Wasser, doch ohne eine neue Bewegung zu erregen, immer durch einen sanften Zufluß von anderm Wasser ersetzen.

§. 2. Anm. So unzweifelt der Grundsatz §. 1. lehret, daß die Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers auf der Höhe AB des darüberstehenden Wassers beruhe, so bestimmt er doch gar nicht, nach welchem Gesetze die Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers durch die Wasserhöhe AB bewirkt werde; ob nämlich die solcher Geschwindigkeit zugehörige Höhe, der Höhe des Wassers im Gefässe gleich sey, oder sich blos wie diese Höhe verhalte, oder noch auf irgend eine andre Art mit ihr verglichen werden müsse. Man hat daher diese Bestimmung, durch die schwersten Theorien sowohl, als durch die feinsten Versuche, zu erforschen gesucht, ohne noch bis jetzt zu einer völlig befriedigenden Gewißheit, und vollkommenen Uebereinstimmung, gelangt zu seyn. Eine solche Untersuchung, die so schwer ist, und so viele Weitläuftigkeiten mit sich führt, ist also keine Sache für gegenwärtiges Lehrbuch, welches daher sich besonders darauf einschränken muß, einen deutlichen Begriff von der Art der Versuche zu geben, und auf das, was dabey hauptsächlich in Betracht kömmt, aufmerksam zu machen, damit der Lehrling in den Stand gesetzt werde, die darüber abgefaßten Schriften mit gehöriger Beurtheilung zu benutzen. Ausführlichere Nachrichten von den angestellten Versuchen, und lehrreiche Betrachtungen darüber, findet man in des H. H. Kästners Anfangsgr. der Hydrodynamik von §. 80 an, wovon der hier folgende Vortrag ein gedrängter Auszug ist.

§. 3.

§. 3. Erste Classe der Versuche. (Fig. 99.) Der Boden des mit Wasser angefüllten Gefässes ABCD, habe eine Oeffnung G, woran eine vertical aufwärts gebogene Röhre GHE befestigt, und mit einem durch G wagrechten metallnen Deckel verschlossen sey, der in E eine kleine kreisförmige Oeffnung habe: so wird aus derselben ein Wasserstrahl mit derjenigen Geschwindigkeit vertical in die Höhe steigen, mit welcher der Ausfluß in G geschiehet. Erreichte nun dieser Wasserstrahl eine Höhe EF, die der AB gleich wäre: so gehörte die Geschwindigkeit des Wassers in G oder E offenbar der Wasserhöhe AB im Gefässe zu, d. i. sie wäre so groß, als die Geschwindigkeit, die ein schwerer Körper durch den verticalen Fall AB erhält. (Mechan. §. 30.)

Eine Vorrichtung dieser oder ähnlicher Art, heißt ein Springbrunnen, fons saliens.

§. 4. Anm. 1. Die umgebogene Röhre GHE, so groß sie auch seyn möge, kömmt hiebey, und in ähnlichen Fällen, gar nicht in Betracht. Denn obgleich die Kraft, welche die §. 3 gedachte Geschwindigkeit dem Wasser bey G ertheilt, auch noch die Masse GHE in Bewegung setzen muß, also bey E nicht mehr so groß als bey G seyn kann, wofern die Masse GHE nicht sehr gering ist; auch offenbar mehrere Zeit erfodert wird, die Geschwindigkeit in G der größern Masse GHE mitzutheilen: so hat doch dies alles auf Betrachtung des aus E strömenden Wassers keinen Einfluß; weil man dabey gar nicht auf die Zeit siehet, sondern annimmt, daß solche Geschwindigkeit schon entstanden sey, und nun ferner, ohne weitere Verwendung der Kraft, beybehalten werde.

§. 5. Anm. 2. Alle Erfahrungen bey diesem Versuche geben $EF < AB$. Man könnte aber dennoch wohl $EF = AB$ setzen, und von der Abweichung bey der Erfahrung folgende Ursachen angeben:

1. daß die innere Fläche der Röhre, und besonders die Oeffnung nicht vollkommen glatt ist.

2. daß die Wassertheilchen einen obwohl geringen Zusammenhang mit einander haben, auf dessen Trennung eine Kraft verwendet werden muß.

3. daß die vorangehenden Theile des Strahls, die an Geschwindigkeit immer mehr verliehren, von den nachfolgenden eingehohlt, und auseinander getrieben werden, wodurch sich ihre Bewegung vermindert.

4. daß das Wasser zu oberst im Strahle, welches nach völlig verlohrner Geschwindigkeit vertical wieder herabfallen will, von dem nachfolgenden getragen, oder auf die Seite getrieben werden muß: daher auch das Wasser gleich etwas höher steigt, wenn die Röhre ein wenig schief stehet.

5. daß die Luft desto grössern Widerstand leistet, je grösser die Geschwindigkeit des Strahls ist.

6. daß bey beträchtlicher Wasserhöhe der Druck der Luft gegen die Oeffnung grösser, als gegen den Wasserspiegel ist.

§. 6. Anm. 3. Da so viele Umstände §. 5. hier in Betracht kommen: so ist es bey Berechnung der Springbrunnen §. 3. wohl am sichersten, die Höhe des Strahls aus wirklichen Erfahrungen zu beurtheilen, dergleichen Mariotte angestellt, und daraus folgende Regel hergeleitet hat: „Wenn aus gleichen Oeffnungen zwey Wasserstrahlen auf die Höhen H, h, steigen, die Wasserhöhen aber A, a, „sind, daß alsdann $H^2 : h^2 = A - H : a - h$ sey."

Da ihm nun viele Erfahrungen gezeigt, daß eine Wasserhöhe $A = 60$ Zoll, einen Strahl $H = 59$ Zoll, gebe, wofür er ohne merklichen Fehler $A = 61''$ $H = 60''$ setzen zu können glaubt: so läßt sich danach, mittelst obiger Regel, für jedes h das erforderliche a berechnen, und sehen, ob solches mit der Erfahrung übereinstimme. Z. E. wäre $h = 22\frac{5'}{6} = \frac{137'}{6}$, also $= 5^2 : \left(\frac{137}{6}\right)^2 = 1'' : (a - h)''$ so hat man

$$\log \frac{137}{6} = 1,3585693$$
$$\log 5 = 0,6989700$$
$$0,6595993$$

verdoppelt $1,3191986 = \log (a - h)$ folglich

$a - h$

$$\begin{aligned} a - h &= 20,85'' = 1' 8,85'' \\ h &= 22\tfrac{5}{6}' = 22' 10'' \\ \hline a &= 24' 6,85'' \end{aligned}$$

Aus dem Versuche fand Mariotte $a = 24' 5''$.

Will man h aus a finden, so giebt obige Regel, wenn man darin $A - H = D$ setzt, $h^2 D = H^2 a - H^2 h$, woraus man nach Algebr. §. 43. findet $h = \frac{H.[\sqrt{}(H^2 - 4aD) - H].}{2D}$

Z. E. für $A = 61''$, $H = 60''$, $D = 1''$ wäre $h = \frac{60[\sqrt{}(3600 + 4a) - 60]}{2} = 30[2\sqrt{}(900 + a) - 60]$.

Setzte man also $a = 30' = 360''$, so wäre $h = 30(2\sqrt{}1260 - 60)$. Nun ist $\sqrt{}1260 = 35,496$. Folglich ist $h = 329,76'' = 25' 5''$.

§. 7. Zweyte Classe der Versuche. (Fig. 98.) Beobachtet man für verschiedne Wasserhöhen im Gefässe ABCD, die Wassermenge, die in einer gewissen Zeit ausfließt: so muß diese desto grösser seyn, je grösser die Geschwindigkeit, also auch je grösser die Wasserhöhe §. 1. ist. Setzt man nun die solcher Geschwindigkeit zugehörige Höhe der Wasserhöhe im Gefässe gleich, oder doch proportionirt §. 5, und findet in einerley Zeit für die Höhen k, h, die Wassermengen P, Q: so ist $\sqrt{}k : \sqrt{}h = P : Q$, folglich $Q = \frac{P}{\sqrt{}k} \cdot \sqrt{}h$, oder $\log Q = \log \frac{P}{\sqrt{}k} + \frac{1}{2} \log h$, wobey aus einer angestellten Beobachtung $\log \frac{P}{\sqrt{}k}$ beständig ist, und nur h sich ändert.

Z. E. Mariotte fand, daß eine Oeffnung von 3 Pariser Linien im Durchmesser, über welcher das Wasser 13 Fuß hoch stand, in einer Minute 14 Pinten Wasser gab (deren 35 einen Cubikfuß ausmachen) daß also $\log 14 - \frac{1}{2} \log 13 = 0,5891564$ der beständige Logarithmus ist, der zu $\frac{1}{2} \log h$ addirt den $\log Q$ giebt.

§. 8. Aufg. Aus einer kreisrunden Oeffnung, deren Durchmesser d, und über welcher die beständige Wasserhöhe a ist, läufft die Wassermenge q in der Zeit t, und für eine zweyte Oeffnung bedeuten D, A, Q, T, das Aehnliche; man sucht die Verhältniß $q : Q$.

Auflö. Für eine dritte Oeffnung setze man d, A, O, T, in eben der Bedeutung, so ist für die erste Oeffnung in der Zeit T die Wassermenge $= \frac{q \cdot T}{t}$, folglich

$$\frac{q \cdot T}{t} : O = \sqrt{a} : \sqrt{A} \text{ §. 7; aber}$$

$$O : Q = d^2 : D^2$$

$$\frac{q \cdot T}{t} : Q = d^2 \cdot \sqrt{a} : D^2 \cdot \sqrt{A}, \text{ oder}$$

$$q : Q = t \cdot d^2 \cdot \sqrt{a} : TD^2 \cdot \sqrt{A}.$$

Anm. Wären die Oeffnungen nicht Kreise, so setzt man ihre Flächen anstatt d^2, D^2.

§. 9. Zus. Für $q = Q$ ist $t \cdot d^2 \cdot \sqrt{a} = T \cdot D^2 \cdot \sqrt{A}$ z. E. Bey einem der Mariottischen Versuche hatte eine Oeffnung 3, die andre 6 Linien im Durch-

Durchmeſſer, daß alſo d : D = 1 : 2 war. Die erſte gab, bey a = 5½ Fuß, in 93 Secunden 14 Pinten; die andere aber, bey A = 12½ Fuß, in 15¼ Secunden, eben ſo viel Waſſer; da dann nach Obigem 93 . $\sqrt{5,5}$ = 15,5 . 4 $\sqrt{\frac{37}{3}}$, d. i. $\frac{93}{62} = \sqrt{\frac{37}{16,5}}$ ſeyn ſoll. Auch iſt der erſte Bruch = $\frac{3}{2}$ = 1,5 und der zweyte = 1,4974 welche nur um 0,0026 verſchieden ſind.

§. 10. Aufg. Aus der beobachteten Waſſermenge, die aus einer gegebenen Oeffnung in einer beſtimmten Zeit ausfließt, die Geſchwindigkeit des Waſſers zu finden.

Aufl. Die beobachtete Waſſermenge in Cubikmaaß, ſehe man als einen Cylinder an, deſſen Baſis die Oeffnung iſt, und berechne daraus ſeine Länge. (Geom. §. 602.) Denn da das Waſſer in der Zeit ſeines Ausfluſſes einen ſolchen Cylinder hätte füllen können: ſo iſt deſſen Länge der Weg, den es in ſolcher Zeit zurückgelegt hat, und giebt alſo ſeine Geſchwindigkeit.

Iſt alſo allgemein die Fläche der Oeffnung = b; die Waſſermenge, die in einer gegebenen Zeit ausfließt = q; die Länge des Waſſerkörpers = k: ſo iſt $k = \frac{q}{b}$.

Iſt die Oeffnung ein Kreis, deſſen Durchmeſſer = e, ſo iſt $k = \frac{q}{\frac{1}{4}\pi . e^2} = \frac{q}{4e^2} . 0,318309886 \ldots$ (Geom. §. 347.) Oder da log π = 0,4971499, al-

so $\log \frac{1}{4}\pi = -1049100$, so ist $\log k = \log q + 0,1049100 - 2\log e$.

Exempel. Nach Polenī's Versuchen (Kästner l. c. §. 146.) gab eine Röhre 7 Linien lang und 3 Linien im Durchmesser, bey der beständigen Wasserhöhe von 13 Pariser Fuß, in einer Minute 905 Cubikzoll Wasser; wonach also $e = 3'''$, und $q = 905.1728'''$. Die Länge k betrage $m' = 144\,m'''$, so ist $144\,m = \frac{905.1728}{\frac{1}{4}\pi.9}$, oder $m = \frac{905.12}{\frac{1}{4}\pi.9}$. Demnach ist

$\log 905 = 2,9566486$
$\log 12 = 1,0791812$
$\log \frac{1}{4}\pi = 0,1049100$
$4,1407398$

$\log 9 = 0,9542425$
$\log m' = 3,1864973$

wozu die Zahl 1536, 3 gehört. Hienach ist also die Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers so groß, daß es in einer Minute 1536, 3 Pariser Fuß folglich in einer Secunde 25, 605 Fuß durchlauffen könnte.

§. 11. Zus. 1. Bedeutet g die Tiefe des verticalen Falles in einer Secunde, und k den Weg, den ein Körper in einer Secunde mit einer Geschwindigkeit, welcher die Höhe h zugehört, zurücklegt: so hat man (Mechan. §. 25.) $2g : k = r\,g : r\,h$, folglich $h = \frac{k}{4g}$, und $k = 2\,r\,gh$. Z. E. Es sey $g = 15,095$. (Mech. §. 17.) und

1) $k = 25,605$ §. 10, so ist

$\log k = 2,8166496$	folglich $h = 10,858$ welches etwas über 2 Fuß kleiner ist, als die Wasserhöhe 13 Fuß in §. 10.
$\log 4g = 1,7808931$	
$\log h = 1,0357565$	

2) $h = 13$. §. 10, so ist

$\log g = 1,1788331$	folglich $k = 28,016$, welches etwas über 2 Fuß mehr ist, als die Geschwindigkeit 25,605 in §. 10.
$\log h = 1,1139434$	
$2,2927765$	
$\frac{1}{2}\log h = 1,1463883$	
$\log 2 = 0,3010300$	
$\log k = 1,4474183$	

§. 12. Anm. Brächte man, wie Belidor gethan hat, anstatt des wahren Werths von g, die runde Zahl 15 in Rechnung: so würde sich der daher entstehende Fehler bey grossen Wasserhöhen vervielfältigen; bey kleinen aber, die 15 Fuß nicht übersteigen, dergleichen bey gegenwärtigen Untersuchungen vorkommen, vermindern. Die Tafel, welche Belidor berechnet hat, ist daher nicht unnütz, nur würde sie bequemer seyn, wenn er sie nicht nach Zollen und Linien, sondern blos nach Decimaltheilen des Fusses eingerichtet hätte.

§. 13. Zus. 2. Hat man durch eine Erfahrung die Geschwindigkeit K bey der Wasserhöhe A gefunden, und sucht die Geschwindigkeit k bey der Wasserhöhe a: so ist $\sqrt{A} : \sqrt{a} = K : k$, folglich $k = K \cdot \sqrt{\frac{a}{A}}$, oder $\log k = \log K - \frac{1}{2}\log A + \frac{1}{2}\log a$, wo nur a sich ändert.

Z. E. Gulielmini fand $K = 85,5504''$ für $A = 46,875''$. Nun sey $a = 30' = 360''$, so ist

log

$$\log K - \tfrac{1}{2}\log A = 1{,}0967494$$
$$\tfrac{1}{2}\log a = 1{,}2781512$$
$$\log k = 2{,}3749006$$

welches $k = 237{,}08''$ giebt. So groß ist der Weg, den das Wasser mit seiner Geschwindigkeit, bey der Wasserhöhe von 30 Fuß, in einer Secunde zurücklegt.

§. 14. Zus. 3. Ist b die Fläche der Oeffnung, und a die Wasserhöhe: so fließt daraus das Wasser mit einer Geschwindigkeit, mit der es in einer Secunde den Weg $2\sqrt{ga}$ zurücklegen würde §. 11. Die Wassermenge, die in einer Secunde aus dieser Oeffnung fließt, ist also $= b \cdot 2\sqrt{ga}$, folglich in t Secunden $= b \cdot t \cdot 2\sqrt{ga}$.

§. 15. Zus. 4. Setzt man die der Geschwindigkeit des Wassers zugehörige Höhe der Wasserhöhe nicht gleich, sondern blos proportionirt: so nehme man an, die Geschwindigkeiten für die Wasserhöhen A, a, gehören den Fallhöhen H, h, daß also mit diesen Geschwindigkeiten die Wege $2\sqrt{gH}$, $2\sqrt{gh}$ beschrieben werden; da dann $\sqrt{H} : \sqrt{h} = \sqrt{A} : \sqrt{a}$, oder $H : h = A : a$, folglich $h = \frac{H}{A} \cdot a$; wo $\frac{H}{A} = m$ aus einem Versuche §. 13. gegeben seyn muß. Mit diesem Bruche m muß man in §. 14. die Wasserhöhe a, die dort für die der Geschwindigkeit zugehörige Höhe selbst angenommen worden, multiplicirt, um die Wassermenge, nach der gegenwärtigen Voraussetzung und dem angenommenen Versuche, zu finden.

§. 16. Dritte Classe der Versuche. Das Wasser, welches aus der Oeffnung eines Gefässes durch

den

den Druck des darüber stehenden Wassers mit einer gewissen Geschwindigkeit ausgestossen wird, und während seines Ausflusses der Einwirkung der Schwere unterworfen bleibt, ist unter den Umständen, und den Gesetzen, eines geworfnen Körpers. Wendet man daher die in der Mechanik erwiesenen Formeln, welche die Geschwindigkeit des geworfnen Körpers enthalten, auf das ausströmende Wasser an: so lassen sich daraus Formeln für seine Geschwindigkeit durch Grössen, welche die Erfahrung giebt, herleiten, wie die nächstfolgende Aufgabe lehrt.

§. 17. Aufg. (Fig. 100.) Die Bewegung des ausströmenden Wassers mit den Gesezzen geworfner Körper zu vergleichen.

Aufl. I. Das Wasser spritze aus einer Seitenöffnung in einer Richtung, die mit dem Horizont den Winkel γ macht, und mit einer Geschwindigkeit, welche der Höhe c zugehört: so ist $y = x \cdot \tang \gamma - \frac{x^2}{4c \cdot \cos \gamma^2}$ (Mech. §. 74.); die halbe Weite des Wurfs $= c \cdot \sin 2\gamma$ (Mech. §. 75.); die gröste Höhe des Wurfs $= c \cdot \sin \gamma^2$ (Mech. §. 77.); woraus man, wenn c als bekannt angenommen wird, die Parabeln verzeichnen kann, nach denen das Wasser ausspritzen muß. Der Widerstand der Luft, das Reiben und andre Umstände, werden hier beyseit gesetzt.

II. Auch läßt sich c auf folgende Art leicht finden: Für $\gamma = 0$ ist $y = \frac{-x^2}{4c}$ (vergl. Mech. §. 85.) Setzt man also aus der Oeffnung N des Gefässes AD, spritze

spritze Wasser in der Parabel NB, daß AB wagrecht, und A lothrecht unter N sey: so ist $NA = -y$, $AB = x$, folglich $NA = \frac{AB^2}{4c}$, also $c = \frac{AB^2}{4NA}$, wo man AB und NA messen kann.

§. 18. Anm. Grave sande hat hieraus c beynahe $= NA$, also der Wasserhöhe gleich; Kraft aber geringer gefunden, weil bey seinem Versuche mehr Reiben, und ein grösserer Widerstand der Luft statt fand.

Besonders lehrt die Erfahrung bey diesem Versuche, daß die ersten Tropfen eben den krummen Weg nehmen, auf welchem die andern nachfolgen, daß also das Wasser immer mit einerley Geschwindigkeit ausströmt; und wenn es ja zu Anfange B noch nicht völlig erreichen sollte, auch dies nur eine unmerkliche Zeit daure.

§. 19. Zus. 1. Die beständige Wasserhöhe sey AH, und deren Mitte C. Man mache zwey Oeffnungen N, O, zu beyden Seiten von C in gleicher Weite, daß $CO = CN = d$. Spritzt das Wasser aus N bis B, so spritzt es aus O eben dahin. Folglich verhalten sich nach §. 17. II. die den Geschwindigkeiten des Wassers in N und O zugehörigen Höhen, wie $\frac{AB^2}{4NA}$: $\frac{AB^2}{4OA} = \frac{1}{NA} : \frac{1}{OA} = OA : NA = \frac{1}{2}AH + d : \frac{1}{2}AH - d = HN : HO$, d. i. wie die Wasserhöhen über N, O.

§. 20. Zus. 2. Man setze die den Geschwindigkeiten des aus C und N strömenden Wassers zugehörige Höhen h, c: so ist $c : h = HN : HC$ §. 16 $= HN : AC$ (weil $HC = AC$) Heißt nun f die Weite, in welcher das Wasser aus C strömt: so ist $h = \frac{f^2}{4CA}$ §. 17. II.

Folglich

Folglich ist $c : \frac{f^2}{4CA} = HN : AC$, folglich $f^2 = \frac{4c.AC^2}{HN}$,

oder (weil $c = \frac{AB^2}{4NA}$ §. 17. II.) $f^2 = \frac{AC^2}{HN . NA} . AB^2$.

Da nun stets $AC^2 > HN . NA$ vergl. Geom. §. 265: so ist stets $f > AB$ (auch wenn N über C ist) d. i. das Wasser aus der Mitte C strömt weiter, als aus jeder Stelle darunter oder darüber; daß also die Parabel aus C, sich mit der aus jeder andern Stelle durchkreuzt; folglich, wenn man eine Oeffnung ON annimmt, die Parabeln des ausströmenden Wassers sich auf mancherley Art durchkreuzen würden, wie jeder auch beym wirklichen Ausflusse des Wassers aus einer etwas beträchtlichen Oeffnung wahrnehmen kann.

§. 21. **Erfahrung.** Das Wasser strömt aus der kleinen Oeffnung im Boden oder in der Seite eines Gefässes, sie mag unmittelbar am Gefässe, oder am Ende einer damit verbundenen Röhre, befindlich seyn, mit derjenigen Geschwindigkeit aus, die ein Körper durch den Fall von der Wasserhöhe erhält. Wenigstens sind doch die solchen Geschwindigkeiten zugehörigen Höhen im Verhältniß der Wasserhöhen.

§. 22. Anm. 1. Die im Obigen angeführten Versuche, die sämmtlich dem Satze günstig sind; geben zwar die Geschwindigkeit etwas kleiner an; es ist aber begreiflich, daß dieser Unterschied vom Reiben, von dem Widerstande der Luft, und andern Umständen herrühre, die, wenn der Satz auf die Praxis angewendet werden soll, freylich dabey in Betracht gezogen werden müssen.

§. 23. Anm. 2. Unter diesen Umständen ist besonders die Veränderung zu bemerken, die das Wasser beym Ausflusse leidet. Diese läßt sich an fremdartigen Körpern im Wasser; als Feilstaub, zerstossenem

ſtoſſenem Schiefer, Siegellack und dergl. augenſcheinlich machen. Denn anfangs ſinken ſie lothrecht, aber etwa 4 Zoll über dem Boden, werden ſie gelenkt, und drängen ſich von allen Seiten in mancherley ſchiefen Richtungen nach der Oeffnung hin. In dieſen verſchiedenen Richtungen müſſen die Waſſertheilchen auf allerley Art gegen einander ſtoſſen, daß theils das Waſſer zuſammengezogen und enger als beym Ausfluſſe wird, theils durch dieſe Wirkung der Theilchen in einander die Bewegung des Waſſers noch nach dem Ausfluſſe beſchleunigt wird. Man hat daher auch für die Rechnung §. 10. vorgeſchlagen, den Querſchnitt des zuſammengezogenen Waſſerſtrahls als für die Grundfläche des daſelbſt berechneten Cylinders anzunehmen; wiewohl hier eine richtige Ausmeſſung ſchwer iſt, und ein kleiner Fehler im Durchmeſſer einen beträchtlichen in der Fläche giebt. Die Verhältniß dieſer Flächen ſetzt Newton wie $50^2 : 42^2$, Poleni wie $52^2 : 41^2$; Bernoulli wie $\sqrt{2} : 1$, d. i. wie 1,41 : 1.

§. 24. Anm. 3. Nicht weniger kömmt der Weg in Betrachtung, den das Waſſer zu der Oeffnung, aus der es fließt, nehmen muß. Denn Poleni brachte an das Loch des Gefäſſes unterſchiedne Kegelſtücke, Röhren und Platten an, deren vordere Mündungen alle gleich groſſe Oeffnungen und einerley Waſſerhöhe hatten. Ob er ſich nun gleich nach Art §. 17. II. verſicherte, daß das Waſſer bey allen dieſen Verſuchen immer mit derſelben Geſchwindigkeit ausſtrömte, ſo fand er doch 1.) daß die Waſſermengen in einer Minute alle ſehr verſchieden waren; durch Kegelſtücke gröſſer; durch Röhren geringer; durch ein bloſſes Loch am geringſten. 2.) daß bey angeſetzten Kegelſtücken nicht viel auf die Gröſſe der Mündung ankomme, wo es hineintritt, daß nur bey ſehr kurzen Kegelſtücken mehr Waſſer auslief, und daß bey Cylindriſchen Röhren, die 18, 29, 57, 108 Linien lang waren, durch die drey erſten deſto mehr Waſſer lief, je länger ſie waren, durch die letztere aber wieder weniger. 3.) daß die Zuſammenziehung des Waſſerſtrahls §. 21. bey Röhren ſo gering war, daß ſich nichts gewiſſes beſtimmen ließ; daß aber bey einer dünnen eiſernen Platte mit einem Loche von 9 Linien im Durchmeſſer, 2 Zoll weit vom Loche, der horizontale Durchmeſſer des zuſammengezogenen Waſſerſtrahls $7\frac{2}{3}$, der verticale nur $7\frac{1}{3}$ Linien hielt. Er maß aber in dieſem und andern Fällen nur immer den horizontalen Durchmeſſer.

Daß aber hienach bey gleicher Waſſerhöhe, mit gleicher Geſchwindigkeit, aus gleichen Oeffnungen bald mehr bald weniger Waſſer gegangen iſt, konnte wohl auf keine andre Art möglich ſeyn, als daß die einzelnen Fäden bald dichter bald lockerer an einander lagen, ſo daß eine geringere Menge ausgebreitetes Waſſer die Oeffnung auszufüllen ſchien, durch welche in einem andern Falle, in gleicher Zeit und mit gleicher Geſchwindigkeit, eine gröſſere Menge dichteres Waſſer floß.

Da aber bey allen diesen Versuchen dennoch die Wassermengen durch blosse Löcher, oder durch einerley Röhre immer beynahe in der Verhältniß der Quadratwurzeln aus den Höhen waren: so wird selbst durch obige Verschiedenheit dieses Gesetz desto mehr bestätigt, nur muß man immer nur solche Versuche mit einander vergleichen, wo das Wasser völlig auf einerley Art ausfließt.

§. 25. Anm. 4. Daß man bey obigen Versuchen nicht die Mündung der Röhre, sondern die Oeffnung ihres Deckels wie Fig. 99. gebraucht, hat blos den Grund, daß nicht zu viel Wasser auf einmal zugelassen werde. Daher gilt das gefundene Gesetz auch noch, wenn das Wasser aus der Röhre selbst, oder aus der Oeffnung des Gefässes, unmittelbar flösse; nur darf man dies nicht auf Oeffnungen ausdehnen, die gegen die Weite des Gefässes groß sind, oder auf Oeffnungen in der Seite des Gefässes, deren Länge gegen die Wasserhöhe groß ist. Vergl. §. 1. Auch sind alle obige Untersuchungen blos darauf eingeschränkt worden, daß während des Ausflusses das Gefäß immer voll, oder die Wasserhöhe immer dieselbe bleibe.

2. Lauff des Wassers in Canälen und Flüssen.

§. 26. Erkl. Der natürliche Canal, worin ein Fluß auf der Erde fortläuft, heißt sein Bette, dessen Grundfläche aber das Grundbette, jede Seitenfläche das Ufer, und die Oberfläche der Wasserspiegel. Der natürliche Queerschnitt (das natürliche Breitenprofil) des Flusses ist ein auf das Grundbette senkrechter Schnitt, der mit beyden (parallelen) Ufern rechte Winkel macht.

§. 27. Erkl. (Fig. 101.) Nimmt man an, daß das Grundbette ABGF eine Ebene, und beyde Ufer AE, FR, senkrechte Ebenen auf das Grundbette, und zugleich vertical sind: so wird eine Ebene, senkrecht auf des Flusses Richtung EN, welcher die im

Grundbette gezogene Linie BM parallel ist, das Grundbette, die Ufer, und den Wasserspiegel ES, in vier geraden auf einander senkrechten Linien schneiden, und der Schnitt BGRE ein Rectangel seyn. Dies heißt der künstliche Queerschnitt (das künstliche Breitenprofil) und wird im Folgenden immer gemeynet, wenn der natürliche nicht ausdrücklich genannt wird. Des Rectangels eine Seite BE, vom Grundbette bis zum Wasserspiegel, heißt des Schnitts Höhe, die andre BG senkrecht auf jene von einem Ufer zum andern, ist seine Breite.

§. 28. Erkl. An einer andern beliebigen Stelle des Flusses sey der Queerschnitt AFSY. Bleibt nun der Wasserspiegel SE zwischen beyden Stellen ungeändert, daß er weder steigt, noch fällt, also der Fluß weder anschwillt noch abnimmt: so sagt man, der Fluß sey zwischen diesen Stellen im Beharrungszustande.

§. 29. Zus. 1. Ist der Fluß zwischen ein Paar Stellen im Beharrungszustande; so fließt durch den Queerschnitt bey der einen Stelle so viel Wasser, als durch den bey der andern.

Denn führte der eine Queerschnitt AS mehr Wasser herbey, als durch den andern BR abfließt: so müßte der Fluß zwischen beyden Stellen anschwellen. Führte jener weniger Wasser zu, als dieser verbraucht: so müßte der Fluß abnehmen.

§. 30. Zus. 2. Das Wasser in einem gegebenen Queerschnitte BR, was sich in einerley mit dem Boden parallel lauffenden Linie Qq befindet, hat zwar offenbar daselbst einerley Geschwindigkeit; diese aber kann

nicht

nicht in allen solchen Linien gleich seyn, sondern ist natürlich desto grösser, je näher solche Linie dem Boden kömmt. Zur Bestimmung dieser verschiednen Geschwindigkeit dient folgende Aufgabe.

§. 31. Aufg. (Fig 101.) Die Geschwindigkeit des Wassers in jeder Stelle eines Queerschnittes zu bestimmen.

Aufl. 1. Von A gehe das Grundbette nach der Linie ABM, die mit des Wassers Richtung EN parallel ist, hinunter; und es sey für die Stelle B der Queerschnitt BR, in welchem, für jeden Punkt seiner Höhe BE, die Geschwindigkeit des Wassers zu bestimmen ist.

2. Vor A sey ein Wasserbehälter KT, über dessen wagrechten Boden KF das Wasser durch Zufluß in der beständigen Höhe AV stehe, und es werde sein Wasserspiegel LT von der rückwärts verlängerten BA in L geschnitten (wenn man sich KV mit AE in einerley verticalen Ebene gedenkt.) Wäre bey A eine feste Wand AT, so würde des Wassers Oberfläche bis an die Horizontallinie LI reichen; da aber ohne solche Wand das Wasser von A nach B einen Ablauff findet, so wird sich seine Oberfläche nach LY senken, und so in den Canal durch den Queerschnitt AS, dessen Höhe AY ist, lauffen. Dieser heisse des Canals erster Queerschnitt.

3. Verlängert man KA nach D, und denkt sich eine Horizontalebene durch AD: so ist diese, so wie die Ebene des Flußbettes, und daher auch beyder Durchschnitt durch A, auf der Verticalebene AE senkrecht (Geom. §. 415.) und es machen folglich AD, AB, mit

gedachtem Durchſchnitte rechte Winkel (Geom. §. 389.) Folglich iſt BAD des Flußbettes Neigung gegen den Horizont. (Geom. §. 379.) Dieſe heiſſe β.

4. AY ſchneide verlängert die Horizontallinie LI in I, ſo iſt AIL = DAI = BAI − BAD = 90° − β.

Ziehet man alſo in der Ebene BAD durch B, E, die Verticallinien BC, ED, welche die Horizontallinie in C, D, treffen: ſo iſt BC = AB . ſin β, die Tieffe des Punktes B unter A, oder das Gefälle von A bis B.

Ziehet man ferner, durch einen beliebigen Punkt Q in BE die Horizontallinie QH, ſo giebt eben ſo CH die Tieffe des Punktes Q unter A, und es iſt HQB = 90° − HBQ = HBA = 90° − β, alſo BH = HQ . cos β. Folglich iſt CH = AB . ſin β − BQ . cos β.

5. Nun ſtelle man ſich den erſten Queerſchnitt als eine Oeffnung vor, durch welche das Waſſer aus dem Behälter, wie aus einem Gefäſſe in den geneigten Canal hinabfließt; da dann die Geſchwindigkeit in jeder Stelle P dieſer Oeffnung ſeiner Höhe über dieſer Stelle zugehört, oder doch einer Höhe, die man findet, wenn man die Waſſerhöhe mit einem Bruche m §. 15. multiplicirt. Nun iſt die Waſſerhöhe über P der Perpendikel von P auf LI, alſo = IP . cos β. Folglich gehört der Geſchwindigkeit in P, die Höhe m . IP . cos β; und eben ſo in A, die Höhe m . IA . cos β.

6. Kömmt das Waſſer, welches im erſten Queerſchnitte in A war, nach B, ſo hat es daſelbſt blos durch den Fall die der Höhe BC gehörige Geſchwindigkeit

keit erhalten. Nun behält es auch die Geschwindigkeit, die es in A bereits hatte. Folglich gehört seiner Geschwindigkeit in B eine Höhe = m . IA . cos β + AB . sin β.

7. Das Wasser, das im ersten Queerschnitte in P war, komme nach Q: so findet man die Höhe des Falls von P bis Q, wenn man zu der Höhe des Punktes P über AC (= AP . cos β) die gefundne Tiefe CH (= AB . sin β − BQ . cos β) addirt. Zu dieser Höhe, kömmt noch die der Geschwindigkeit in P gehörige Höhe (= m . PI . cos β) Demnach ist die der Geschwindigkeit des Wassers in Q zugehörige Höhe = (AP + m . PI) cos β + AB . sin β − BQ . cos β; oder, wenn man AI − PI anstatt AP setzt, = AI . cos β + AB . sin β − [(1 − m) PI + BQ] cos β. Wenn aber die Geschwindigkeit in P der Wasserhöhe selbst gehörte, also m = 1 wäre, so wäre obige Höhe = AI . cos β + AB . sin β − BQ . cos β, folglich die Geschwindigkeit in Q allemahl geringer, als die in B. Auch ist hienach die der Geschwindigkeit in E zugehörige Höhe = AI . cos β + AB sin β − BE cos β.

8. Giebt der wagrechte Boden KAF verlängert selbst das Bette AG des Canals: so wird sich nach hydrostatischen Gründen das Wasser in diesem horizontalen Canale so hoch setzen, als man es im Wasserbehälter erhält, z. E. bis an die Horizontallinie AI, daß also hier BQ = AP, BE = AI, und β = o wird; also der Geschwindigkeit in Q die Höhe m . IP = m (IA − AP) zugehört, folglich der Geschwindigkeit in E die Höhe = o, in so fern nämlich die Geschwindigkeit des Wassers sich nach der Wasserhöhe richtet.

§. 32. Anm. Setzt man §. 31. $AI \cdot \cos\beta + AB \sin\beta = u$, und $u - BE \cdot \cos\beta = v$, ſo verhält ſich nach Rechnungen der höhern Analyſis die Waſſermenge, die in einer gegebenen Zeit durch die Höhe BE fließt, wie $\frac{2}{3}\sqrt{m} \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}} - v^{\frac{3}{2}}}{\cos\beta}$. Käſtner l. c. §. 248. 259. Wird dies, wie §. 14. mit $2\sqrt{g}$ multiplicirt, ſo erhält man die wirkliche Waſſermenge in einer Secunde durch BE, und noch mit der Breite BG multiplicirt, durch den ganzen Queerſchnitt BR.

§. 33. Erkl. (Fig. 101.) Nimmt man in dem Rectangel irgend eine Stelle Qq: ſo läufft das Waſſer über ihr langſamer, unter ihr ſchneller aus §. 30. Setzt man, die Geſchwindigkeit in Qq ſey ſo groß, daß die Waſſermenge, die in einer gewiſſen Zeit mit ungleichen Geſchwindigkeiten aus der Oeffnung BR ausläufft, in eben der Zeit auslauffen würde, wenn das Waſſer durch die ganze Oeffnung dieſe Geſchwindigkeit in Qq hätte: ſo heißt ſolche die mittlere Geſchwindigkeit, und die Stelle Q, wo ſie ſich befindet, der Mittelpunkt der Geſchwindigkeit.

§. 34. Zuſ. 1. Der mittlern Geſchwindigkeit gehöre die Höhe f: ſo iſt, wenn man $BE = c$ ſetzt, $c\sqrt{mf} = \frac{2}{3}\sqrt{m} \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}} - v^{\frac{3}{2}}}{\cos\beta}$ §. 32. 33. oder $mf = \frac{4}{9}m \cdot \frac{\left(u^{\frac{3}{2}} - v^{\frac{3}{2}}\right)^2}{c^2 \cdot \cos\beta^2}$.

§. 35. Zuſ. 2. Bedeuten c, b, Höhe und Breite des Queerſchnitts BR, und f die der mittlern Geſchwindigkeit zugehörige Höhe: ſo iſt in der Zeit t die Waſſer-

Wassermenge durch die Höhe $c = 2ct \cdot \sqrt{mfg}$, und durch den ganzen Queerschnitt $= 2bct \cdot \sqrt{mfg} = q$.

§. 36. Zus. 3. Bedeuten die grossen Buchstaben ähnliche Dinge für einen andern Queerschnitt AS eben des Flusses, also $Q = 2BCT \cdot \sqrt{mFg}$: so kann man daraus eine Menge Sätze leicht herleiten.

Z. E. Ist nach §. 29. $Q = q$, so ist $bct \cdot \sqrt{f} = BCF \cdot \sqrt{F}$. Dies findet also auch für $f = F$ statt, wenn $bc : BC = T : t$ ist. Wäre alsdann noch $T = t$, so wäre $bc = BC$, also $b : B = C : c$.

§. 37. Lehrs. (Fig. 101.) Die Geschwindigkeit des Wassers im Queerschnitte durch BE, vor dem das Wasser im Canale über seinen Boden in der verticalen Linie BO stehet, wird durch den Druck dieser Wasserhöhe nicht vergrössert.

Bew. Der Druck dieser Wassersäule, wenn man BE als eine Oeffnung betrachtet, könnte dem ausfliessenden Wasser aufs höchste nur eine der Höhe BO zugehörige Geschwindigkeit geben. Nun wird BO oder HO geringer angenommen, als die Höhe, von welcher das Wasser in B oder Q gefallen ist. Folglich hat das Wasser im Queerschnitte schon eine grössere Geschwindigkeit, als ihm der Druck obgedachter Wassersäule geben könnte, und kann also durch diesen Druck so wenig vermehrt werden, so wenig die Geschwindigkeit einer schneller vorlauffenden Kugel durch eine langsamer folgende verändert wird.

§. 38. Zus. 1. Würde der Queerschnitt BR zum Theil von oben herein verschlossen z. E. der Theil Eq

durch ein Schutzbret: so könnte mit der bisherigen Geschwindigkeit nicht so viel Wasser durch die übrig gebliebene Oeffnung Bq laufen, als vorher durch die ganze BR. Folglich müßte das Wasser vor dem Queerschnitte aufschwellen. Stiege es nun auch bis an des Schutzbretes oberstes Ende: so wird doch die Höhe, die es alsdann uber B hat, noch geringer seyn, als die Höhe, von der das Wasser in B gefallen ist. Folglich wird der Druck dieses aufgeschwollnen Wassers noch immer die Geschwindigkeit in B nicht vermehren §. 36. Folglich wird das Wasser noch immer aufschwellen, bis es über das Schutzbret wegläuft.

§. 39. Zus. 2. Könnte das Wasser nicht überflieſſen, wenn z. E. das Schutzbret noch höher gienge, und bis an die Horizontallinie LI reichte: so würde das Wasser, das dem Behälter beständig zufließt, immer noch mehr aufschwellen, und müßte sich über LI erheben, wenn das Wasser in B gröſſere Geschwindigkeit bekommen sollte, als es durch den Fall von LI nach B hatte.

§. 40. Zus. 3. Ist das Wasser bis zu einer wagrechten Linie über LI aufgeschwollen, und bleibt nun in derselben: so ist dies ein Zeichen, daß nunmehr durch den verengerten Queerschnitt Bq eben so viel Wasser abfließt, als vorher durch den gröſſern BR. Denn geschähe dies nicht: so müßte bey ungeändertem Zuflusse das Wasser noch immer weiter aufschwellen, und könnte also nicht in obgedachter wagrechten Linie bleiben.

§. 41. Aufg. (Fig. 102.) Die Geschwindigkeit eines Flusses mittelst eines künstlichen Queerschnitts zu messen.

Aufl.

Aufl. I. Man wähle eine Stelle, wo das Wasserbette so viel als möglich gerade ist, und setze daselbst, um die unordentliche Gestalt des natürlichen Queerschnitts §. 26. zu vermeiden, einen künstlichen, etwa aus Balken, zusammen, welchen das Rectangel ABCD vorstellt, wo AB wagrecht im Boden, und AD, BC senkrecht darauf in den Ufern.

II. Ist der Fluß im Beharrungszustande §. 28: so lasse man ein Schutzbret FG so herab, daß sein unterster Rand EF wagrecht unter die Oberfläche des Wassers kömmt, da dann das Wasser vor dem Schutzbrete bis auf eine gewisse Gränze KL aufschwellen, und alsdann durch den verengerten künstlichen Queerschnitt AE so viel Wasser lauffen wird, als vorhin an dieser Stelle durch den natürlichen lief. §. 39.

Anm. KL wird meistens nicht viel höher über AB seyn, als die Oberfläche des Wassers war, ehe man das Schutzbret herabließ; theils, weil die Wasserbetten der meisten Flüsse sehr wenig Neigung haben; theils weil die Beschleunigung aus dem Falle durch mancherley Hindernisse fast aufgehoben wird. Dergleichen sind: Ungleichheiten der Ufer und des Bodens, Krümmungen, auch abwechselnde Verengerungen und Erweiterungen des Wasserbettes u. s. w.

III. Die Wassermenge durch AE findet man nach §. 32; weil hier keine Beschleunigung durch den Fall betrachtet wird, folglich die Geschwindigkeit sich nach der Wasserhöhe richtet, und sich in B und E wie die Quadratwurzel aus u und v verhält, wo u und v die Tiefen der Punkte B und E unter der Wasserfläche bedeuten. Setzt man also KE $= p$, und EB $= q$: so ist $u = (p+q)\cos\beta$, und $v = p\cdot\cos\beta$, folglich die Verhältnißgrösse §. 32. $= \frac{2}{3}\gamma\,(m\cdot\cos\beta)\cdot\left[(p+q)^{\frac{3}{2}} - p^{\frac{3}{2}}\right]$ welches, mit $2\gamma g$ multiplicirt,

die Wassermenge durch EB, = q in einer Secunde giebt.

IV. Dividirt man diese Wassermenge mit q: so giebt der Quotient die mittlere Geschwindigkeit §. 34. durch den Weg, der mit ihr in einer Secunde zurückgelegt wird.

V. Die Wassermenge durch die ganze Oeffnung AE, also auch durch den natürlichen Queerschnitt des Flusses in dieser Stelle findet man, wenn man entweder die gefundene Wassermenge durch EB mit der Breite AB; oder die gefundene mittlere Geschwindigkeit mit der Fläche AE multiplicirt.

§. 42. Anm. 1. Diese Vorrichtung mit dem künstlichen Queerschnitte hat Castelli zuerst unter dem Namen Regulator vorgeschlagen. Gulielmini erklärt diese Erfindung für sehr nützlich, und bemerkt, daß Schleusen, Wehre, Brückenjoche, und andere schon vorhandene Gebäude statt eines solchen Regulators dienen können.

§. 43. Anm. 2. Eine Art dieses Regulators ist das Wassermaaß, dessen man sich bedient, das Wasser der Quellen und Brunnen zu messen. Leupold theatr. mach. gen. §. 469.

§. 44. Anm. 3. Man hat noch mehrere praktische Arten die Geschwindigkeit der Flüsse zu messen, als Kugeln, Röhren, Pendel u. s. w. die sich sämmtlich auf die Lehre vom Stosse des Wassers gründen, wovon also erst das Nöthige vorauszuschicken ist.

§. 45. Hypothese. (Fig. 103.) Stößt das Wasser senkrecht auf eine feste Ebene AB (daß alle Elemente desselben in parallelen Richtungen und mit gleichen Geschwindigkeiten die Ebene treffen): so ist der daher entstehende Druck dem Gewichte einer Wassersäule gleich, deren Basis

Basis der gedachten Ebene, und deren Höhe der zur Geschwindigkeit des Wassers gehörigen Höhe gleich ist.

§. 46. Zus. 1. Da dieser Druck auf die ganze Ebene AB gleichförmig vertheilt ist, daß alle ihre Elemente gleich stark gepreßt werden; so giebt es für alle diese Pressungen eine mittlere, deren Richtung einen Punkt der Ebene trift, welcher der Mittelpunkt des Wasserstosses heißt. Wirkt in diesem Punkte eine Kraft, dem Gewichte jener Wassersäule §. 45. gleich, in entgegengesetzter Richtung: so muß solche dem Wasserstosse das Gleichgewicht halten.

§. 47. Zus. 2. Ist b die Grösse der Ebene, c die mittlere Geschwindigkeit des Wassers; so ist obige Kraft §. 46 $= b \cdot \frac{c^2}{4g}$ (Mechan. §. 25.)

Wäre daher die während jeder Zeitsecunde strömende Wassermenge $= Q$, also $Q = bc$; so wäre obige Kraft $= \frac{Q \cdot c}{4g}$.

§. 48. Zus. 3. Setzt man das Wasser ruhig, und die Ebene AB in Bewegung: so ist der Widerstand des Wassers so groß, als der Stoß, den das bewegte Wasser gegen die ruhende Ebene ausübt. Stoß und Widerstand des Wassers folgen demnach einerley Gesetzen; und man hat nunmehr zwey Wege, die Richtigkeit derselben durch Versuche zu prüfen.

§. 49.

§. 49. Zus. 4. Lauffen die parallelen Richtungen der Wasserelemente unter dem Winkel MCB $= \beta$, gegen die feste Ebene BC: so läßt sich die mittlere Geschwindigkeit c durch DE vorstellen, und in eine parallele DC, und senkrechte CE $=$ c . sin β zerlegen; da dann wegen ersterer das Wasser gegen BC gar keine Wirkung thut, und nur wegen letztrer mit einer Kraft $=$ BC . $\frac{c^2 . \sin \beta^2}{4g}$ die Ebene BC preßt. Demnach erhält man den vom schiefen Stosse bewirkten Druck, wenn man den senkrechten Stoß auf BC mit sin β^2 multiplicirt.

Ist AB senkrecht auf MC, so ist AB $=$ CB sin β. Nun war Q $=$ AB . c. §. 47. Folglich ist Q $=$ CB . c. sin β. Demnach ist obiger Druck auf BC auch $=$ $\frac{Q . c . \sin \beta}{4g}$, welchen man erhält, wenn man den senkrechten Stoß auf AB §. 47. mit sin β multiplicirt.

§. 50. Zus. 5. Strömt das Wasser gegen eine Kugel: so ist blos die Oberfläche der vordern Halbkugel dem Stosse ausgesetzt, welcher auf deren mittelstes Element senkrecht gerichtet ist. Gälte dies auch für die übrigen Elemente: so wäre die Höhe des Drucks $\frac{c^2}{4g}$ auf die Grundfläche der Halbkugel. Da aber die übrigen Elemente den Stoß in mancherley schiefen Richtungen erdulden: so giebt die höhere Rechnung obige Höhe des Drucks nur halb so groß, also $\frac{c^2}{8g}$.

Dem-

Demnach ist, wenn r der Kugel Halbmesser, der gesammte Druck $= r^2\pi \cdot \frac{c^2}{8g}$.

§. 51. Zus. 6. Bewegt sich nicht nur das Wasser, mit der Geschwindigkeit c in der Richtung MC, sondern auch die Fläche in eben der Richtung mit der Geschwindigkeit e: so ist die relative Geschwindigkeit des Wassers $= c - e$. Man betrachte alsdann die Fläche als ruhend, und setze in obigen Formeln die relative Geschwindigkeit des Wassers an die Stelle seiner absoluten. Hiedurch erhält man den Druck auf $AB = AB \cdot \frac{(c-e)^2}{4g}$; den Druck auf $BC = BC \cdot \frac{(c \cdot \sin\beta - e)^2}{4g}$; und den Druck auf die Kugel $= r^2\pi \frac{(c-e)^2}{8g}$.

§. 52. Zus. 7. Für die erste und dritte Formel §. 51. ist dieser Druck $= o$, sobald $e = c$ wird, und für die zweyte Formel, so bald $e = c \cdot \sin\beta$ wird.

Stößt nämlich der Strom senkrecht auf die Fläche eines schwimmenden Körpers; so fängt seine Bewegung von der Ruhe an, und wird vom Strome nach und nach so lange beschleunigt, bis der Körper eben so schnell ausweicht, als das anstossende Wasser folgt, d. i. bis seine Geschwindigkeit der Geschwindigkeit des Stromes gleich geworden, also $e = c$ ist. Der relative Stoß des Stroms wird also immer geringer, und nimmt bis auf Null ab.

§. 53.

§. 53. Anm. 1. Ein Aehnliches findet bey einem unterschlächtigen Wasserrade (Stat. §. 273.) statt. Zu Anfang leidet die unterste noch ruhende Schaufel beym senkrechten Stosse des Wassers einen Druck so groß, als das Gewicht einer Wassersäule, deren Basis der Schauffelfläche, und deren Höhe der zur Geschwindigkeit des Wassers gehörigen Höhe gleich ist §. 45. kömmt nun das Rad in Bewegung, so ist der Stoß gegen die folgenden Schaufeln schwächer, weil sie selbst schon in Bewegung sind, und das Wasser nur mit seiner relativen Geschwindigkeit darauf wirken kann. Käme das Rad in einen so schnellen Umlauf, daß die Schauffeln mit der ganzen Geschwindigkeit des Wassers auswichen: so würde aller Druck des Wassers gegen die Schauffeln aufhören. Dieses wäre aber nur möglich, wenn das Rad für sich umlieffe, ohne die übrigen Theile der Mühle mit in Bewegung zu setzen; also wenn kein Widerstand vorhanden wäre, der alle Augenblicke den Umlauf des Rades zu hindern strebt. Denn man setze z. E. den Druck des ersten Stosses = 150 ℔. Wäre nun der Widerstand der ganzen Maschine auch = 150 ℔: so könnte sie nicht in Bewegung kommen, und es stellte die Schaufel eine feste Ebene vor, die stets, ohne auszuweichen, von dem darauf stossenden Wasser mit 150 ℔ gedrückt würde. Wäre aber obiger Widerstand = 100 ℔, so würde der Theil des Stosses mit der übrigen Kraft von 50 ℔ das Rad, und mit ihm die ganze Maschine in Bewegung bringen, und wie zuvor nach und nach bis auf Null vermindert werden, wenn das Rad die Geschwindigkeit erhalten hat, die zum Druck von 50 ℔ gehört, da dann der übrige Theil des Stosses mit der Kraft von 100 ℔ blos dem Widerstande stets das Gleichgewicht hält.

§. 54. Anm 2. Bedeutet p die Kraft am Wasserrade, und c dessen Geschwindigkeit: so wird der Effect der Wassermühle aus dem Produkte pc ermessen. (Stat. §. 258.) Ist nun die absolute Geschwindigkeit des Wassers = C, die Fläche der Schauffel = b, der absolute Druck des anschlagenden Wassers = P, und der relative = p: so ist $P = \frac{b \cdot C^2}{4g}$, und $p = b \cdot \frac{(C-c)^2}{4g}$ $= \frac{b}{4g} \cdot C^2 \left(1 - \frac{c}{C}\right)^2 = P \cdot \left(1 - \frac{c}{C}\right)^2$, folglich obiges Product $pc = P.c. \left(1 - \frac{c}{C}\right)^2$, welches = o wird, entweder wenn c = o, oder wenn c = C ist, d. i. entweder wenn der sämmtliche Widerstand der Maschine mit P das Gleichgewicht

hält,

hält, oder wenn das Rad mit der ganzen Schnelligkeit des Wassers umläufft. Für alle Zwischenwerthe der c von o bis C hat obiges Product einen Werth, d. i. hat die Maschine einen Effect, der also von o an wächst, und wieder bis zu o abnimmt, folglich für irgend einen Zwischenwerth von c am grösten seyn muß, und dieser grösste Effect kömmt, wenn man $c = \frac{1}{3}C$ setzt. Denn (nach einem elementarischen Beweise, den mir H. Prof. Pfaff zu Helmstädt mitgetheilt hat) setzte man $c = \frac{1}{3}C + x$, wo x so wohl positiv als negativ seyn kann, und substituire dies für c in dem Producte $c\left(1 - \frac{C}{c}\right)^2 = y$: so erhält man $y = \frac{4}{27}C^3 - x^2(C - x) : C^2$, welches offenbar für $x = 0$ grösser ist, als wenn nicht $x = 0$ wäre.

Will man hienach die vortheilhafteste Umlaufszahl μ eines Wasserrades in einer Minute bestimmen, so sey der Halbmesser des Rades $= r$, also die Peripherie $= 2r\pi$; die Geschwindigkeit des Rades $= \frac{1}{3}C$, also in einer Minute $60 \cdot \frac{1}{3}C = 20\,C$. Demnach ist

$$\mu = \frac{20\,C}{2r\pi} = \frac{10\,C}{r\pi}.$$

§. 55. Anm. 3. H. Prof. Klügel erinnert gegen die gewöhnliche Theorie §. 54. hauptsächlich, daß das anschlagende Wasser, wenn es nicht, wie bey Schiffmühlen, frey abfliessen kann, gegen die Schauffeln, im Beharrungszustande der Maschine, nicht mehr durch Stoß, sondern blos durch Druck wirke, und setzt daher den Effect gleich dem Producte aus der Höhe, die den Druck angiebt, in die Geschwindigkeit der Schauffeln; und die zur vortheilhaftesten Geschwindigkeit der Schauffeln gehörige Höhe, gleich dem dritten Theile des ganzen Gefälles. Erläuternde Beispiele hiezu findet man in der neuesten Ausgabe seiner Encyclopädie 3. Theil. Pract. Mech. §. 71 bis 74.

§. 56. Aufg. Die Geschwindigkeit des Flusses mittelst der schwimmenden Kugel zu finden.

Aufl. I. Auf die Oberfläche des Wassers legt man eine Kugel von Wachs, mit so viel von einem schwereren

schwerern Materie vermengt, daß von ihr nur wenig über dem Wasser hervorrage, damit auch ein mässiger Wind ihre Bewegung nicht störe. Bemerkt man nun, daß die Kugel nicht mehr beschleunigt werde, also die Geschwindigkeit des Wassers erhalten habe §. 52, und beobachtet die Grösse ihres Weges nebst der darauf verwandten Zeit: so giebt dieses die Geschwindigkeit des Flusses in dieser Stelle nahe an der Oberfläche des Wassers.

II. Durch einen Faden von beliebiger Länge verbinde man zwey Kugeln, wovon die eine schwerer als Wasser gemacht ist, daß, wenn man beyde in den Fluß wirft, die eine sinkt, die andre schwimmt. Bemerkt man nun, ob sie beyde gleich fortschwimmen, oder ob die eine davon zurückbleibt: so wird man daraus, wofern nicht etwas im Wege ist, urtheilen können, ob der Fluß in der Tiefe eben so viel Geschwindigkeit habe, als in der Oberfläche, oder wo die Geschwindigkeit grösser sey.

§. 57. Aufg. (Fig. 104.) Die Geschwindigkeit eines Flusses mittelst des Pitotischen Strommessers zu finden.

Auflö. Pitot's Strommesser ist eine gebogene an einem abgetheilten Brete befestigte gläserne Röhre ABC mit einem kurzen kegelförmigen Schenkel BC. Diesen senke man in beliebiger Tiefe in den Fluß, daß BA vertical, und die erweiterte Oeffnung CF der Richtung des Stroms entgegengesetzt sey. Ist nun D im Wasserspiegel, so treibt der hydrostatische Druck das Wasser nur bis D, der Strom aber weiter bis E, wo es nicht eher ruhig bleibt, als bis das in der Röhre befindliche

liche Wasser gegen CF eben so stark nach aussen drückt, als jene vereinigte Kraft nach innen.

Nun sey CF = b, BD = a, BE = h: so ist der hydrostatische Druck gegen die Oeffnung = ba, und der Druck des Stroms = $b \cdot \frac{c^2}{4g}$ §. 46, folglich der gesammte Druck = $\left(a + \frac{c^2}{4g}\right) \cdot b$; der Gegendruck aber des in der Röhre befindlichen Wassers = bh. Demnach ist $a + \frac{c^2}{4g} = h$, folglich $c^2 = 4g(h - a) = 4g \cdot DE$, also $c = 2\sqrt{g \cdot DE}$.

§. 58. Aufg. (Fig. 105.) Die Geschwindigkeit eines Flusses mittelst des Stromquadranten zu finden.

Aufl. An den Mittelpunkt C des Quadranten ACB sey ein Faden CP befestigt, an dem eine Kugel P, etwas schwerer als Wasser frey herabhängt. Senkt man diese ins Wasser, daß des Quadranten Fläche mit der Richtung des Stroms parallel, und CA vertical sey: so wird sie vom Strome nach einer beynahe horizontalen Richtung PQ getrieben, daß der Faden mit der verticalen Linie CA einen gewissen Winkel ACP macht. Ist nun alles in Ruhe: so halten sich drey Kräfte das Gleichgewicht, nämlich der Kugel Gewicht im Wasser PR, die Festigkeit des Fadens PS, und des Stroms Druck PQ; da dann PQ = RS = PR . tang RPS = PR . tang ACP. Nun ist PR, oder das Gewicht der Kugel im Wasser (wenn deren Halbmesser r, und de-

ren Dichtigkeit gegen Waſſer n : 1 iſt) $= (n-1)\frac{4}{3}\pi \cdot r^3$. (Geom. §. 625. Hydroſt. §. 44.) Folglich iſt $PQ = (n-1)\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \text{tang } ACP$. Nun iſt auch, wenn c die Geſchwindigkeit des Stroms, PQ, oder der Druck des Stroms, $= \pi \cdot r^2 \cdot \frac{c^2}{8g}$. §. 56. Folglich iſt $\pi \cdot r^2 \cdot \frac{c^2}{8g} = (n-1)\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \text{tang } ACP$, folglich $c^2 = \frac{32}{3}(n-1)\,g\,r \cdot \text{tang } ACP$.

Macht man daher den Verſuch mit einerley Kugel in verſchiednen Tiefen und an verſchiednen Stellen des Fluſſes: ſo verhalten ſich die Quadrate der Geſchwindigkeiten in dieſen Stellen und Tiefen, wie die Tangenten der Abweichungswinkel.

§. 59. Anm. Genauere Beſchreibung und Beurtheilung obiger Verſuche, und noch anderer, findet man in Käſtner l. c. §. 270 bis 296. vergl. §. 436 bis 438.

3. Werkzeuge zur Erhebung des Waſſers.

§. 60. Erkl. Die Werkzeuge, deren man ſich bedient, das Waſſer auf eine geringere oder gröſſere Höhe zu bringen, führen auch den allgemeinen Nahmen der Waſſerkünſte, und heiſſen insbeſondre hydrauliſche Maſchinen, in ſo fern Rüſtzeuge damit verbunden ſind, die daran wirkenden Kräfte zu verſtärken, oder die Geſchwindigkeit der Bewegung zu vergröſſern.

§. 61.

§. 61. Anm. Alle dieſe Werkzeuge laſſen ſich füglich unter drey Claſſen bringen:

1. Diejenigen, wobey blos der Druck der Luft wirkt, als Heber, Heronsball, Heronsbrunnen.

2. Die Pumpenkünſte, oder die Saug und Druckwerke, mittelſt deren man das Waſſer zu ſehr anſehnlichen Höhen bringen kann.

3. Die übrigen Waſſerkünſte von minderer Erheblichkeit, als Spritzenkünſte, Schauffel und Püſchelwerke, Schöpfräder u. ſ. w.

Der Abſicht dieſes Lehrbuchs gemäß, können hier blos allgemeine Beſchreibungen und nur von ſolchen Waſſerkünſten gegeben werden, die zu den beyden erſten Claſſen gehören. Ueber die dritte Claſſe kann man unter andern Leupolds theatr. machin. hydraul. nachſehen; und über die auch dazu gehörige Waſſerſchraube, und Vera's hydrauliſche Maſchine H. Aſſeſſ. Gehlers phyſical. Wörterbuch, 4ten Theil verglichen.

§. 62. Erkl. (Fig. 107.) Steckt der kürzere Schenkel AC, einer umgebogenen mit Waſſer gefüllten nicht gar langen Röhre ACB, in einem Gefäſſe mit Waſſer DEFG: ſo kann man annehmen, daß der Druck der Atmoſphäre gegen DE und gegen B gleich ſey. Da aber dieſer Druck dort die Waſſerſäule CH, hier die gröſſere Waſſerſäule CB zu tragen hat, deren Druck alſo davon abgehet: ſo treibt der erſte Druck mit ſeinem Uebergewichte das Waſſer des Gefäſſes durch die Röhre nach der Richtung ACB, daß es zu dem einen Ende B herausläufft, ſo lange das andre Ende A im Waſſer ſtehet. Eine ſolche Röhre ACB, worinn das Waſſer durch den Druck der Luft von H nach C, gehoben wird, heißt ein Heber, ſipho.

§. 63. Zuſ. 1. Es ſey CK die Höhe der Waſſerſäule im langen Schenkel CB; CE das ähnliche für den kürzern Schenkel CH; und der Druck der Atmoſphäre dem Gewichte einer Waſſerſäule von der Höhe

NO gleich, worinn NL = CE, und NM = CK ist: so bestimmt sich der Druck gegen B durch die Höhe MO, und der Druck gegen DE durch die Höhe LO; daß also zu Anfange der Bewegung der Ueberschuß des Drucks gegen DE durch LM bestimmt ist, also die Geschwindigkeit des aus B lauffenden Wassers der Höhe LM zugehört. (Mit dieser Geschwindigkeit würde das Wasser in die Höhe springen, wenn das Ende der Röhre vertical aufwärts gebogen wäre. vergl. §. 3.) So wie aber die Wasserfläche DE im Gefässe sinkt, so nimmt CE = NL immer zu, also LM ab, und das Wasser läufft aus B immer langsamer. Gienge das Ende der Rohre A weiter herunter: so hört die Bewegung des Wassers ganz auf, wenn DE so weit gesunken ist, daß es mit D wagrecht geworden, also nunmehr CE = CK ist. Senkt man alsdann den Schenkel CB in ein anderes Gefäß mit Wasser, daß CK kleiner wird: so muß der Druck der Luft das Wasser nach der Richtung BCA treiben, die der vorigen nach ACB entgegengesetzt ist.

§. 64. Zus. 2. Da NO gemeiniglich nicht 32 Fuß übersteigt (Aerom. §. 32.) so darf EC diese Höhe nicht erreichen, wenn die Atmosphäre das Wasser von H bis C heben soll.

§. 65. Anm. Aus den Gesetzen des Hebers lassen sich manche Erscheinungen in der Natur erklären, als bey den intermittirenden Brunnen, die zu manchen Zeiten kein Wasser geben, und dann wieder zu lauffen anfangen, oder die gar bey trockner Zeit Wasser geben, und bey Regenwetter austrocknen. Wäre z. E. (Fig. 106.) ACB ein Wasserbehältniß in einem Berge, welches sein Wasser, daß es durch Regen oder sonst erhielt, durch die Oeffnung bey C in den unterirdischen Gang CDE liesse, und bey E zu Tage brächte: so ist CDE als ein Heber anzusehen, der nicht eher zu lauffen anfängt, bis der Wasserspiegel AB verlängert D trifft, und doch noch nicht aufhört

hört zu lauffen, wenn auch AB immer mehr unter D ſinkt. Hieher gehört auch der Kircherſche Zauberbrunnen. Gehler l. c.

§. 66. Erkl. (Fig. 107.) Soll das Waſſer über einen Berg, deſſen Höhe KC nicht völlige 30 Fuß iſt §. 64. geleitet werden: ſo dient dazu ein Heber BCA, der durch eine Oeffnung in C mit Waſſer gefüllt werden kann, die, ſo wie die beyden Enden des Hebers, ſich beliebig verſchlieſſen und öffnen läßt. Dergleichen Vorrichtung heißt wegen ſolches Gebrauchs ein Bergheber.

§. 67. Erkl. (Fig. 108.) Ein unterbrochener Heber entſtehet, wenn von dem gebogenen Heber §. 62. der eine Schenkel A mit dem Gefäſſe B, der andre D, mit den beyden Gefäſſen B, C, verbunden iſt. Wird nun das Waſſer, womit C gefüllt iſt, abgelaſſen: ſo breitet ſich die Luft in B aus, daß die äuſſere Luft das Uebergewicht bekömmt, und das Waſſer durch die Röhre A hebt, wenn ſoche nicht zu hoch iſt. §. 64.

§. 68. Erkl. (Fig. 109.) Ein Verirbecher iſt ein Gefäß, durch deſſen Boden der längere Schenkel entweder eines gebogenen Hebers, oder eines ſolchen Hebers geht, deſſen Schenkel in einander ſtecken, welches letztere der Diabetes der Alten iſt. Tritt nämlich das Waſſer, oder eine andere Flüſſigkeit in dem Gefäſſe bis A, ſo füllt ſich der Heber und läuft ſo lange, bis das Gefäß ausgeleert iſt.

§. 69. Erkl. (Fig. 110.) Ein Stechheber heißt ein oben und unten verengtes Gefäß AB, worinn

die Flüſſigkeit, wenn man die obere Oeffnung verſchließt, durch den Druck der Luft erhalten wird.

§. 70. Erkl. (Fig. 111.) Der Heronsball, pila Heronis, beſteht aus einem luftdichten Gefäſſe ABCD von beliebiger Geſtalt, das bis zu einer gewiſſen Höhe, etwa bis GH, mit Waſſer gefüllt iſt, auf welches die in dem übrigen Raume ABHG befindliche Luft durch ein Uebergewicht der Elaſticität drückt, und daſſelbe durch eine oben verengerte Röhre EF, die durch den Deckel bis gegen den Boden des Gefäſſes gehet, in die Höhe treibt.

Es erfolgt aber das Uebergewicht der Elaſticität, theils, wenn man die auf F drückende Luft verdünnt; theils, wenn man die im Raume ABHG eingeſchloſſene Luft verdichtet, oder erwärmt.

Iſt die Röhre bey F ſo eingerichtet, daß ſie ſich auf eine Druckpumpe (Aerom. §. 40.) anſchrauben läßt: ſo kann man einen ſehr hohen Waſſerſtrahl erhalten, nur muß das Gefäß ſtark genug ſeyn, daß es die ſtarkcomprimirte Luft nicht zerſprengen kann.

§. 71. Erkl. (Fig. 112.) Der Heronsbrunnen, fons Heronis, entſteht, wenn man den Heronsball A mit einem Gefäſſe B verbindet, mittelſt zweyer Röhren C, D, von denen die eine dem Gefäſſe B Waſſer, die andre D dem Heronsballe A die aus B verdrängte Luft zuführet.

§. 72. Anm. Die Werkzeuge §. 70. 71. führen ihren Namen von Hero zu Alexandrien, der ſolche nebſt andern in libro ſpiritualium beſchrieben hat. Hero war ein Schüler des Cteſibius,

us, der nicht lange nach Archimedes gegen das J. v. C. 100 gelebt hat, und dem die Erfindung der nun zu beſchreibenden Pumpenkünſte zugeſchrieben wird.

§. 73. Erkl. (Fig. 113.) Ein Saugwerk oder eine Waſſerpumpe, beſteht aus der Pumpenröhre AB, worinn ein genaupaſſender Kolben CD mittelſt der Kolbenſtange EF auf und niedergehet; und aus der engen Saugröhre GH, welche mit ihrem untern Ende H in einem Waſſerbehältniſſe ſtehet. An der Oeffnung E des Kolbens ſowohl, als an der Verbindung G der Pumpen und Saugröhre, iſt ein Ventil angebracht, das ſich von unten nach oben öffnet, und von doppelter Art ſeyn kann: 1) ein Klappenventil, beſtehet aus einer Hülſe d. i. einem Ringe von Holz oder Meſſing, und aus einer darauf ſchlieſſenden Klappe von Leder oder von Meſſing mit Charnier. 2) ein Muſchelventil (Fig. 115.) hat eine Hülſe, in deren Oeffnung ein abgekürzter Kegel paßt, deſſen Stift durch einen Bügel unter der Hülſe gehet, und ſich in einen Knopf endigt.

Zieht man nun z. E. mittelſt einer Druckſtange FAK, oder eines Schwengels, FAL, den Kolben von B nach C hinauf: ſo wird die in dem Raume BD etwa befindliche Luft verdünnt, die Luft in HG hebt das Ventil, und breitet ſich aus, die Atmoſphäre treibt das Waſſer aus dem Behälter in H ein, dies gelanget endlich bis zum Kolben, und verſchließt durch ſein Gewicht das Ventil bey G. Geht in dieſem Zuſtande der Kolben nieder: ſo drängt das Waſſer durch ſeine Oeffnung, hebt das Ventil bey E, und tritt über den Kolben, der ſolches bey fernern Zügen bis zur Ausgußröhre MN erhebt.

§. 74. Zuſ. 1. Der Saugkolben CD muß beym Niedergehen ſo dicht als möglich an den Boden der Pumpenröhre ſchlieſſen, damit der Zwiſchenraum, worinn die Luft bleibt, und welcher der ſchädliche Raum der Pumpe genannt wird, ſo klein als möglich werde. Der Raum der Pumpenröhre vom niedrigſten Stande des Kolben bis zum höchſten heißt ein Kolbenſpiel.

§. 75. Zuſ. 2. Die Höhe des Kolbens über der Oberfläche des Waſſers im Behälter muß weniger als 32 Fuß betragen. Denn bis zu dieſer Höhe treibt die Atmoſphäre das Waſſer nur alsdann, wenn die Luft rein ausgepumpt iſt. Da aber ſolches, wegen des ſchädlichen Raums der Pumpe, nie geſchiehet, auch eine zu hohe Saugröhre das Waſſer leicht fallen läßt: ſo macht man ſolche nie über 28 Fuß hoch. Aber auf die Pumpenröhre laſſen ſich noch andre Röhren, (Aufſatzröhren), ſetzen, um das Waſſer über den Kolben bis zu einem höhern Ort des Ausguſſes zu bringen. Dieſe Vorrichtung heißt ein hoher Satz: jenes ein niedriger Satz, die Saugröhre heißt auch noch der Anſteckelkiel.

§. 76. Aufg. (Fig. 113.) Den Widerſtand, der ſich der Kraft am Kolben eines Saugwerks beym Aufziehen entgegenſetzt, zu finden, wenn die Pumpe bis zur Ausgußröhre mit Waſſer gefüllt iſt.

Auflöſ. Es ſey b die Fläche des Kolbens, HZ die der Elaſticität der Atmoſphäre zugehörige Höhe, HG die Höhe der Saugröhre vom Waſſerſpiegel des Behäl-

Behälters an, GM die Höhe der Pumpenröhre bis zum Ausguſſe: ſo drückt die Atmoſphäre auf den Kolben von oben herab mit einer Kraft $= b . HZ$, und von unten herauf mit einer Kraft $= b . (HZ - HG) = b . GZ$. Da beyde einander entgegengeſetzt ſind, ſo bleibt die Kraft von oben herab, die ſich dem Aufziehen des Kolbens widerſetzt, $= b . HZ - b . GZ = b . HG$. Hiezu kömmt noch das Gewicht des über dem Kolben ſtehenden Waſſers $= b . GM$. Folglich iſt der geſuchte Widerſtand $= b . (HG + GM) = b . HM$, d. i. gleich dem Gewicht einer Waſſerſäule, deren Durchmeſſer dem Durchmeſſer des Kolbens, und deren Höhe der Höhe der Ausgußröhre über der Oberfläche des Waſſers im Behälter gleich iſt.

§. 77. Anm. Bey der wirklichen Bewegung muß die Kraft, welche den Kolben ziehet (deſſen Gewicht und Friction auch noch in Erwägung kömmt) gröſſer ſeyn als dieſer Widerſtand. Solcher Ueberſchuß aber iſt deſto geringer, je langſamer die Bewegung des Kolbens, je kürzer die Saugröhre, und je weiter ſie in Verhältniß gegen die Pumpenröhre iſt.

§. 78. Aufg. (Fig. 113.) Die Waſſermenge, die eine Saugpumpe im Beharrungszuſtande giebt, zu finden.

Aufl. Es ſey der Halbmeſſer des Kolbens $= r$, alſo ſeine Fläche $= r^2 \pi$, die Höhe des Kolbenſpiels in einer Secunde $= e$: ſo im Beharrungszuſtande die Waſſermenge in jeder Secunde $= e r^2 \pi$, folglich in t Secunden $= e t r^2 \pi$.

Bew. In jeder Secunde, da der Kolben von B bis C ſteigt, hebt er die Waſſermenge B D.

§. 79. Anm. Die Geſchwindigkeit des Kolbens, und die Weite der Saugröhre muß ſo eingerichtet ſeyn, daß bey jedem Zuge gerade dieſelbe Waſſermenge in die Saugröhre ſteigt, welche der Kolben hebt, damit kein leerer Raum zwiſchen dem Kolben, und dem ihm folgenden Waſſer entſtehe, woraus ſonſt ein Verluſt an Zeit erwachſen würde. Man giebt aber dem Durchmeſſer der Saugröhre höchſtens $\frac{2}{3}$, oder höchſtens $\frac{3}{4}$ der Pumpenröhre, weil weite Saugröhren das Waſſer leicht fallen laſſen.

§. 80. Erkl. (Fig. 114) Ein Druckwerk beſtehet aus der Pumpenröhre AB, die mit ihrem untern Ende im Waſſerbehälter ſtehet, und aus der Knieröhre ÇD, die mit der Steigröhre DE verbunden iſt. Beyde haben am untern Ende B, C, ein Ventil, das ſich nach oben öffnet. Wird der Kolben FG, der hier keine Oeffnung und Ventil hat, und blos bis zum Anſatz der Knieröhre, damit er deren Oeffnung nicht verſchlieſſe, herabgehet, mittelſt der Druckſtange von Ç bis G in die Höhe gezogen: ſo wird die Luft unter dem Kolben verdünnt, und das Waſſer des Behälters durch das Ventil bey B vom Druck der Atmoſphäre bis zum Kolben gehoben, und ſchließt nun vermöge ſeiner Schwere das Ventil bey B. Gehet in dieſem Zuſtande der Kolben nieder: ſo preßt er das eingetretene Waſſer durch das Ventil bey Ç in die Steigröhre, bis es durch wiederhohltes Kolbenziehen zu der Höhe E gelangt, und daſelbſt ausfließt.

§. 81. Zuſ. 1. Hier iſt der Widerſtand beym Herabgehen des Kolbens, wenn die Steigröhre ganz gefüllt iſt, dem Gewichte einer Waſſerſäule gleich, deren Baſis der Kolbenfläche, und deren Höhe der Höhe

des

des Ausguſſes über der Grundfläche des Kolbens gleich iſt (Hydroſt. §. 16.)

§. 82. Anm. Bey der wirklichen Bewegung braucht der Ueberſchuß der Kraft über dieſen Widerſtand nur gering zu ſeyn, wenn ſich der Kolben nicht zu geſchwinde bewegt, und die Steigröhre nicht zu lang und nicht zu enge iſt. Auch hier giebt man dem Durchmeſſer der Steigröhre $\frac{2}{3}$ bis $\frac{3}{4}$ vom Durchmeſſer der Pumpenröhre.

§. 83. Zuſ. 2. Iſt das Kolbenſpiel GC; ſo iſt die Waſſermenge dem Cylinder CF gleich.

§. 84. Erkl. Verbindet man mit dem Druckwerke, Fig. 114. die Saugröhre GH, Fig. 113, ſo hat man ein vereinigtes Druck- und Saugwerk.

§. 85. Zuſ. Die Waſſermenge und der Widerſtand beym Niedergange des Kolbens iſt wie §. 81. 82. Beym Aufziehen des Kolbens iſt, nach den Schlüſſen §. 77, der Widerſtand der Höhe des Kolbens über der Waſſerfläche des Behälters proportionirt.

§. 86. Erkl. Sind die Kolben zweyer Pumpenröhren mit einander ſo verbunden, daß ſie wechſelsweiſe ſteigen und ſinken: ſo giebt dies ein doppeltes Pumpenwerk (Fig. 116.) Sind mehrere Paar Pumpen ſo verbunden, daß die halbe Anzahl der Kolben ſteigt, wenn die andere Hälfte ſinkt; ſo heißt dies ein zuſammengeſetztes Pumpenwerk

§. 87. Erkl. (Fig. 114.) Bey einem Druckwerke, deſſen verticalaufwärtsgebogene Steigröhre nur wenige Fuß hoch, und mit einem engen Aufſatzrohr verſehen iſt, erhält man einen ſteigenden Waſſerſtrahl.

Dieſer

Dieſer Art Druckwerke bedient man ſich bey einer Feuersbrunſt zur Löſchung, daher ſie den Namen Feuerſpritzen erhalten haben.

§. 88 Aufg. (Fig. 114.) Die Höhe des Waſſerſtrahls, den eine Feuerſpritze giebt, zu finden, wenn die Kraft P, die den Kolben niederdrückt, gegeben iſt.

Auflöſ. Man ſetze die Kraft P dem Gewichte einer Waſſerſäule gleich, deren Höhe x, und deren Baſis der Grundfläche des Kolbens FG gleich iſt: ſo iſt $x = \frac{P}{b}$. Setzt man nun den Widerſtand der Luft und andre Umſtände bey Seite: ſo iſt die Höhe des Waſſerſtrahls $= x$. §. 5.

Exempel. Es ſey der Durchmeſſer des Kolbens $d = 6$ Zoll, und der Druck auf den Kolben $P = 100$ ℔. Wiegt nun ein Cubikfuß Waſſer 66 ℔, ſo iſt 100 ℔ $= 2618$ Cubikzoll. Nun iſt die Fläche des Kolbens $b = \frac{d^2\pi}{4} = 28$ Quadratzoll. Folglich iſt $x = \frac{2618}{28} = 93\frac{1}{7}$ Zoll.

Anm. Nach Mariottes Erfahrung §. 6. iſt nicht x ſondern y die geſuchte Höhe, und man findet daſelbſt y aus x.

§. 89. Zuſ. 1. Aus dem Durchmeſſer des Kolbens $d = \frac{1}{2}$ Fuß, und der erfoderten Höhe des Waſſer-

ſerſtrahls e = 80 Fuß, läßt ſich der Druck P auf den Kolben finden. Denn die Fläche des Kolbens 0,196 Quadratfuß, mit der Höhe a = 80 Fuß multiplicirt, giebt für die Waſſerſäule 15⅔ Cubikfuß, folglich P = 15⅔.66 ℔ = 1023 ℔.

Anm. Iſt e die Höhe des Waſſerſtrahls, und a die Höhe der dazu gehörigen Waſſerſäule: ſo findet man a aus §. 6, welches eine gröſſere Waſſerſäule, folglich ein gröſſeres P giebt.

§. 90. Zuſ. 2. Um einen ununterbrochen ſteigenden Waſſerſtrahl zu erhalten, verbindet man, beſonders mit dem doppelten Druckwerke, den Heronsball, unter dem Nahmen des Compreſſionsgefäſſes, oder des Windkeſſels.

§. 91. Anm. Der Mechanismus, durch den man die bisher betrachteten Pumpenwerke in Bewegung ſetzt, iſt noch mannichfaltiger, als im Vorhergehenden angegeben worden, muß aber ausführlichen Schriften über die praktiſche Mechanik überlaſſen werden. Indeß iſt eine ſehr ſinnreiche Art eines dergleichen Mechanismus, die man unter dem Nahmen der Dampfmaſchine, (vulgo Feuermaſchine) begreift, ſo intereſſant, daß eine allgemeine Beſchreibung einer vorzüglichen Art derſelben, hoffentlich hier nicht unangenehm ſeyn wird. Sie iſt aus Nouvelle architecture hydrauliqne par M. de Prony. Tom I. Paris 1790. genommen, und eine Erfindung des Herrn Watt, eines Schottländers. Die 117. Fig. auf der 6. Tafel, ſtellt ſolche im Profil nach der Zeichnung des Herrn Prony vor.

§. 92. (Fig. 117.) ACB iſt ein zweyarmiger Hebel, der ſich um C drehet, und an dem die Kolbenſtangen D, E, F, G, hangen. Die Stange D, die den Kolben H des Dampfcylinders K treibt, läuft durch eine mit Werg und Talg gefütterte dampfdichte Büchſe bey D, und durch die kreisrunde genau anſchlieſſende Oeffnung der gegoſſenen Platte, die den Dampfcylinder oben verſchließt.

Aus

Aus dem Dampfkeſſel L, der über einem bey M angelegten Feuer ſtehet, treten die von dem ſiedenden Waſſer aufſteigenden Dämpfe durch die Röhre a, wo ſie das Ventil bey b öffnen, in den Canal bcd; dringen bey d in den Dampfcylinder über den Kolben H, und treiben denſelben herab, wenn unter ihm, wie hernach gezeigt wird, ein leerer Raum entſtanden iſt. der alſo herabgehende Kolben ziehet den Hebelsarm CB, und mit ihm die Kolbenſtangen E, F, G, hinauf.

Hat der Kolben H ſeinen niedrigſten Stand oberhalb f erreicht: ſo treten die eingedrungenen Dämpfe durch d zurück in den Canal dcb, ſchlieſſen das Ventil bey b, öffnen das Ventil bey c, und dringen durch die Communicationsröhre cef bey f in den Dampfcylinder unter den Stempel H, bis ſie mit dem zurückgebliebenen Theile über demſelben das Gleichgewicht halten, da dann der Hebelsarm CB, und mit ihm die Kolbenſtangen E, F, G, durch das daran hangende Uebergewicht herab, alſo der andre Arm CA, und mit ihm der Kolben H hinaufgezogen wird.

Der aufgehende Kolben H treibt den über ihn befindlichen Dampf durch d zurück nach der Communicationsröhre und dem untern Theile des Dampfcylinders; da dann dieſe Dämpfe zuſammen das Ventil bey g öffnen, und in die Condenſationsröhre ghk, welche durch ein Ventil bey k verſchloſſen iſt, dringen. In dieſe tritt bey m der eine offene Schenkel mn eines gebogenen Hebers lmn; indem der andre, durch ein Ventil bey l verſchloſſene, Schenkel ml, in einer mit kaltem Waſſer gefüllten Ciſterne N ſteckt.

Hat

Hat der Kolben H ſeinen höchſten Stand erreicht, ſo öffnet ſich das Ventil l, durch welches das kalte Waſſer in den Heber lmn dringt, bey n ausſpritzt, und die Dämpfe, während daß die Ventile bey b und k verſchloſſen ſind, abkühlt; worauf ſich die Ventile bey g und l ſchlieſſen, das Ventil bey b aber wiederum öffnet, und neue Dämpfe aus dem Dampfkeſſel in den Dampfcylinder über den Kolben H, unter welchem nach Obigem ein leerer Raum entſtanden iſt, wie zu Anfang treten, und denſelben wieder herabtreiben.

Um aber das eingeſpritzte Waſſer, das durch die Dämpfe heiß geworden, und noch in der Condenſationsröhre zurückgeblieben iſt, nebſt der darin entwickelten Luft, auszubringen, dienen die Pumpen PQ, RS, deren erſtere das heiſſe Waſſer, indem ſich das Ventil bey k öffnet, der andern, die ihr Ventil bey R hat, zuführt, welche es dann in die Höhe fördert, und durch eine Röhre bey S dem Dampfkeſſel L, zur Erſetzung des abgegangenen, zuführt.

Mittelſt des bisher erklärten Mechanismus des wechſelſeitigen Auf und Niedergehens des Hebels ACB, wird die an B angebrachte Laſt, ſie beſtehe, worinn ſie wolle, in Bewegung geſetzt. In der Zeichnung iſt ſolche Laſt die Kolbenſtange E eines Saugwerks TV, welches das Waſſer aus der Tiefe bey x ausſchüttet.

Die hier beſchriebene Maſchine iſt aus England nach Frankreich gebracht, und zu Chaillot nahe bey Paris aufgerichtet worden, um das Waſſer aus einer Grube, die mit der Seine Gemeinſchaft hat, zu erheben, und es von da in verſchiedene Quartiere von Paris zu leiten. Eben dieſe Maſchiene iſt auch für das

Köni-

Königlich Preußiſche Stadtwerk zu Salza, zwey Meilen von Magdeburg, vor ein Paar Jahren aufgeführt worden. Sie iſt, nach Herrn Prony, die beſte unter allen Dampfmaſchinen, die man bis zum Jahre 1788 gekannt hat.

§. 93. Alle bis jetzt erfundenen Dampfmaſchinen laſſen ſich füglich unter zwey Hauptclaſſen bringen.

Die erſte enthält diejenigen Arten, wo die Dämpfe unmittelbar auf Waſſer drücken. Dieſe Erfindung ſchreibt man dem Marquis von Worceſter zu, der wenigſtens eine dunkle Beſchreibung davon in der Schrift: A Century of Inventions Glasgow 1677 gegeben hat. Ein anderer Erfinder war der Engliſche Capitain Thomas Savery nach ſeiner eignen Ausſage in der Schrift: the Miners Friend, wenigſtens hat er zuerſt dieſen Gedanken in Ausführung gebracht, und wirklich verſchiedne Maſchinen danach angelegt. Von einer derſelben hat er auch eine kurze Beſchreibung 1699 bekannt gemacht; eine zweyte von deſſen Erfindung beſchrieb Bradley in der Schrift New Improvements of Planting et Gardening. Von beyden findet man Abbildungen in Leupolds theatr. machin. gen. Tab. 52. 54. Um eben die Zeit beſchäftigte ſich mit ähnlichen Verſuchen Dionyſ. Papin, ein Franzöſiſcher Arzt, und Profeſſor der Mathematik zu Marburg. Von ſeinem Kochtopfe, machina Papiniana, von dem eine Beſchreibung zu Amſterdam 1681. erſchienen, vergleiche man Hn. Aſſ. Gehlers phyſikaliſches Wörterbuch 3 Theil S. 392. Von ſeiner Art, das Waſſer durch Dämpfe zu heben, handelt er in der Schrift: Ars nova ad aquam ignis adminiculo effi-

ca-

cacissime elevandam. Caſſelis 1707. Eine Abbildung davon giebt Leupold l. c. Tab. 53.

Die zweyte Claſſe der Dampfmaſchinen begreift diejenigen, wo die Dämpfe auf einen Kolben wirken, und mittelſt eines Hebels, an welchem der Kolben hängt, nicht nur die Waſſerpumpen, ſondern auch jede Art des Widerſtandes in beliebige Bewegung ſetzen. Dieſe wichtige Erfindung wird gemeiniglich dem Thomas Savery zugeſchrieben, da doch dieſe Ehre zweyen Bürgern zu Dartmouth in Devonſhire gebührt, nämlich einem Eiſenhändler Newcomen und einem Glaſer Cawley. Da Savery, der dem Hofe näher war, ein Privilegium vor Newcomen auszuwirken wußte, ſo mußte ſich dieſer begnügen, blos jenes Compagnon zu werden. Eine Art dieſer neuen Erfindung hat Potter, ein Engländer zu Königsberg in Ungarn angelegt, die unter dem Nahmen der Potterſchen Feuermaſchine in Leupolds theatr. maeh. hydraul. Tom. II. fig. 44. abgebildet iſt. Von einer andern Art, die in Frankreich angelegt, und von Belidor umſtändlich beſchrieben worden, vergleiche man H. Aſſ. Gehlers phyſicaliſches Wörterbuch 1 Theil S. 563.

Obgleich dieſe Maſchine des Newcomen alle vorhergehende weit übertrifft: ſo iſt doch das Einſpritzen des Waſſers in den Dampfcylinder noch eine groſſe Unvollkommenheit an derſelben. James Watt zu Glasgow in Schottland half dieſem Fehler im J. 1764 durch eine neu erfundene Maſchine ab, welche oben §. 92. beſchrieben worden. Er iſt ſeit 1774 mit Boulton zu Birmingham in Geſellſchaft getreten, und beyde haben ſeitdem verſchiedne Maſchinen in England aufgeführt. Von einer andern Einrichtung der

Wattiſchen Dampfmaſchine mit zwey Dampfcylindern, die in einander ſtecken, vergleiche man Gehler I. c. ꝛc. S. 566. Das Nähere von dergleichen ſpätern Verbeſſerungen verſpricht Herr Prony, im zweyten Theile der nouvelle architecture hydraulique anzuzeigen. Obiges iſt aus deren erſten Theile ausgezogen worden.

Elemente
der
optischen Wissenschaften.

I.
Die Optik.

1. Vom Lichte.

§. 1.

Erfahr. In einem finstern Zimmer sehen wir die Gegenstände erst dann, wenn Licht hineinkömmt, und wir ungehindert gerade Linien von den Gegenständen nach dem Auge ziehen können.

§. 2. **Erkl.** Wir nennen Licht das, was uns die Gegenstände sichtbar macht.

§. 3. Erkl. Lichtstrahlen, radii lucis, heissen die geraden Linien, in denen das Licht von den Gegenständen auszugehen scheinet.

§. 4. Anm. Alles Licht, was in unser Auge kömmt, geht durch die Luft, und wird von seinem Wege abgelenkt, welches in der Dioptrik Brechung, refractio, heißt; aber in der Optik abstrahirt man noch von dieser Brechung, und nimmt an, daß das Licht, wie im leeren Raume, nach ungeänderter Richtung vom Gegenstande ins Auge komme.

§. 5. Erkl. Leuchtende oder strahlende Körper, lucentia, radiantia, heissen überhaupt alle, die Licht aussenden; erleuchtete, illuminata, die das Licht empfangen.

§. 6. Erkl. Selbstleuchtende Körper, lucida, sind, die durch ihr eigenes Licht sichtbar werden; dunkle, obscura, die nur durch fremdes Licht gesehen werden.

§. 7. Zus. Von letztern gehet das Licht aus, das von erstern auf sie fällt; und beyde heissen in so fern leuchtende oder strahlende Körper.

§. 8. Erkl. Durchsichtige Körper, pellucida, sind, die das Licht durchlassen; undurchsichtige, opaca, die dem Lichte keinen Durchgang verstatten.

§. 9. Zus. Kein Körper ist vollkommen durchsichtig, so daß er alles Licht durchliesse. Denn schickte ein durchsichtiger Körper nicht einen Theil des Lichts zurück: so würde man ihn selbst nicht sehen können.

§. 10. Erkl. Die Grösse oder Stärke des Lichts heißt Helligkeit, claritas; und befindet sich theils an dem

dem Lichte, welches einen Gegenstand erleuchtet, theils an dem von ihm erleuchteten Gegenstande.

§. 11. Erkl. Die Helligkeit, in so fern sie einen Gegenstand erleuchtet, heißt in Beziehung auf den erleuchtenden Körper die erleuchtende Kraft, vis illuminans; in Beziehung auf den erleuchteten Körper aber, die Erleuchtung, illuminatio.

§. 12. Erkl. Die Helligkeit des Lichts, oder des erleuchteten Gegenstandes, in so fern sie dem Auge sichtbar wird, heißt Glanz oder scheinbare Helligkeit, fulgor, seu claritas visa, apparens, und muß von der wahren Helligkeit, claritas vera, unterschieden werden.

§. 13. Anm. Wie verschieden Erleuchtung und scheinbare Helligkeit sind, siehet man unter andern an den Planeten, welche bey ihrem beträchtlichen Glanze, doch die Erde nur unbeträchtlich erleuchten.

§. 14. Erkl. Da ein leuchtender oder strahlender Körper §. 4. den wir vorerst als einen blossen Punkt betrachten wollen, wenn nichts hinderlich ist, nach allen Seiten gesehen wird §. 1: so muß er ringsum Lichtstrahlen §. 3. aussenden, die also beym weitern Fortgange immer weiter auseinander fahren, und einen kugelförmigen Raum (Geom. §. 525.) bilden, den wir eine Strahlenkugel nennen, deren Centrum der leuchtende oder strahlende Punkt ist.

§. 15. Erkl. (Fig. 118.) Werden die Lichtstrahlen, die von einem leuchtenden Punkte A ausgehen, von einem Kreise BD aufgefangen: so bilden sie einen kegelförmigen Raum (Geom. §. 512.) der ein Strahlenkegel heissen soll, dessen Spitze der leuchtende

tende Punkt, die Grundfläche aber der erleuchtete Kreis ist. Die gerade Linie AC, von der Spitze nach der Mitte der Grundfläche, heißt der Hauptstrahl; die beyden äusserſten Strahlen AB, AD, nach den Endpunkten des Durchmeſſers der Grundfläche, heiſſen die Seitenſtrahlen.

Ist die erleuchtete Fläche eine geradlinichte Figur, so entsteht eine Strahlenpyramide. (Geom. §. 475.)

§. 16. Anm. Von einem solchen Strahlenkegel genügt es auch, blos die Seitenstrahlen AB, AD, den Hauptstrahl AC, und der Grundfläche Durchmesser BD, zu zeichnen (Geom. §. 518.) Drehet sich solche Figur um AC als um eine Axe, so bildet sie den geraden Kegel, wenn AC senkrecht auf die Grundfläche ist. (Geom. §. 516.)

§. 17. Zus. Ist AC senkrecht auf BD, und $BAC = \alpha$, so ist $AB = BC \cdot \tan \alpha$ (Trigon. §. 53.) Für $\alpha = 1$ Min. ist daher AB beynahe $= 3438 . BC$, und für $\alpha = 1$ Sec. beynahe $= 206265 . BC$. Ist also AB so vielmahl gröſſer, als BC, als hier angegeben ist: so beträgt α im ersten Falle noch keine Minute, im zweyten noch keine Secunde, auch ist alsdann AB von AC wenig unterschieden. Da nun $ABC = R - \alpha$: so ist dieſer Winkel, je gröſſer AB oder AC gegen BC ist, desto weniger von einem rechten Winkel zu unterscheiden, also AB, AC, fast für parallel anzusehen.

Auf ähnliche Art beweiſt man für den ganzen Kegel BAD, er mag gerade oder schief seyn: daß je weiter der leuchtende Punkt A abstehet, d. i. je gröſſer AC gegen BD ist, desto näher die Seitenstrahlen AB, AD, unter sich und dem Hauptstrahle AC parallel sind; indem

indem unter solcher Voraussetzung BAD nur sehr klein, und $B = D = \beta - \frac{1}{2} BAD$ ist.

In diesem Verstande sagt man: „ein unendlich „entferner Punkt, d. i. gegen dessen Entfernung der „Durchmesser der Fläche BD nicht zu achten ist, werfe „auf solche Fläche lauter parallele Strahlen, so daß „aus dem Strahlenkegel §. 15. ein Strahlencylin„der, und aus der Strahlenpyramide ein Strahlen„prisma werde.

§. 18. Lehrs. (Fig. 118.) Die Gröſſe der Erleuchtung §. 11 nimmt nach den Quadraten der Entfernungen der erleuchteten Flächen FG, BD, vom leuchtenden Punkte A ab.

Beyw. Es sey mit eines beliebigen Kegels oder einer Pyramide Grundfläche BD der Schnitt FG parallel, und AEC senkrecht: so ist $BD : FG = AC^2 : AE^2$ (Geom. §. 520. 482.). Nun fallen von A auf die gröſsere Fläche BD nicht mehrere Strahlen, als auf die kleinere FG, und sind daher auf ihr um so viel ausgebreiteter §. 14, machen sie also um so viel weniger hell, als die kleinere, auf welcher die Strahlen um so viel dichter beysammen sind. Es ist nämlich das Licht auf einen der FG gleichen Theil der BD zum ganzen Lichte auf BD, also auch auf FG, wie dieser Theil FG zur ganzen BD; also die gleichförmig vertheilte Erleuchtung auf BD zur Erleuchtung auf FG, wie $FG : BD$, folglich wie $AE^2 : AC^2$.

§. 19. Anm. Diese Schwächung des Lichts kömmt blos von seiner Ausbreitung. Es wird aber auch von andern Ursachen geschwächt, als durch die Luft und andre durchsichtige Körper, durch welche es gehet; weil diese nicht alles Licht durchlassen, sondern auch vieles zur Seite schicken §. 9. welches auch die Erfahrung un-

ter andern an den glänzenden Stäubchen lehret, die das durch eine Ritze ins Zimmer scheinende Sonnenlicht, das gerade fortgehet, zum Theil aufhalten, und nach den Seiten zu bringen.

§. 20. Zuſ. 1. Wäre über A in eben der Entfernung noch ein zweyter leuchtender Punkt a: ſo bliebe die Erleuchtung der Flächen von beyden Punkten zuſammen noch in eben der Verhältniß.

Denn bedeuten M, m, die Lichtmengen, welche A, a, auf die Flächen ſenden: ſo erhält BD von A das Licht $\frac{AE^2}{AC^2} \cdot M$, und von a das Licht $\frac{AE^2}{AC^2} m$, folglich von A und a zuſammen das Licht $\frac{AE^2}{AC^2} (M + m)$, das ſich alſo zum Lichte $M + m$, welches FG von A und a zuſammen bekömmt, wie $\frac{AE^2}{AC^2} : 1$, d. i. wie $AE^2 : AC^2$ verhält.

§. 21. Zuſ. 2. Da man eben ſo wie §. 20. bey drey oder mehrern Punkten ſchließt: ſo gilt der Satz §. 18. von jedem leuchtenden Körper, der aus vielen leuchtenden Punkten beſtehet.

§. 22. Zuſ. 3. Soll die Helligkeit, die man von einer Lichtkerze, in einer gewiſſen Entfernung erhält, in der 2, 3, 4 fachen Entfernung dieſelbe bleiben: ſo muß man 4, 9, 16 Lichtkerzen an der Stelle der einen anzünden.

§. 23. Zuſ. 4. (Fig. 119.) Stehen in A und B zwey gleich ſtarke Lichter, deren jedes in der Mitte C die Lichtmenge m giebt; und es iſt $AC = CB = a$, $CD = x$,

$= x$, folglich $AD = a - x$, und $DB = a + x$: so ist in D die Lichtmenge von A, $= \frac{a^2 . m}{(a-x)^2}$, und von B, $= \frac{a^2 . m}{(a+x)^2}$, folglich die gesammte Erleuchtung $= a^2 . m . \left(\frac{1}{(a-x)^2} + \frac{1}{(a+x)^2}\right) = a^2 m . \frac{2(a^2+x^2)}{(a^2-x^2)^2} = 2m . \frac{a^2(a^2+x^2)}{(a^2-x^2)(a^2-x^2)}$, wo der Factor der in $2m$ multiplicirt wird, und aus den beyden Factoren $\frac{a^2}{a^2-x^2}, \frac{a^2+x^2}{a^2-x^2}$ besteht, offenbahr ein unächter Bruch ist. Demnach ist die Erleuchtung in jedem Punkte D grösser, als die Erleuchtung $2m$ in der Mitte C.

§. 24. Anm. Vorstehende Untersuchungen von §. 18. an, über Vergleichung der Stärke des Lichts, gründen sich blos auf dessen Ausbreitung durch ein freyes Mittel, oder einen leeren Raum, und betreffen nur das, was man eigentlich Erleuchtung §. 11. nennt, d. i. die Helligkeit, die der leuchtende Körper auf dem erleuchteten hervorbringt. Will man diese Untersuchungen auch auf die Helligkeiten zweyer leuchtenden Körper, auf die wahre und scheinbare Helligkeit §. 12, und auf diejenigen Fälle ausdehnen, wo das Licht durch mancherley Mittel (durchsichtige Körper) gehet, oder von allerley Körpern reflectirt (zurückgeworfen) wird; so gehören dazu mancherley sorgfältig angestellte Versuche, welche die angewandte Mathematik der eigentlichen Physik überlassen muß. Alle dergleichen Untersuchungen über die Stärke des Lichts machen zusammen eine eigene Wissenschaft, Photometrie, aus, die erst in unserm Jahrhunderte durch die Bemühungen der Herrn Bouguer und Lambert, den optischen Wissenschaften beygefügt worden ist.

2 Vom Schatten.

§. 25. Erkl. Wirft ein leuchtender Punkt sein Licht auf einen dunklen undurchsichtigen Körper: so muß auf der abgekehrten Seite ein Raum seyn, in welchen kein Licht von dem leuchtenden Punkte kommen kann. Dieser des Lichts beraubte Raum, der eigentlich eine vom Licht umgränzte Finsterniß ist, heißt der Schatten, umbra, und man sagt: daß der dunkle Körper in diesen Raum seinen Schatten werfe, und daß die Gegenstände in diesem Raum im Schatten liegen. Wird dieser körperliche Schattenraum von einer Fläche, sie mag eben oder gebogen seyn, geschnitten: so heißt die Durchschnittsfigur die Projection des Schattens auf dieser Fläche, oder der Schlagschatten.

§. 26. Zus. 1. Fällt von einem leuchtenden Punkte Licht auf einen dunklen Körper: so läßt sich dessen Schatten bestimmen, wenn man durch den leuchtenden Punkt und alle Punkte in den Gränzen des Körpers gerade Linien, die diese Gränzen berühren, legt, und sie auf der vom leuchtenden Punkte abgekehrten Seite verlängert; da sie dann die Finsterniß begränzen, welche von den Strahlen des leuchtenden Punktes, die der Körper nicht auffängt, umgeben wird. Die Figur des Schattens wird sich dann nach der Figur und Lage des Körpers richten.

Es sey z. E. (Fig. 118.) A ein leuchtender Punkt, der Hauptstrahl AE senkrecht auf die Linie FG, und die Seitenstrahlen AF, AG, beliebig nach B, D, verlängert. Dreht sich nun die Figur um AC als um ihre Axe, so entsteht ein senkrechter Kegel, der durch den

den dunklen undurchsichtigen Kreis FG, als die Gränze des Lichts und Schattens, in das vordere helle, und in das hintere verfinsterte ohne Ende fortgehende Stück getheilt wird. Letzteres ist der Schatten des Kreises FG, und ein Durchschnitt dieses Schattens BD der projicirte Schatten.

§. 27. Zus. 2. Ganz verfinstert kann der Schattenraum deshalb nicht seyn, weil die umstehenden Körper von dem Lichte, welches auf sie fällt, etwas in diesen Schattenraum schicken; daher auch die Objecte, welche im Schatten liegen, nicht ganz unsichtbar seyn können.

§. 28. Zus. 3. Da in einem leuchtenden Körper von merklicher Grösse mehrere leuchtende Punkte sind, die ihr Licht auf den dunklen Körper schicken: so läßt sich der Schatten für jeden dieser Punkte nach §. 18. bestimmen.

§. 29. Zus. 4. (Fig. 120.) Wären drey leuchtende Punkte A, B, C, für den Gegenstand DE: so sind die einzelnen Schatten DEaa, DEbb, DEcc, die den gesammten Schatten geben; wovon der mittlere Theil bDEc, den die einzelnen Schatten alle gemein haben, der volle Schatten, oder der Kernschatten heißt; die übrigen Theile aber bDc, cEb, die von einzelnen Punkten noch Licht erhalten, den Halbschatten ausmachen, der nach aussen allmählig schwächer wird.

§. 30. Anm. Von der Oberfläche eines leuchtenden Körpers wirft nur ein Theil sein Licht nur auf einen Theil der Oberfläche des dunklen Körpers. Die Grösse dieser Theile, wie auch die Gestalt und Grösse des Kernschattens und Halbschattens, und beyder Projection auf einer Ebene von gegebener Lage, beruhet auf der Grösse und Gestalt

stalt beyder Körper, und auf ihrer Entfernung von einander. Ist der leuchtende Körper in Vergleichung mit dem dunklen, nur klein, wie die Flamme einer Lampe mit den Dingen im Zimmer: so kann man ihn als einen leuchtenden Punkt betrachten, und es entsteht nur ein Kernschatten von einer Pyramiden- oder Kegelförmigen Gestalt. Sind beyde Körper von gleicher Grösse: so ist der Schatten prismatisch. Sind beyde von ungleicher Grösse: so ist der Schatten Kegel- oder Pyramidenförmig, und zwar so, daß er entweder in eine Spitze ausgehet, oder sich ins Unendliche verbreitet; je nachdem der dunkle Körper kleiner oder grösser ist.

§. 31. Lehnsatz. Aufg. (Fig. 121.) Zwey Kreise in einerley Ebene sind ihrer Lage und Grösse nach gegeben; man soll die Lage einer geraden Linie finden, die beyde Kreise zugleich berühre.

Aufl. Es seyen die Mittelpunkte der Kreise A, B, deren Abstand AB = a, die Halbmesser AC = r, und BD = ϱ.

I. Wäre nun GH, die mit AB verlängert in K zusammenläuft, die verlangte Berührungslinie: so stünden die Halbmesser AG, BH, auf ihr senkrecht, und eine Linie BE mit GH parallel, wäre ebenfalls auf beyden Halbmessern senkrecht, und schnitte die AG in E; da dann für den sin tot = 1, sin ABE = $\frac{AE}{AB}$ = $\frac{r-\varrho}{a}$ ist, welches die Lage der BE giebt. Macht man auf diese AG, BH, senkrecht, so bestimmen sich die gesuchten Punkte G, H.

II. Sollte MN, welche die AB in O zwischen A und B schneidet, die Berührungslinie seyn: so stehen BM,

BM, AN, auf ihr senkrecht, und es ist $r : \varrho = AO : BO$, folglich $r + \varrho : \varrho = a : BO$, folglich $BO = \frac{a\varrho}{r+\varrho}$, und sin $BOM = \frac{BM}{BO} = \varrho \cdot \frac{r+\varrho}{a\varrho} = \frac{r+\varrho}{a}$.

§. 32. Zus. 1. Durch K sowohl, als durch O lassen sich zwey solche Berührungslinien ziehen, die sich nur durch entgegengesetzte Lagen von einander unterscheiden. In der Figur sind sie mit denselben, aber kleinen Buchstaben bezeichnet. Es sind nämlich G, H, so wie g, h, zwey zusammengehörige Berührungspunkte, wovon das eine Paar über AB eben so liegt; wie das andre unter AB. Eben so sind M, N, wie auch m, n, zusammengehörige Berührungspunkte, aber auf entgegengesetzten Seiten der AB.

§. 33. Zus. 2. Durch geometrische Verzeichnung findet man GH, wenn man über AB einen halben Kreis beschreibt, in denselben die $AE = r - \varrho$ trägt, sie bis G verlängert, und ihr BH parallel ziehet.

Für MN trage man eine Linie $= r + \varrho$ in den gezogenen Halbkreis, die den gegebenen Kreis in N schneidet, und ziehe ihr die BM parallel.

§. 34. Zus. 3. Da $AEB = R$, so ist $CAG = R - ABE$; und da $EBH = R$, so ist $DBH = R + ABE$.

§. 35.

§. 35. Zuſ. 4. Da BE mit GK parallel, ſo iſt AE : AB = AG : AK d. i. $r - \varrho : a = r : AK$, folglich $AK = \frac{ar}{r-\varrho}$, folglich $BK = AK - AB = \frac{ar}{r-\varrho} - a = \frac{a\varrho}{r-\varrho}$.

Eben ſo findet man $AO = AB - BO = a - \frac{a\varrho}{r+\varrho}$ §. 31. II. $= \frac{ar}{r+\varrho}$.

§. 36. Zuſ. 5. Hat man die AK gefunden, ſo kann man über ihr einen halben Kreis beſchreiben, in denſelben AG = r eintragen, wodurch man die Lage von AG erhält, weil AGK = R. Auf ähnliche Art kann man mit BK verfahren, um die Lage von BH zu finden.

Auf gleiche Art verfahre man mit BO, AO, um die Lagen von BM, AN zu finden.

§. 37. Zuſ. 6. Da BE mit GK parallel: ſo iſt $\sin BKH = \sin ABE = \frac{r-\varrho}{a}$ §. 31. I. $= \cos HBL = \cos GAC$. Eben ſo iſt $\sin BOM = \frac{r+\varrho}{a}$ §. 32. II. $= \cos DBM$.

§. 38. Aufg. (Fig. 121.) Zwey Kugeln, von denen die gröſſere leuchtend, die kleinere dunkel und undurchſichtig iſt, ſind ihrer Lage und Gröſſe

Gröſſe nach gegeben; man ſoll die Gröſſe und Abwechſelung des Lichts und Schattens finden.

Aufl. I. Es ſeyen die Halbmeſſer der Kugeln AC = r, BD = ϱ und ihrer Mittelpunkte Abſtand AB = a gegeben. Man beſchreibe mit r, ϱ Kreiſe um A, B, und ziehe die Berührungslinien nach §. 31. Drehet ſich nun die Figur um AK als um eine Axe: ſo werden von den Kreiſen Kugeln, und von den Tangenten Kegel beſchrieben; da dann die Fläche KHh den Kernſchatten, tOt den Halbſchatten beſchreibt §. 29, und die Sehnen Hh, Mm, Durchmeſſer zweyer den Polen D, L, zugehöriger Parallelkreiſe ſind, welche die Oberfläche der dunkeln Kugel in zwey Segmente, nnd eine dazwiſchen liegende Zone eintheilen, von denen das vordere Segment MDm in vollem Lichte, das hintere HLh in vollem Schatten, und die Zone Hh Mm im Halbſchatten liegt. Von der leuchtenden Kugel aber wirft nur das Segment GCg ſein Licht auf das Segment der dunkeln Kugel HDh.

Es iſt aber $BK = \frac{a\varrho}{r-\varrho}$ §. 35. und $BO = \frac{a\varrho}{r+\varrho}$ §. 31; $\text{cof HBL} = \text{cof GAC} = \frac{r-\varrho}{a}$ und $\text{cof DBM} = \text{cof NAC} = \frac{r+\varrho}{a}$ §. 37; da ſich dann aus HBL, und DBm auch HBm ergiebt.

II. Wird der Schattenkegel in der gegebenen Entfernung Bp = b ſenkrecht auf ſeine Axe geſchnitten: ſo erhält man die projicirten Schattenkreiſe, wozu die Halbmeſſer ps, pt gehören; da dann ps = Kp. tang BKH = (BK − b) tang ABE, und pt = Op. tang BOm = (BO + b) tang BOm.

§. 39.

§. 39. Zuſ. 1. Bleiben r und ϱ unverändert, ſo wird BK $= \frac{\varrho a}{r - \varrho}$ §. 35. zugleich mit a vermehrt oder vermindert. Sind r und ϱ weniger von einander unterſchieden, ſo wird BK gröſſer. Wäre ϱ gegen r nicht zu achten, ſo wird BK ſowohl als BO $= \frac{\varrho a}{r}$.

§. 40. Zuſ. 2. Iſt $r = \varrho$, ſo wird BK unendlich groß, und ſin BKH $=$ cof HBL $= 0$; das heißt, der volle Schatten wird cylindriſch aber BO $= \frac{\varrho a}{r + \varrho}$ wird $= \frac{1}{2}a$, und ſin BOm $=$ cof OBm $= \frac{r + \varrho}{a}$ wird $= \frac{2r}{a}$.

§. 41. Zuſ. 3. Iſt $\varrho > r$, das heißt, die kleinere Kugel die leuchtende, und die gröſſere die erleuchtete, ſo wird BK $= -\frac{\varrho a}{\varrho - r}$, und ſin BKH $= -\frac{\varrho - r}{a}$, das iſt der volle Schatten wird ein abgekürzter Kegel, deſſen Spitze von der dunkeln Kugel nach der Seite fällt, wo das Licht herkömmt; wie man ſich verſinnlichen kann, wenn man die Kugel um B als die leuchtende betrachtet. Man nennt dieſen Schatten korbförmig, becherförmig.

§. 42. Zuſ. 4. Sind die Kugeln ungleich, ſo iſt allemahl DBH $>$ R, und CAG $<$ R, §. 34. Daher

her wird von der kleinern Kugel mehr, von der gröſsern weniger, als die Hälfte erleuchtet; und von der kleinern leuchtet mehr, von der gröſsern weniger als die Hälfte. Sind die Kugeln gleich, ſo iſt die Hälfte leuchtend, und erleuchtet.

§. 43. Erkl. (Fig. 122.) Der Schatten AB, den ein lothrecht ſtehender Körper AC auf eine wagrechte Ebene wirft, heiſst der gerade Schatten, umbra recta. (Fig. 123.) Der lothrechte Schatten AB, den ein wagrechter Körper AC auf eine lothrechte Ebene MN wirft, heiſst der verkehrte Schatten, umbra verſa.

Da hier nur die Länge des Schattens geſucht wird, ſo betrachtet man auch nur die Länge des Körpers, welches ein Stift, oder eine gerade Linie AC ſeyn kann; durch deren Gränze C ein Lichtſtrahl SB die Länge des Schattens AB beſtimmt.

§. 44. Erkl. Der Winkel, den der Lichtſtrahl SB durch die Gränze C entweder mit der wagrechten Ebene, oder mit der lothrechten Linie macht, heiſſe im erſten Falle des Punktes S Höhe über den Horizont, im zweyten ſein Abſtand vom Scheitel.

§. 45. Zuſ. Wäre AC vertical, und AB horizontal, ſo wäre ABC die Höhe des leuchtenden Punktes S. §. 43. Setzt man dieſe $= x$, ſo iſt $\frac{AC}{AB} = \text{tang } x$. Iſt aber AC horizontal, und AB vertical, ſo iſt $ACB = x$ und $\frac{AC}{AB} = \text{cot } x$.

§. 46. Aufg. (Fig. 122.) Die Länge des Körpers AC, die Länge des geraden Schattens AB, und die Höhe ABC des leuchtenden Punktes S mit einander zu vergleichen.

Aufl. Für sin tot = 1, hat man 1 : tang ABC = AB : AC, wodurch man jedes dieser drey Dinge aus den beyden übrigen finden kann.

§. 47. Zus. 1. Wird der lothrechte Stift AC von der Sonne beschienen: so sind, wegen ihrer grossen Entfernung von der Erde, alle Strahlen, die von ihr aus einem Punkte kommen, als parallel anzusehen §. 17. und man kann also jeden Punkt in ihr als den leuchtenden Punkt §. 43. ansehen. Wären nun SB, VD, TE, Strahlen von ihrer Mitte, und ihrem obern und untern Rande, alle drey in der lothrechten Ebene durch AC: so wären die Winkel bey B, D, E, die Höhen der Mitte, und des obern und untern Randes, und AB, AD, AE, die dazu gehörigen Schattenlängen, von denen AD der volle Schatten, und DE der Halbschatten ist §. 29, AB aber der mittlere Schatten genannt wird.

§. 48. Zus. 2. Aus CA, und ACD findet man den vollen Schatten AD §. 46. Ist nun auch TCV = DCE, welches der Sonne scheinbarer Durchmesser heißt, und ohngefähr 32 Minuten beträgt, gegeben: so kann man, da AEC = ADC − DCE ist, auch AE, folglich den Halbschatten DE = AE − AD finden.

§. 49.

§. 49. Zuſ. 3. Setzt man ACD $= \alpha$, DCE $= \beta$; alſo ACE $= \alpha + \beta$: ſo iſt tang ACE $= \frac{\text{tang}\,\alpha + \text{tang}\,\beta}{1 - \text{tang}\,\alpha \cdot \text{tang}\,\beta}$ (Trigon. §. 42.) folglich tang ACE − tang ACD $= \frac{\text{tang}\,\alpha + \text{tang}\,\beta - \text{tang}\,\alpha + \text{tang}\,\alpha^2 \cdot \text{tang}\,\beta}{1 - \text{tang}\,\alpha \cdot \text{tang}\,\beta}$ $= \frac{\text{tang}\,\beta\,(1 + \text{tang}^2\alpha)}{1 - \text{tang}\,\alpha \cdot \text{tang}\,\beta} = \frac{\text{tang}\,\beta \cdot \text{sec}\,\alpha^2}{1 - \text{tang}\,\alpha \cdot \text{tang}\,\beta}$; welcher Werth zugleich mit α wächſt, weil β unverändert bleibt, das heißt, der Halbſchatten DE wird deſto gröſſer, je kleiner die Sonnenhöhe iſt. Für den mittlern Schatten AB, iſt ACB $= \alpha + \frac{1}{2}\beta$; und man erhält auf eben die Art tang ACB − tang ACD $= \frac{\text{tang}\,\frac{1}{2}\beta \cdot \text{sec}\,\alpha^2}{1 - \text{tang}\,\alpha \cdot \text{tang}\,\frac{1}{2}\beta}$ woraus folgt, daß DB deſto kleiner wird, je höher die Sonne ſtehet.

§. 50. Zuſ. 5. (Fig. 124.) Wäre AB eine zu meſſende Höhe (z. E. die Aegyptiſche Pyramide, die Thales maß) und DE ein Stab lothrecht in die Erde ſo geſteckt, daß beyder Schatten in einerley Punkte C aufhören, ſo iſt CE : CB = DE : AB, und man kann CE, CB, DE, meſſen. Hiebey könnte man (weil die Sonnenſtrahlen parallel gehen §. 47.) den Stab auch auſſerhalb des Schattens der zu meſſenden Höhe einſtecken, wenn man nur beyder Schatten genau zu gleicher Zeit mißt. Am ſicherſten nimmt man dergleichen zu Mittag vor, wo die Sonne am höchſten ſtehet, alſo der Halbſchatten am kürzeſten iſt §. 49.

3. Vom Sehen.

§. 51. Erfahr. Kann das Sonnenlicht blos durch eine kleine Oeffnung in der Wand eines Zimmers, in dasselbe dringen; so wird der Theil des Bodens, der mit der Oeffnung und der Sonne in gerader Linie liegt, erleuchtet.

§. 52. Zuf. 1. Wäre die Oeffnung ein einziger Punkt C (Fig. 122.) so wäre er die Spitze zweyer Lichtkegel, VCT nach der Sonne, und DCE im Zimmer. Der erste wird von der Sonnenscheibe, der zweyte vom Boden des Zimmers schief geschnitten, und macht einen hellen elliptischen Raum, dessen Mittelpunkt B mit dem Punkte C und der Sonne Mittelpunkt S in gerader Linie liegt. Ist aber (Fig. 125.) obige Oeffnung ein Kreis von einer geringen Grösse: so ist eine gerade Linie SC durch seinen und der Sonne Mittelpunkt ein Lichtstrahl, der den Boden in B trifft. Legt man durch diesen, und einen beliebigen Punkt V im Rande der Sonne eine Ebene: so wird diese den Rand der Oeffnung in irgend einem Punkte F schneiden, und VF ein Lichtstrahl seyn, der den Boden in E trifft. Dergleichen Strahlen ringsum genommen, machen ebenfalls eine helle Ellipse, deren Mittelpunkt B ist. Schnitte der Lichtcylinder eine Ebene parallel mit der Oeffnung: so wäre das Sonnenbild auf dieser Ebene ein Kreis.

§. 53. Zuf. 2. In der lothrechten Mauer eines hohen Gebäudes mache man ein Loch, und schliesse es mit einer metallnen Platte, worinn eine kleine kreisförmige Oeffnung ist, daß CA (Fig. 122.) das Loth

vom

vom Mittelpunkte der Oeffnung C bis zum wagrechten Boden sey, und zugleich mit der wagrechten Linie AB im Boden nach einerley Maasse genau gemessen werde. Fällt nun das Sonnenlicht durch diese Oeffnung in das grosse Gebäude, und macht auf dem Boden ihr elliptisches Bild: so dient diese Vorrichtung, die man einen Gnomon nennt, zu §. 46; indem CA die Stelle des Stifts, und AB die Stelle des Schattens daselbst vertritt. Der nähere Gebrauch des Gnomons kann erst in der Astronomie gelehrt werden.

§. 54. Erfahr. Fällt von einem stark erleuchteten Gegenstande das Licht durch die kleine kreisförmige Oeffnung eines **verfinsterten Zimmers**, camera obscura, auf eine weisse Wand hinter der Oeffnung: so erscheint auf solcher ein **umgekehrtes Bild des Gegenstandes**, welches desto kleiner, heller und deutlicher ist, je kleiner die Oeffnung, je näher ihr die weisse Wand, und je weiter der Gegenstand ist.

§. 55. Zus. 1. Von jedem Punkte in der Oberfläche des Gegenstandes gehet ein Strahlenkegel durch die Oeffnung, und bildet auf der verticalen Wand einen Kreis, der desto kleiner seyn muß, je weiter der Gegenstand, je kleiner die Oeffnung und je näher die weisse Wand ist; so daß es endlich gleichsam in einen hellen Punkt übergehet, und als ein Bild des strahlenden Punktes angesehen werden kann, der sein Licht ins Auge schickt, als käme es von dem strahlenden Punkte unmittelbar her. Da nun jeder andre Punkt des Gegenstandes, unter obigen Bedingungen, eben so einen hellen Punkt an der weissen Wand, abgesondert

von den übrigen, macht: so erhält das Auge von allen diesen Punkten an der Wand in eben der Ordnung Licht, als würde es ihm von den Punkten des Gegenstandes selbst zugeschickt, und man glaubt also, den Gegenstand an der weissen Wand zu erblicken.

Nimmt man hingegen an, daß, bey einerley Entfernung des Gegenstandes, die Oeffnung groß, oder die weisse Wand weiter ab sey: so bilden sich von jedem Punkte des Gegenstandes grössere Lichtkreise, die nicht mehr abgesondert sind, sondern zum Theil auf einander fallen. Demnach wird hier das Licht von jedem Punkte, durch seine weitere Ausbreitung, geschwächt, und das Licht von mehrern Punkten unter einander gemischt, daher auch das Bild nicht mehr hell und deutlich ist.

Oeffnet man in beyden Fällen das Zimmer: so fällt Licht von mehrern Gegenständen zugleich auf die weisse Wand, und man wird gar keine Abbildung darauf mehr erblicken.

§. 56. Zus. 2. Da die Hauptstrahlen obiger Lichtkegel im Mittelpunkte der Oeffnung einander durchkreuzen: so trift der Hauptstrahl eines obern und eines untern Punkts im Gegenstande die weisse Wand in einer untern und obern Stelle; daher der Gegenstand umgekehrt abgebildet wird. Aus eben dem Grunde wird auch die rechte und linke Seite verwechselt.

§. 57. Zus. 3. Setzt man hinter die Oeffnung des verfinsterten Zimmers ein erhoben geschliffenes Glas: so kann sie grösser seyn, auch die weisse Wand weiter entfernt werden, und doch werden die Bilder darauf noch lebhafter, auch grösser. Diese Einrichtung verstehe

ſteht man eigentlich unter einem verfinſterten Zimmer, camera obſcura, ſie kann aber erſt in der Dioptrik erklärt werden.

§. 58. Erfahr. Löſet man die harte Haut am hintern Theile des Auges eines Cadavers geſchickt ab: ſo zeigt ſich auf der darunter befindlichen durchſichtigen Haut, eben ſo, wie auf der weiſſen Wand des verfinſterten Zimmers, ein umgekehrtes ſehr lebhaftes Bild eines jeden Gegenſtandes, gegen den man die vordere Seite des Auges ſtellet.

§. 59. Zuſ. 1. Man erblickt an dem vordern Theile des Auges eine kreisförmige mit einer durchſichtigen Haut bedeckte Oeffnung, die der Augenſtern, pupilla, heißt. Durch dieſe muß, wie durch die Oeffnung im verfinſterten Zimmer, das Licht von den Gegenſtänden fallen, die ſich auf der feinen im Boden des Auges befindlichen Haut, der Netzhaut, retina, abbilden, und dieſe Bilder müſſen unſtreitig die Empfindung hervorbringen, die wir das Sehen nennen.

§. 60. Zuſ. 2. Die Zergliederer des Auges finden darinnen hinter dem Sterne einen durchſichtigen, dem erhoben geſchliffenen Glaſe ähnlichen Körper, den ſie die Criſtallinſe, lens criſtallina, nennen. Dieſe muß verurſachen, daß die Bilder auf der Netzhaut ſo lebhaft erſcheinen, §. 57. wovon in der Dioptrik das Nähere folgen wird. Die Mitte dieſer Criſtallinſe ſoll der Mittelpunkt des Auges, und die gerade Linie durch ſie und die Mitte des Sterns, die Augenaxe heiſſen.

§. 61. Zuſ. 3. (Fig. 124.) Eine gerade **Linie** AC von einem leuchtenden Punkte A, nach dem **Mittelpunkte** des Auges C, iſt der Hauptſtrahl des **Lichtkegels**, den der leuchtende Punkt ins Auge ſchickt §. 15.

Anm. Zu den folgenden Unterſuchungen iſt es hinreichend, einen ſolchen Hauptſtrahl allein zu betrachten.

§. 62. Zuſ. 4. Einen ſichtbaren Punkt A erblickt das Auge C in der Linie CA, oder in der Richtung, in welcher der Hauptſtrahl von A durch C die Netzhaut trifft; aber blos hieran unterſcheidet es nicht, in welchem Punkte der Linie CA, der ſichtbare Punkt A ſey, und es iſt in Abſicht auf die Empfindung einerley, ob man in ſolcher Linie A oder D erblicke.

§. 63. Zuſ. 5. Die Lage zweyer Punkte A, B, oder die Gröſſe einer Linie AB, kann man mittelſt der Empfindung nicht anders beurtheilen, als daß man von dieſen Punkten gerade Linien AC, BC, nach dem Mittelpunkte des Auges ziehet, und ihre Lage nach dem Winkel ACB, den dieſe Linien an C machen, ermißt.

§. 64. **Erkl.** (Fig. 124.) Der Winkel ACB, deſſen Spitze der Mittelpunkt des Auges C, und deſſen Schenkel nach den beyden Endpunkten des Gegenſtandes AB lauffen, heißt überhaupt der Sehewinkel, angulus opticus, insbeſondere aber die ſcheinbare Gröſſe, magnitudo apparens, des Gegenſtandes.

§. 65. Anm. Wir beurtheilen die Gröſſe eines Gegenſtandes vornämlich nach der Gröſſe des Sehewinkels, richten uns aber dabey zugleich nach der Helligkeit und andern Umſtänden. Hier betrachten wir blos das erſte, und nehmen die ſcheinbare Gröſſe blos geometriſch nach dem Sehewinkel.

§. 66.

§. 66. Zuſ. 1. Gegenſtände AB, DE, die beyde unter einerley Sehewinkel ACB geſehen werden, haben einerley ſcheinbare Gröſſe.

§. 67. Zuſ. 2. Iſt bey B ein rechter Winkel: ſo iſt für den Gegenſtand AB, in der Entfernung vom Auge BC, tang ACB $= \frac{AB \cdot \text{ſin tot}}{BC}$. Oder allgemein: wenn p die ſcheinbare, a die wahre Gröſſe des Gegenſtandes, und d ſeine Entfernung vom Auge bedeutet, iſt tang p $= \frac{a}{d}$, für ſin tot $= 1$; wodurch man jedes dieſer drey Dinge aus den beyden übrigen finden kann.

§. 68. Zuſ. 3. Bedeuten q, α, δ, das Aehnliche von p, a, d, in §. 67. ſo iſt tang p : tang q $= \frac{a}{d} : \frac{\alpha}{\delta}$ $= a\delta : \alpha d$, d. i. „die Verhältniß dieſer Tangenten iſt „aus der geraden der Gegenſtände, und der verkehrten „der Entfernungen zuſammengeſetzt."

§. 69. Zuſ. 4. Die Verhältniß §. 68. wird $\delta : d$, für $a = \alpha$; und $a : \alpha$, für $d = \delta$, d. i. „Die „verkehrte der Entfernungen bey gleichen Gegenſtänden, und die gerade der Gegenſtände bey gleichen Entfernungen." Für $p = q$ iſt $a\delta = \alpha d$, folglich $a : \alpha = d : \delta$, d. i. „Sollen beyde Gegenſtände einerley ſcheinbare Gröſſe haben: ſo müſſen ſie ſich wie die Entfernungen verhalten."

§. 70. Anm. Bey kleinen Winkeln kann man p, q, ſelbſt anſtatt der Tangenten in §. 67. 68. 69. ſetzen. (Trigon. §. 48, 8.)

§. 71. Zuſ. 5. In §. 67. ſtellt man ſich einen Perpendikel CB vom Auge nach dem Gegenſtande vor. Wäre nun ein Gegenſtand AG nicht ganz zwiſchen dieſem Perpendikel und CA enthalten: ſo müßte man BCA und BCG beſonders berechnen, um daraus ACG zu finden.

§. 72. Zuſ. 6. Die Rechnung in §. 71. erfodert, daß man wiſſe, welchen Punkt des Gegenſtandes der Perpendikel vom Auge treffe, welches ſich bey Gegenſtänden in groſſer Ferne nicht wohl beſtimmen läßt. Wüßte man aber, daß der Gegenſtand AB gegen die Weite CB oder CA nur ſehr klein ſey: ſo könnte man △BCA für gleichſchenklicht annehmen (Geom. §. 74.) und $\sin \frac{1}{2} p = \frac{\frac{1}{2} a}{d}$ ſetzen (Trigon. §. 55.)

§. 73. Zuſ. 7. (Fig. 125.) Aus dem Durchmeſſer DE des Sonnenbildes im Zimmer §. 52, und den Entfernungen ſeiner Endpunkte vom Mittelpunkte C der Oeffnung läßt ſich der Sonne ſcheinbarer Durchmeſſer TCV = DCE, für ein Auge im Mittelpunkte der Oeffnung, berechnen.

§. 74. Zuſ. 8. (Fig. 121.) Gehen vom Mittelpunkte des Auges O Tangenten ON, On, nach dem größten Kreiſe einer Kugel, deren Mittelpunkt A iſt, und eine Linie OC nach dieſem Mittelpunkte, die alſo den Winkel NOn = p halbirt: ſo iſt, wenn man AN = r ſetzt, NOA der ſcheinbare Halbmeſſer der Kugel = $\frac{1}{2} p$, und $\sin \frac{1}{2} p = \frac{r}{d} = \text{cof NAC}$.

Be-

Bedeuten q, ϱ, δ, das Aehnliche für eine andre Kugel: so ist sin ½ p : sin ½ q = rδ : ϱd; da dann ähnliche Schlüsse, wie §. 69. 70. statt finden.

§. 75. Zus. 9. Die Sehne eines Kreises erscheint dem Auge im Umkreise allenthalben unter gleichen Sehewinkeln. Geom. §. 171, folglich gleich groß §. 66. Hienach waren die amphitheatra der Alten eingerichtet.

§. 76. Zus. 10. Die Gegenstände entziehen sich unserm Gesichte, wenn wir uns so weit von ihnen entfernen, daß ihr Sehewinkel unmerklich wird. Wie klein hiezu dieser Winkel seyn müsse, ist nicht bey allen Augen, und für alle Gegenstände einerley. Will Jemand die Schärfe seines Gesichts prüfen: so entferne er sich von einem Gegenstande, bis solcher ihm unsichtbar wird, und vergleiche diese Entfernung mit der wahren Grösse des Gegenstandes. Z. E. nach Smiths Lehrbegriff der Optik von Kästner. Altenburg 1755. 4. S. 29. konnte ein scharfes Auge einen weissen Kreis auf schwarzem Grunde, oder einen schwarzen auf weissem Grunde nicht mehr erkennen, wenn seine Entfernung vom Auge 5156 mahl grösser als der Durchmesser des Kreises, folglich der Sehewinkel unter ⅔ einer Minute war. Denn es sey (Fig. 124.) BA des Kreises Halbmesser, und CB = 10312 . BA: so ist tang ACB = $\frac{BA}{CB} = \frac{1}{10312}$, folglich log tang ACB = 10 − log 10312 = 5,9866575, welches einen Winkel zwischen 19 und 20 Secunden giebt, dessen Doppeltes zwischen 38 und 40 Secunden fällt.

§. 77.

§. 77. Zuſ. 11. Wollte man CB aus ACB und AB finden: ſo iſt CB = BA . cot ACB. So findet man z. E. hienach, daß ein Menſch, der 5 Fuß lang iſt, und unter einem Winkel von 4 Minuten erſcheinen ſoll, 4297 Fuß weit ſeyn müſſe. Setzt man für die Länge des Kopfs $\frac{1}{8}$ der ganzen Länge: ſo erſcheint der Kopf unter einem Winkel von $\frac{1}{2}$ Minuten; alſo noch kennbar; aber Theile des Angeſichts erſcheinen unter ſo kleinen Winkeln, daß ſie nicht mehr unterſchieden werden können. Demnach kann eine entlegene Sache im Ganzen, und in ihren Hauptheilen, kenntlich ſeyn, ohne daß man ihre kleinen Theile wahrnehmen könne.

§. 78. Zuſ. 12. Parallellinien müſſen dem Auge da zuſammen zu lauffen ſcheinen, wo ihr Abſtand von einander unter einem unmerklichen Sehewinkel erſcheint. Eine Allee von Bäumen ſcheint daher, je länger ſie iſt, immer deſto ſchmäler; hohe Gebäude aber ſcheinen vorwärts zu hangen, weil wir ihre verticale Wand mit einer Linie, die durch das Auge der Wand parallel gehet, vergleichen. Aus eben dem Grunde ſcheint ſich auch eine Ebene in der nach §. 76. zu beſtimmenden Weite, bis zum Auge zu erheben, und der ganze Theil der Ebene, den das Auge nach allen Seiten überſehen kann, ſcheint in einem Kreiſe, deſſen Halbmeſſer obige Weite iſt, eingeſchloſſen zu ſeyn. Dieſer Kreis heißt der Geſichtskreis, oder Horizont.

§. 79. Zuſ. 13. Ein Gegenſtand, der dem Auge zu nahe gebracht wird, erſcheint ihm nicht mehr deutlich, obgleich der Sehewinkel dadurch gröſſer wird. Die rechte Entfernung aber die er haben muß, wenn

er

er deutlich gesehen werden soll, ist nicht für jedes Auge einerley. Gemeiniglich pflegt man sie 8 Zoll groß anzunehmen, welches im Durchschnitt mit der Erfahrung übereinstimmt.

§. 80. Zus. 14. Von einem grossen Gegenstande übersieht das Auge auf einmahl nicht mehr, als was davon unter einem Sehewinkel von 90 Grad enthalten ist, und denjenigen Theil am deutlichsten, in dessen Nähe die Augenaxe §. 60. fällt. Daher lehrt uns die Natur schon von selbst, wenn wir ein Object ganz übersehen wollen, daß wir in die gehörige Entfernung treten, und die Augenaxe gegen die Mitte desselben richten; oder wenn wir das Object theilweise betrachten, daß wir die Augenaxe nach jedem Theile besonders wenden. Ein Kreis, dessen scheinbarer Halbmesser 45 Grad ist, der sich also vom Auge auf einmahl übersehen läßt, könnte das natürliche Gesichtsfeld, campus visionis, heissen.

§. 81. Erkl. (Fig. 126.) Die scheinbare Entfernung zweyer Objecte A, B, ist der Sehewinkel AOB, unter welchem ihre wahre Entfernung AB dem Auge O erscheint.

§. 82. Anm. Von der Entfernung AO eines Objects A vom Auge O giebt das blosse Gesicht keinen Begriff §. 62. und man lernt solche erst nach der Menge der Zwischendinge, nach der mehr oder mindern Deutlichkeit, in welcher der Gegenstand erscheint, und nach andern Umständen, schätzen; worinn durch mehrere Uebungen eine Fertigkeit entsteht, die man das Augenmaaß nennt, und sich auch auf Entfernungen der Objecte von einander erstreckt. Beyde Arten scheinbarer Entfernungen, worinn sich das Urtheil der Seele, wie bey der scheinbaren Gröfse §. 65. einmischt, muß man daher von der scheinbaren Entfernung §. 81, die blos durch reine Empfindung entsteht, wohl unterscheiden.

§. 83.

§. 83. Zuſ. 1. Die Lage der Objecte gegen unſer Auge wird durch ihre ſcheinbare Entfernung von einander, und durch ihre wahre Entfernung vom Auge beſtimmt. Denn es ſey M ein bekanntes Object, ſo iſt die Lage der Linie OM bekannt. Sind nun A, B, in einerley Ebene mit OM: ſo iſt deren Lage bekannt, wenn man die Winkel MOA, MOB, und die Linien OA, OB, kennet. Wäre B nicht in der Ebene AOM, und man fället auf ſie den Perpendikel BD, der die Ebene im Punkte D trifft: ſo iſt DOB der Linie OB Neigung gegen die Ebene (Geom. §. 378.) und zugleich die ſcheinbare Höhe des Objects B über der Ebene §. 64; da ſich dann aus den Winkeln MOD, DOB, und der Linie OB die Lage des Objects B völlig ergiebt.

§. 84. Zuſ. 2. Wird ein Object A aus zwey verſchiednen Punkten O, P, die mit M in gerader Linie ſind, betrachtet: ſo erſcheint es unter verſchiednen Entfernungen von M, und es iſt MPA>MOA. Der Unterſchied dieſer ſcheinbaren Entfernungen iſt = OAP (Geom. §. 99.) und heißt die Parallaxe, welche deſto kleiner iſt, je gröſſer OA, PA, gegen OP ſind.

§. 85. Zuſ. 3. Die ſcheinbare Geſtalt der Gegenſtände beruhet auf ihrer Entfernung vom Auge, und der ſcheinbaren Gröſſe und Lage ihrer Gränzen, und läßt ſich aus Obigem ableiten, wenn man die Einmiſchung des Gefühls und der Einbildungskraft von der reinen Empfindung des Sehens abſondert. Das Nähere davon lehrt die Perſpectiv.

§. 86. Anm. Wir ſehen von der Oberfläche der Körper nur das Stück, welches dem Auge zugekehrt iſt, und in gewiſſen Entfernungen erſcheint jeder Körper platt und wie eine ebene Figur: ein Würfel wie ein Quadrat; eine Kugel wie eine Scheibe; ein Cylinder und Priſma wie ein Rectangel; der Kegel und die Pyramide, wie ein Triangel. Da wir aber durch die Natur gewöhnt ſind, das Gefühl zu Hülfe zu nehmen, wo uns das Geſicht nicht genugſam

von

von der Beschaffenheit eines Gegenstandes unterrichten würde: so verbindet unsre Einbildungskraft gemeiniglich mit der Vorstellung des Gesichts die ehemaligen Empfindungen des Gefühls. Daher glauben wir die Entfernungen der Gegenstände zu erblicken, und verkörpern in unsrer Einbildung die platte Gestalt, in welcher wir die Körper sehen. Alsdann aber erscheint uns der Körper, wenn er eckig ist, rund; weil das Auge die Ecken nicht unterscheiden kann, und ihm ein Prisma wie ein Cylinder, eine Pyramide wie ein Kegel vorkömmt.

§. 87. Erkl. (Fig. 126.) Die Bewegung eines Punktes A in der Linie AB wird dem Auge O merklich, in so fern die scheinbare Entfernung des bewegten Punktes von einem festen Punkte M geändert wird. Die Grösse dieser Aenderung für eine bestimmte Zeit, giebt die scheinbare Geschwindigkeit.

§. 88. Zus. 1. Erscheint der Raum AC, den ein Punkt in einer kurzen Zeit, z. E. in einer Secunde, beschreibt, unter einem unmerklichen Winkel §. 76: so empfinden wir die Bewegung des Punktes nicht, sondern schliessen sie alsdann erst, wenn wir den Punkt nach einer längern Zeit an einem merklich verschiednen Orte B sehen.

§. 89. Zus. 2. (Fig. 127.) Ist OA auf AB senkrecht, so läßt sich aus der Verhältniß OA : AB der Winkel AOB, und aus diesem jene bestimmen. Ist die Bewegung des Punktes in der Linie AB gleichförmig: so läßt sich aus AOB, und der Zeit der Bewegung durch AB, der Winkel AOC für jede Secunde berechnen, und umgekehrt.

§. 90. Zus. 3. Bewegen sich zwey Punkte A, D, die mit dem Auge O in gerader Linie sind, in einerley Zeit durch AB, DE, die auf OA senkrecht sind: so verhalten sich ihre wahren Geschwindigkeiten, wie AB : DE; die Tangente der scheinbaren aber, tang AOB

$AOB : \text{tang } DOE = \frac{AB}{AO} : \frac{DE}{DO}$. Letztere sind also gleich, wenn $AB : AO = DE : DO$; wo also B, E, beständig in einer geraden Linie bleiben. Wären die wahren Geschwindigkeiten AB, DE, gleich: so wäre

$$\text{tang } AOB : \text{tang } DOE = \frac{1}{AO} : \frac{1}{DO} = DO : AO.$$

Weiß die Empfindung nichts von AD, so könnte $AB =$ oder $> DE$ seyn, und doch $AOB < DOE$ werden.

§. 91. Zus. 4. (Fig. 128.) Der Punkt A sey vom Auge O so weit entfernt, daß es ihn in der äussersten Gesichtsgränze §. 78. in a erblickt, und gehe durch AB, indem das Auge sich unbewußt aus O in M kömmt: so erblickt es ihn nunmehr in b, und er scheint um ab zurückgegangen zu seyn. Ein andrer Punkt C, der seinen Ort nicht verläßt, scheint durch ab zu gehen, indem das Auge von O nach M rückt. Letztres ist aus einer gemeinen Erfahrung bekannt, wenn wir uns z. E. auf einer Fähre mit mehrern Dingen zugleich und auf einerley Art bewegen. Denn alsdann sind wir uns unsrer Bewegung nicht bewußt, weil diese Dinge einerley Lage gegen uns behalten; aber diejenigen Objecte, deren Entfernungen von uns Aenderungen leiden, scheinen in Bewegung zu seyn.

§. 92. Anm. Die im Obigen gegebenen Regeln lehren, aus der Beschaffenheit der Dinge die Art, wie sie uns erscheinen müssen, herzuleiten; folglich auch umgekehrt, aus der Art, wie sie uns erscheinen, auf ihre wahre Beschaffenheit zu schliessen. Es ist daher ein ganz unschicklicher Ausdruck, wenn man dergleichen Erscheinungen, wie §. 91. und andere angeben, einen Betrug des Gesichts, einen optischen Betrug, Fallaciam opticam, nennt. Denn erschienen uns die Dinge nicht so, wie sie erscheinen: so würde uns dies auf ganz irrige Begriffe von ihrer wahren Beschaffenheit führen; und dann könnte man erst mit Recht unser Gesicht eines Betrugs beschuldigen. Will man ja diesen Ausdruck gebrauchen: so verstehe man dadurch das falsche Urtheil, das wir über die Beschaffenheit und den Zustand des gesehenen Gegenstandes fällen.

II.

Die Perspectiv.

I. Theoretischer Theil.

§. 1.

Erkl. (Fig. 129.) Wird zwischen einem Gegenstande ML, und dem Auge O, eine durchsichtige Ebene ABCD gesetzt, welche die Tafel heißt, und von den Lichtstrahlen MO, LO, in den Punkten I, K; geschnitten wird: so heissen diese Punkte, I, K, auf der Tafel, die perspectivischen Abbildungen, auch die Projectionen der Punkte M, L, des Gegenstandes.

§. 2. Zus. 1. Kömmt ein Lichtstrahl MO ins Auge, so unterscheiden wir nicht, ob derselbe von M oder I herkömmt, und MO, IO, erregen in uns einerley Empfindung (Opt. §. 62.) Daher können M und I Bilder von einander heissen.

§. 3. Zuſ. 2. Wäre IK ein Gegenſtand zwiſchen dem Auge O und einer Tafel, welche von den rückwärts verlängerten Lichtſtrahlen IO, KO, in M, L, getroffen wird: ſo wären dieſe Punkte M, L, die Projectionen, oder perſpectiviſchen Abbildungen der Punkte I, K, des Gegenſtandes; in welchem Falle die Tafel nicht durchſichtig zu ſeyn brauchte.

§. 4. Anm. Die Abbildung in §. 3. iſt im eigentlichen Verſtande eine Projection, ſo wie der Schatten in Opt. §. 25; ob man gleich dieſen Nahmen auch der Abbildung in §. 1. zu geben pflegt.

§. 5. Erkl. Die Ebene, auf welcher die Tafel §. 1. ſtehet, heißt die Fundamentalebene, der Grund, oder der Boden (dergleichen hier die Ebene des Papiers ſey) und die Linie AB, in der ſie von der Tafel geſchnitten wird, die Fundamentallinie.

§. 6. Anm. Die Tafel kann den Boden unter jedem beliebigen Winkel ſchneiden. Hier wollen wir uns blos auf den Fall, daß ſie ſenkrecht auf dem Boden ſey, einſchränken; auch kann man ſich den Boden horizontal, alſo die Tafel vertical vorſtellen.

§. 7. Erkl. Der Perpendikel OS, vom Auge auf den Boden, heißt die Höhe des Auges, und der Punkt S, wo er den Boden trift, der Fußpunkt.

§. 8. Erkl. Der Perpendikel OR, vom Auge auf die Tafel, heißt der Abſtand des Auges, und der Punkt R, wo er die Tafel trift, der Augenpunkt.

§. 9. Zuſ. Legt man durch OS, OR, eine Ebene ROST: ſo ſteht dieſelbe auf dem Boden und auf der Tafel ſenkrecht (Geom. §. 409.) und ihr Durchſchnitt RT mit der Tafel iſt auf dem Boden ſenkrecht (Geom. §. 415.) folglich auch auf AB und TS (Geom. §. 376.)

§. 376.) Demnach ist RT der OS, und OR der ST parallel und gleich, auch ROST ein Rectangel.

§. 10. Erkl. Die Ebene ROST §. 9. heißt die Verticalfläche des Auges, und ihr Durchschnitt mit der Tafel RT die Verticallinie des Auges.

§. 11. Aufg. (Fig. 129) Auf dem horizontalen Boden stehe die Tafel ABCD senkrecht, über der Fundamentallinie AB, und es sey die Lage des Auges O sowohl, als des Punktes M im Boden gegeben; man sucht die Projection I des Punktes M.

Aufl. Durch die Lage des Auges O ist OS = RT = a, und OR = ST = d gegeben. Von M falle auf AB ein Perpendikel MN = δ, der durch die Lage des Punktes M gegeben ist. Endlich ist durch die Lage von O und M die Linie TN = n gegeben.

Da OS senkrecht auf den Boden: so ist so wohl die Ebene MOS, als auch ihr Durchschnitt mit der Tafel WI = x, auf den Boden senkrecht, also mit OS parallel. Demnach ist MS : MW = OS : WI. Nun ist auch (weil △ STW ∼ △ MNW) MW : WS = MN : ST, und daher MS : MW = MN + ST : MN. Folglich ist MN + ST : MN = OS : WI, d. i. $\delta + d : \delta = a : x$, folglich $x = \frac{a\delta}{d+\delta}$.

Ferner ist TW : WN = TS : MN, und daher TW : TN = TS : TS + MN, d. i. wenn man TW = y setzt, $y : n = d : d + \delta$. Folglich ist $y = \frac{nd}{d+\delta}$

$\frac{nd}{d+\delta}$; da dann durch y und x der Punkt I gegeben iſt.

§. 12. Zuſ. 1. Iſt eine Linie ſenkrecht auf den Boden in M, folglich der OS parallel, L ein Punkt in dieſer Linie in der Höhe ML = α, und K ſeine Projection: ſo iſt L in der Ebene durch die Parallelen LM, OS, folglich in der Ebene MOS (Geom. §. 388.) folglich LO und K auch in dieſer Ebene, folglich K in dieſer Ebene Durchſchnitte mit der Tafel, d. i. in der verlängerten WI, wovon IK = z die perſpectiviſche Höhe heiſſe. Demnach iſt OM : OI = ML : IK. Nun iſt auch OM : OI = SM : SW, aber WM : SW = MN : ST, alſo SM : SW = MN + ST : ST. Folglich iſt MN + ST : ST = ML : IK, d. i. $\delta + d : d = \alpha : z$, folglich $z = \frac{\alpha d}{d+\delta}$.

§. 13. Zuſ. 2. Demnach iſt WK = x + z = $\frac{a\delta + \alpha d}{d + \delta}$.

§. 14. Zuſ. 3. Auch iſt NW = NT − TW = $n - y = n - \frac{nd}{d+\delta} = \frac{n\delta}{d+\delta}$, folglich NW : WI = $\frac{n\delta}{d+\delta} : \frac{a\delta}{d+\delta} = n : a$ = TN : TR. Demnach ſind N, I, R, in einer geraden Linie, und es iſt NI : IR = NW : TW = NM : ST = δ : d, folglich NI : NR = δ : d + δ, folglich die perſpectiviſche Vertiefung NI = NR

$\frac{NR \cdot \delta}{d + \delta}$, wo $NR = r\,(RT^2 + TN^2) = r\,(a^2 + n^2)$.

§. 15. Lehrs. Die Projection einer geraden Linie ist eine gerade Linie.

Bew. Es sey z. E. die gerade Linie ML Fig. 129. und durch sie und das Auge O die Ebene MOL: so liegen in derselben alle Lichtstrahlen, die von jedem Punkte der Linie ML ins Auge O gehen (Geom. §. 386.) Diese können also die Tafel ABCD nirgends schneiden, als wo die Tafel von der Ebene MOL geschnitten wird, folglich in einer geraden Linie IK (Geom. §. 385.)

§. 16. Zus. 1. Wäre ML eine krumme Linie in der Ebene durchs Auge MOL: so ist ihre Projection auch eine gerade Linie IK; (wie dann auch IK die Projection der ganzen Ebene MIKL ist.)

§. 17. Zus. 2. Soll eine geradlinichte Figur perspectivisch abgebildet werden: so darf man nur die Projectionen ihrer Winkelpunkte haben, und diese mit geraden Linien zusammenziehen.

§. 18. Zus. 3. In einer krummlinichten Figur nehme man so viele Punkte als man will, je mehr desto besser, und suche ihre Projectionen, durch die sich eine krumme Linie aus freyer Hand ziehen läßt.

§. 19. Zus. 4. Da wir von einem Körper blos die Oberflächen, die unserm Gesichte zugekehrt sind, erblicken: so braucht man nur die Hauptpunkte in dem-

ſelben zu projiciren, um die Projection des Körpers zu erhalten.

§. 20. Anm. 1. Durch eine perſpectiviſche Abbildung verſteht man die Verzeichnung eines Gegenſtandes, wie derſelbe dem Auge in einer beſtimmten Lage erſcheint; welche in einem ſolchen Auge eben die Wirkung, als der Gegenſtand ſelbſt, hervorbringen muß.

Hiedurch unterſcheidet ſich der perſpectiviſche Riß vom geometriſchen. Dieſer ſtellt den Gegenſtand vor, wie er iſt; jener, wie er dem Auge in der angenommenen Lage erſcheint.

§. 21. Anm. 2. Die Perſpectiv giebt nicht nur Regeln, wonach perſpectiviſche Abbildungen zu verfertigen ſind, ſondern lehrt zugleich, eine bereits verfertigte perſpectiviſche Abbildung zu beurtheilen; desgleichen die Art, wie uns die Geſtalt der Gegenſtände erſcheint (Optik §. 85.) und die Kunſt, aus ſolchen Erſcheinungen auf die Gegenſtände ſelbſt einen Schluß zu machen. (Opt. §. 92.)

§. 22. Anm. 3. Da eine Figur oder Geſtalt dem Auge in verſchiedenen Lagen, auch verſchieden erſcheinen kann: ſo muß bey jeder perſpectiviſchen Zeichnung die Lage des Auges und des abzubildenden Gegenſtandes vor allen Dingen gegeben oder angenommen werden.

2. Practiſcher Theil.

§. 23. Aufg. (Fig. 130.) Durch Linien, die nur auf dem Papiere, als Tafel angenommen, gezogen ſind, jedes im Boden befindlichen Punktes M (§. 11.) Projection zu finden.

Aufl. Man ziehe eine gerade Linie AB als Fundamentallinie, und ſetze darüber R, als den Augenpunkt §. 8, in einer Höhe RT = a, die nach einem verjüngten Maaßſtabe der gegebenen Höhe des Auges gleich ſey. Durch R ziehe man parallel mit AB eine Li-

nie

nie ab, welche die Horizontallinie, oder der Horizont des Auges heißt, und nehme auf derſelben nach eben dem Maaßſtabe RG = Rg = d, die dem Abſtande des Auges von der Tafel gleich ſey; da dann die Punkte G, g, Diſtanzpunkte heiſſen. Ferner mache man TN = n, NE = Ne = δ, und ziehe RN. Endlich ziehe man GE oder ge: ſo iſt der Durchſchnitt I jeder dieſer Linien mit RN die Projection von M.

Bew. Da GR, NE, parallel ſind: ſo iſt ΔRIG ~ ΔNIE, folglich NI : IR = NE : RG = δ : d. Da nun die Linien NR in Fig. 129. 130. einerley ſind, auch nach einerley Verhältniß getheilt ſind, §. 14: ſo müſſen auch die Punkte I in beyden Figuren einerley ſeyn. Eben der Beweis gilt auch für den andern Diſtanzpunkt g.

Anm. Man nimmt aber deshalb zwey Diſtanzpunkte, damit man δ von N aus, auf welche Seite es am bequemſten iſt, tragen könne.

§. 24. Aufg. (Fig. 132.) Eine geradlinichte Figur ABCD, die auf dem Boden liegt, perſpectiviſch abzubilden.

Auflöſ. Es ſey z. E. die Figur ABCD ein Quadrat, welches auf dem Boden ſo liegt, daß die Entfernungen ſeiner Winkelpunkte von der Fundamentallinie den Linien Aα, Bβ, Cα, Dδ, gleich ſind, und die Fundamentallinie in den Punkten α, β, δ, ſchneiden. Nun nehme man α1 = Aα, β2 = Bβ, α3 = Cα, δ4 = Dδ, und ziehe Linien von B nach α, β, δ: ſo werden dieſe von den Linien aus G, g, nach 1, 2, 3, 4, in den Punkten a, b, c, d, als den Projectionen von

A, B, C, D geſchnitten, §. 23, und abcd iſt die perſpectiviſche Abbildung von ABCD. §. 17.

§. 25. Zuſ. 1. Die Beſchaffenheit und Lage der Figuren giebt zuweilen Vortheile, daß man nicht von allen Punkten die Projection unmittelbar ſuchen darf. Denn hier z. E. hat das Auge einerley Lage gegen B und D; weil eine Ebene lothrecht auf den Boden über des Quadrats Diagonale geſetzt, durch das Auge gehet. Hat man alſo b gefunden: ſo ergiebt ſich d, wenn man Rd = Rb macht, oder durch b eine Parallele mit der Fundamentallinie legt. Eben ſo iſt des Quadrats Diagonale BD der Fundamentallinie parallel, und = AC, folglich $\beta\alpha = \frac{1}{2}\beta\delta = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}AC$, und $B\beta = A\alpha + \beta\alpha$, weshalb in der Fundamentallinie 1 und 2 zuſammenfallen.

§. 26. Anm. In der Figur iſt die Höhe des Auges = 3Aα auch iſt dieſe ſowohl, als der Abſtand des Auges = AB.

§. 27. Zuſ. 2. Obiges Verfahren erfodert die abzubildende Figur ABCD, oder den Grundriß, unter die Fundamentallinie zu legen, um die Punkte α, β, δ, und die Linien Aα, Bβ, Cα, Dδ, zu finden. Weiß man alſo dieſe Punkte und Linien: ſo bedarf es keines Grundriſſes, und man kann blos nach §. 23. verfahren.

§. 28. Zuſ. 3. (Fig. 133.) Soll die krumme Linie, die im Boden liegt, abgebildet werden: ſo nehme man in ihr Punkte B, C, D, und ſuche deren Projection b, c, d, um die Abbildung aus freyer Hand zu ziehen. §. 18.

§. 29.

§. 29. Anm. In der Figur iſt das Auge von einer Verticalfläche durch den Durchmeſſer AC, um dieſen Durchmeſſer entfernt. Eben ſo groß iſt die Höhe des Auges, deſſen Abſtand von der Tafel aber beträgt drey Halbmeſſer.

§. 30. Zuſ. 4. Daraus, daß die perſpectiviſchen Abbildungen in Fig. 132. 133. dem Auge eben ſo erſcheinen, wie die Grundriſſe, wird die anamorphoſis optica begreiflich, oder die Kunſt verzogene Bilder ſo zu zeichnen, daß ſie dem Auge in einer gewiſſen Lage ordentlich erſcheinen.

§. 31. Aufg. (Fig. 131.) Auf der Tafel iſt der Punkt I gegeben; man ſoll die der objectiven Höhe ML zugehörige perſpectiviſche Höhe IK §. 12. finden.

Aufl. Es ſeyen die Linien RIN in Fig. 131. 130. einerley, daß auch NR : IN = d + δ : δ. §. 14. Nun ziehe man NQ = ML = α ſenkrecht auf die Fundamentallinie, und IK mit NQ parallel, endlich RQ, welche die IK in K ſchneidet: ſo iſt IK die geſuchte perſpectiviſche Höhe, oder K die Projection des über dem Boden befindlichen Punktes L.

Bew. Nach der Verzeichnung iſt NR : IN = NQ : IK, d. i. d + δ : δ = α : IK, folglich IK = $\frac{\alpha\delta}{d+\delta}$ = z. §. 12.

Andere Aufl. In einem beliebigen Punkte n der Fundamentallinie ziehe man auf ſie die ſenkrechte nq = ML, und von ihren Endpunkten nach einem beliebi-

liebigen Punkte V der Horizontallinie, die Linien nV qV. Durch den gegebenen Punkt I lege man Ii mit Nn; durch i, I, die ik, IK, mit nq; und durch k die kK mit Nn parallel: ſo ergiebt ſich der Punkt K.

Bew. Hier iſt Vn : Vi = RN : RI (Geom. §. 247.) = nq : ik; folglich ik = IK die geſuchte perſpectiviſche Höhe.

Anm. Das letztere Verfahren dient die Verwirrung vieler Linien zu vermeiden, wenn mehrere Punkte über Punkten des Bodens, die nicht in eine Linie RN fallen, gleich hoch ſtehen.

§. 32. Aufg. Einen Körper perſpectiviſch abzubilden.

Aufl. Von jeder Ecke fälle man Perpendikel auf den Grund, projicire alle Punkte, die im Grunde liegen, nach §. 24. 23. errichte die perſpectiviſchen Höhen nach §. 31. und verbinde durch gerade Linien die zuſammengehörigen Punkte der Zeichnung. §. 19.

§. 33. Anm. Die ſpeciellen Ausübungen der hier und im Obigen gegebnen Regeln, muß man aus mündlichem Unterrichte, oder aus beſonders hiezu geſchriebnen Büchern erlernen. Hier war es genug, die Gründe des Verfahrens zu entwickeln. Von den Projectionen der Kugel wird in der Folge zu handeln Gelegenheit ſeyn.

III.

Die Catoptrik.

I. Von den ebenen Spiegeln.

§. 1. Erkl. Ein Spiegel, speculum, heißt jede glatte und polirte undurchsichtige Fläche.

§. 2. Zus. 1. In der Wirklichkeit sind die Spiegelflächen nur dergestalt glatt und polirt, daß man auf ihnen keine merklichen Rauhigkeiten wahrnehmen kann; in der Theorie aber wird die Spiegelfläche als vollkommen glatt und polirt angenommen. Die Gesetze der Spiegel, die sich auf diese Voraussetzung gründen, treffen daher bey einem wirklichen Spiegel desto genauer zu, je mehr sich derselbe dem vollkommenen Spiegel, wie ihn die Theorie annimmt, nähert.

§. 3. Zus. 2. Die Materie des Spiegels muß eine Festigkeit und zusammenhängende Theile haben, um

um die gehörige Politur anzunehmen; wenn sie nicht wie stillstehendes klares Wasser, diese glatte Fläche schon von selbst hat, und also ein natürlicher Spiegel ist.

§. 4. Anm. Glas, Metalle, hartes Holz, dichte Steine und dergleichen, schicken sich mehr oder weniger zu Spiegeln, und nähern sich durch Politur mehr oder weniger den vollkommenen Spiegelflächen, wie sie die Theorie annimmt.

§. 5. Erkl. Ist die Fläche des Spiegels eben, so heißt er ein ebener Spiegel, speculum planum.

§. 6. Erfahr. (Fig. 134.) Auf einen ebenen Spiegel AM, sey die Ebene AN senkrecht, in welcher über der Durchschnittslinie AB ein halber Kreis beschrieben, und gehörig eingetheilt sey, daß die Grade zu beyden Seiten des senkrechten Halbmessers CD nach A und B zu gezählt werden. Nun lasse man in ein verfinstertes Zimmer durch eine kleine Oeffnung einen Sonnenstrahl SC einfallen: so wird derselbe, wenn er in C angelangt ist, den Weg CE nehmen, so daß jedesmal DCE = DCS ist.

§. 7. Erkl. Diese durch den Spiegel veränderte Richtung des Strahls SC heißt seine Zurückwerfung, oder die Zurückstrahlung, reflexio; und SC der einfallende Strahl, radius incidens, CE der zurückgeworfene, reflexus; C der Einfallspunkt oder Zurückstrahlungspunkt.

§. 8.

§. 8. Zuſ. 1. Da die Ebene AN auf der Spiegelfläche AM ſenkrecht iſt: ſo iſt die auf AB ſenkrechte CD auch auf AM im Einfallspunkte C ſenkrecht (Geom. §. 277.) und heißt das Einfallsloth, cathetus incidentiae.

§. 9. Zuſ. 2. Die beyden Strahlen §. 7. machen mit dem Einfallslothe §. 8. gleiche Winkel §. 6. d. i. der Einfallswinkel, angulus incidentiae, DCS, iſt dem Zurückwerfungswinkel, angul. reflexionis, DCE, gleich.

§. 10. Zuſ. 3. Demnach ſind auch die Neigungswinkel SCB, CEA, der beyden Strahlen gegen die Spiegelfläche einander gleich. Auch lehrt dieſes die Erfahrung §. 6. unmittelbar.

§. 11. Zuſ. 4. Ein ſenkrecht einfallender Strahl DC gehet in ſich ſelbſt zurück. Auch lehrt dieſes die Erfahrung §. 6. unmittelbar.

§. 12. Zuſ. 5. Die Strahlen §. 7. ſind mit dem Einfallslothe §. 8. in einer Ebene AM, die durch beyde Strahlen im Einfallspunkte auf der Spiegelfläche ſenkrecht iſt §. 6. und die Zurückſtrahlungsebene, planum reflexionis, heißt.

§. 13. Zuſ. 6. Iſt der einfallende Strahl SC gegeben, ſo findet man den reflectirten Strahl CE, wenn man in C das Einfallsloth CD errichtet, durch SCD eine Ebene legt, und darinnen DCE = DCS macht.

§. 14.

§. 14. Zuſ. 7. Anſtatt des Spiegels AM hat man nur die Linie AB nöthig, auf die man CD ſenkrecht ziehet; weil die Reflexion blos in der Ebene AN vorgehet, d. i. man kann den Spiegel blos durch die gerade Linie AB vorſtellen.

§. 15. Erkl. (Fig. 135.) Ein Perpendikel AB von einem leuchtenden Punkte A, auf die ebene Spiegelfläche MN, heißt das Neigungsloth, ex theoria inclinationis.

§. 16. Zuſ. Das Neigungsloth iſt, ſo wie das Einfallsloth §. 8, in der Zurückſtrahlungsebene §. 12. (Geom. §. 277.)

§. 17. Lehrſ. (Fig. 135.) Der von einem leuchtenden Punkte A, auf einen ebenen Spiegel MN, fallende Lichtſtrahl AD, wird nach einer Richtung DE zurückgeworfen, die das Neigungsloth AB verlängert ſo weit hinter dem Spiegel in C ſchneidet, als der leuchtende Punkt A vor dem Spiegel iſt.

Bew. Da ADB = EDN §. 10 = BDC (Geom. §. 58.) bey B rechte Winkel, und BD gemein, ſo iſt AB = BC. (Geom. §. 82.)

§. 18. Zuſ. 1. Für jeden Strahl AD, den ein leuchtender Punkt A auf den Spiegel MN wirft, ziehe man ABC ſenkrecht, mache BC = AB, und ziehe CDE: ſo iſt DE der zurückgeworfene Strahl.

§. 19.

§. 19. Zuſ. 2. Von allen Strahlen AD, AF, AH, die von einem leuchtenden Punkte A auf den Spiegel MN fallen, müſſen die zurückgeworfenen ED, GF, KH, rückwärts verlängert, in obgedachtem Punkte C zuſammenlauffen.

§. 20. Zuſ. 3. Die zurückgeworfenen Strahlen DE, FG, HK, liegen alle ſo, als kämen ſie vom Punkte C auf eben die Art, wie die einfallenden Strahlen AD, AF, AH, vom Punkte A wirklich herkommen, und beyde Arten der Strahlen haben gegen ihre Punkte C und A ſo wie gegen die beyden Seiten des Spiegels MN, einerley Lage. Man unterſcheidet daher den geometriſchen Vereinigungspunkt der Strahlen von dem phyſiſchen. Jener iſt der Punkt C, von dem die Strahlen auszugehen ſcheinen; dieſer der Punkt A von dem ſie wirklich ausgehen.

§. 21. Anm. Verwechſelt man die beyden Arten der Strahlen, ſo ſiehet man leicht ein, daß von Strahlen, welche convergent ſo auf den Spiegel fielen, daß ſie verlängert in einem Punkte C hinter dem Spiegel zuſammenlauffen würden, die zurückgeworfenen in einem Punkt A ſo weit von dem Spiegel als C hinter dem Spiegel iſt, zuſammenlauffen müßten. Alsdann hätten die einfallenden Strahlen einen geometriſchen Vereinigungspunkt C, die reflectirten aber einen phyſiſchen A.

§. 22. Zuſ. 4. Fällt das zurückgeworfene Licht durch den Stern EG eines Auges, das nach dem Spiegel zugekehrt iſt: ſo erregt es darinn eben die Empfindung vom Punkte C, als das Licht, welches unmittelbar vom Punkte A ins Auge fiele. (Opt. §. 62.) Daher heißt C ein Bild von A, und liegt ſowohl im Scheitel eines Kegels, den die zurückgeworfenen Strahlen machen, in vertice coni reflexi, als auch im Durchſchnittspunkte des von C ins Auge fallenden

Haupt-

Hauptſtrahls mit dem verlängerten Neigungslothe CA.

§. 23. Anm. Dieſes Bild aber iſt blos geometriſch, von dem die Strahlen herzukommen ſcheinen, zum Unterſchiede von einem phyſiſchen Bilde, von dem die Strahlen wirklich herkommen; wie wenn die Strahlen, die in A vereinigt worden §. 21, von da wieder ausgehen, und in ein Auge hinter A fallen.

§. 24. Zuſ. 5. Ein anderes Auge, deſſen Stern GK, empfängt auch andere zurückgeworfene Strahlen FG, HK, von einer andern Stelle FH des Spiegels, die aber auch vom Punkte C zu kommen ſcheinen. Folglich ſehen alle Augen daſſelbe Bild C.

§. 25. Zuſ. 6. (Fig. 136.) Steht vor dem ebenen Spiegel MN ein Object PQ, welches man aus lauter leuchtenden Punkten P, Q u. ſ. w. beſtehend anſehen kann: ſo haben die Bilder p, q u. ſ. w. dieſer leuchtenden Punkte gegen die hintere Seite des Spiegels vollkommen eben die Lage, welche die leuchtenden Punkte gegen die vordere Seite haben. Demnach iſt das ganze Bild pq dem Gegenſtande PQ gleich und ähnlich, und hat gegen die hintere Seite des Spiegels vollkommen eben die Lage, die das Object gegen die vordere Seite hat, ſo daß auch die Figuren Aq, AQ einander decken würden.

§. 26. Zuſ. 7. Der Winkel QNq, den eine gerade Linie QN mit ihrem Bilde Nq im ebenen Spiegel macht, iſt allemahl doppelt ſo groß, als der Winkel QNM, den die Linie QN mit dem Spiegel NM macht. Iſt daher QNM = 45°, ſo iſt QNq = 90°; iſt PA ſenkrecht auf MN: ſo iſt Ap mit PA in gerader Linie; iſt PQ mit MN parallel, ſo iſt es auch pq.

§. 27.

§. 27. Zuſ. 8. Wenn wir ſagen, daß ein Spiegel Bilder oder Gegenſtände mache, oder daß wir im Spiegel die Gegenſtände abgebildet ſehen: ſo erfolgt dies daher, daß die Lichtſtrahlen, die von den Gegenſtänden auf den Spiegel fallen, in eben der Ordnung vom Spiegel ins Auge geſchickt werden, wie ſie von den Gegenſtänden ſelbſt ins Auge gekommen wären, ſo daß ein Punkt im Spiegel nur von einem Punkte des Gegenſtandes Licht zuſchickt, wie die weiſſe Wand im verfinſterten Zimmer (Opt. §. 55.)

Hievon überzeugt man ſich noch mehr, wenn man einem Spiegel den Rücken zukehrt, und einen zweyten Spiegel etwas zur Seite vor ſich hält, in welchem man ſich zugleich von vorne und hinten erblickt; indem das Bild unſers Rückens im erſten Spiegel, eben ſo, wie der Gegenſtand ſelbſt ein Bild im zweyten Spiegel macht.

§. 28. Zuſ. 9. Der Spiegel muß deshalb undurchſichtig ſeyn, theils, weil ſonſt die Strahlen durchgehen würden, ohne in unſer Auge zu kommen; theils, weil ſonſt auch andere Gegenſtände hinter dem Spiegel ihr Licht ins Auge ſchicken würden, welches ſich mit jenem, wenn es auch zurückginge, vermiſchte, und die Empfindung undeutlich machte. (Opt. §. 55)

Man überzeugt ſich hievon leicht bey einer Fenſterſcheibe, die, wenn man ſie hinten mit einem Buche oder dergleichen bedeckt, ſogleich zum Spiegel wird.

§. 29. Zuſ. 10. Außer der Undurchſichtigkeit muß der Spiegel auch eine glatte und polirte Oberflä-

che haben, weil eine rauhe Fläche, die sich als aus mehrern verschiedentlich liegenden Ebenen bestehend betrachten läßt, die Strahlen nicht so regelmässig als eine einzige Ebene zurückwerfen kann, indem die Strahlen eines Objects, die ein Theilchen der rauhen Fläche ins Auge schickt, mit Strahlen von einem andern Objecte, die ein andres Theilchen der rauhen Fläche dem Auge zusendet, vermischt werden.

§. 30. Anm. Hierinnen liegt auch der Grund warum im Sonnenlichte ein Spiegel, seitwärts der Zurückstrahlungsebene angesehen, nicht so hell scheint, als eine rauhe Fläche.

§ 31 Aufg. (Fig. 137.) Die Lage des Auges O gegen den ebenen Spiegel MN ist nebst der Lage und Grösse des Gegenstandes AB gegeben; man soll die Grösse des Spiegels finden, welche nöthig ist, daß das ganze Bild des Gegenstandes AB von dem Auge O gesehen werde.

Aufl. Man ziehe die Neigungslothe der äussersten Punkte Aa, Bb, von gehöriger Länge §. 18. so ist ab das Bild von AB §. 25. Nun ziehe man die Linien aO, bO: so werden diese das verlangte Stück mn vom Spiegel abschneiden.

Bew. Da der Strahl Am in mO, und der Strahl Bn in nO reflectirt wird §. 24: so übersieht das Auge O das ganze Bild ab durch das Stück des Spiegels mn.

§. 32. Zus. 1. Ist AB dem Spiegel parallel: so ist es auch das Bild ab §. 26; folglich Oa : Om = ab : mn.

§. 33.

§. 33. Zuſ. 2. Eine Perſon die gerade vor einem lothrechten Spiegel ſtehet, überſieht ihr ganzes Bild, wenn der Spiegel nur halb ſo hoch, und halb ſo breit als dieſe Perſon iſt.

§. 34. Anm. Obige Lehren laſſen ſich zu mannichfaltigen Erſcheinungen anwenden, die ein ebener Spiegel ſowohl als die Verbindung mehrerer ſolcher Spiegel gewähret. Von dieſen Erſcheinungen, die ungemein zahlreich ſind, ſollen einige hier folgen.

§. 35. In einem wagrechten Spiegel zeigen ſich die aufrechtſtehenden Gegenſtände umgekehrt. Iſt derſelbe an der Decke eines Zimmers angebracht, ſo zeigen ſich die Dinge auf dem Fußboden über der Decke in umgekehrter Ordnung ſchwebend, und eine herabfallende Kugel ſieht man darinnen in die Höhe ſteigen.

§. 36. (Fig. 138.) Ein wagrechter Spiegel dient auch eine zugängliche Höhe AB zu finden. Denn legt man auf den Boden bey C einen Spiegel wagrecht, und geht ſo weit nach D zurück, bis das Auge O die Spitze A erblickt: ſo iſt $ACB = DCO$ §. 10, und bey B und D rechte Winkel, folglich $CD : DO = CB : BA$; da man dann die 3 erſten Glieder meſſen, und daraus BA berechnen kann.

§. 37. (Fig. 139.) Iſt ein ebener Spiegel MN gegen den Horizont unter einem Winkel von 45 Grad geneigt: ſo macht ein horizontales Object NP mit ſeinem Bilde Np, und ein verticales Object MP mit ſeinem Bilde Mp einen rechten Winkel §. 26, folglich iſt jenes Bild Np vertical, dieſes Mp horizontal und in der Luft ſchwebend.

§. 38. Eine Kugel, die von M nach P herabfällt, scheint von M nach p horizontal zu lauffen; und eine Kugel, die auf dem horizontalen Boden von N nach P läuft, scheint von N nach p vertical in die Höhe zu steigen.

§. 39. (Fig. 140.) Ist ein Spiegel bey A oder B, unter einem Winkel von 45 Grad gegen den Horizont geneigt, so macht der horizontale Strahl CA mit dem reflectirten AB, und der verticale Strahl AB mit dem reflectirten BO, einen rechten Winkel §. 10, folglich ist von den beyden reflectirten Strahlen jener AB vertical, dieser BO horizontal.

§. 40. Eine Vorrichtung, worinn beyde Spiegel A und B mit einander verbunden werden, daß ersterer nach einem Objecte gerichtet, und letzterer die Strahlen ins Auge O schickt, heißt ein Polemoscop, womit man im Kriege über Mauern und Wälle ohne Gefahr sehen kann. Vergl. H. Assess. Gehlers physical. Wörterbuch. 3. Theil, Art. Polemoscop.

§. 41. (Fig. 141.) Eine Vorrichtung mit 4 solchen Spiegeln A, B, C, D, wovon der erste A nach einem Objecte gerichtet ist, und der letzte D die Strahlen ins Auge O schickt, heißt ein Zauberperspectiv. Vergl. l. c. 4. Theil, Art. Zauberperspectiv.

§. 42. Stellt man zwey verticale Planspiegel parallel einander gegen über, so werden die Lichtstrahlen eines dazwischen befindlichen Gegenstandes, z. E. einer brennenden Kerze, unaufhörlich von einem Spiegel zum andern zurückgeworfen, und es erscheint dem

Auge

Auge in jedem Spiegel eine geradlinichte Reihe von Bildern des Gegenſtandes.

Sind aber die Spiegel unter einem gewiſſen Winkel gegen einander geneigt, ſo erſcheinen, wie eine Zeichnung ſchon lehren kann, die Bilder in einem Kreisbogen, und zwar deren in jedem Spiegel nur ſo viele, als in dem hinter dem Spiegel befindlichen halben Kreiſe ſtatt haben. Die allgemeinen Geſetze dieſer Vervielfältigung hat H. Hofr. Käſtner zuerſt entwickelt in Diſſ. mathem. phyſic. Altenburg. 1757. 4.

II. Iſt der Neigungswinkel der beyden Spiegel $\frac{1}{n}$ von 4 rechten Winkeln, wo n eine ganze Zahl bedeutet, ſo iſt die Anzahl der Bilder $= n - 1$.

2. Von gekrümmten Spiegeln.

§. 43. Erkl. Iſt die Fläche eines Spiegels nach der Krümmung eines runden Körpers gebogen: ſo heißt er ein gekrümmter Spiegel, und insbeſondere, nach der Beſchaffenheit des runden Körpers, ein ſphäriſcher, cylindriſcher, coniſcher, paraboliſcher u. ſ. w.

§. 44. Erkl. Nachdem entweder die hohle oder die erhobene Seite der gebogenen Fläche zum Spiegel dient, heißt derſelbe im erſten Falle, ein Hohlſpiegel, concavum, im zweyten ein erhobener Spiegel, convexum.

§. 45. Zuſ. 1. Ein Lichtſtrahl, der auf einen gekrümmten Spiegel fällt, wird von ihm eben ſo zurückgeworfen, wie von einem ebenen Spiegel, welcher den gekrümmten im Einfallspunkte berührete; weil die Zurückſtrahlung, was auch der Spiegel für eine Geſtalt habe, blos in dem Punkte geſchiehet, welchen der ebene Spiegel mit dem ſphäriſchen gemein hat.

§. 46. Zuſ. 2. (Fig. 142.) Die Zurückſtrahlungsebene für den berührenden ebenen Spiegel wird auch auf den gekrümmten Spiegel ſenkrecht ſeyn. Nun ſey ihr Durchſchnitt mit der gekrümmten Spiegelfläche BAD, mit dem berührenden ebenen Spiegel aber EAF; und GAC auf den ebenen, folglich auch auf den gekrümmten Spiegel ſenkrecht im Einfallspunkte A, und daher in der Zurückſtrahlungsebene §. 8: ſo iſt, wenn SA, AH, den einfallenden und zurückgeworfenen Strahl bedeutet, GAS = GAH §. 9. und FAS = EAH oder DAS = BAH §. 10. Geſchiehet die Zurückſtrahlung von der hohlen Seite: ſo iſt CAh = CAs, und FAh = EAs, oder DAh = BAs.

§. 47. Zuſ. 3. Iſt der Spiegel ſphäriſch: ſo gehet das Einfallsloth GAC, folglich auch die Zurückſtrahlungsebene durch der Kugel Mittelpunkt C. (Geom. §. 545.) Folglich iſt BAD ein größter Kreis, der mit der Kugel einerley Mittelpunkt und Halbmeſſer hat, und CA iſt das Einfallsloth, für den Einfallspunkt A.

§. 48. Zuſ. 4. Ein ſphäriſcher Spiegel kann, nach Art des ebenen Spiegels §. 14, blos durch den Kreisbogen BAD, deſſen Mittelpunkt C iſt, vorgeſtellt werden.

§. 49. Zuſ. 5. Für den auf den ſphäriſchen Spiegel BAD einfallenden Strahl SA findet man den reflectirten, wenn man CAG ziehet, und in der Ebene durch SAG, GAH = GAS macht. Für die hohle Seite, wo hA der einfallende Strahl ſey, mache man eben ſo CAs = CAh.

§. 50. Erkl. Der Mittelpunkt und Halbmeſſer eines ſphäriſchen Spiegels, heißt der Mittelpunkt und Halbmeſſer einer Kugel, von welcher der Spiegel ein Segment iſt. Die Axe und der Pol dieſes Segments heißt die Axe und der Scheitel des Spiegels.

§. 51. Zuſ. Jeder Lichtſtrahl durch den Mittelpunkt des ſphäriſchen Spiegels, fällt ſenkrecht auf den Spiegel, und gehet alſo in ſich ſelbſt zurück. §. 11.

§. 52. Aufg. (Fig. 143.) Auf einen hohlen Kugelſpiegel PP, deſſen Mittelpunkt C, falle ein Strahl EM parallel mit einem willkührlich gezogenen Durchmeſſer des Spiegels EA; man ſucht den Punkt B, wo der zurückgeworfene Strahl MB dieſen Durchmeſſer ſchneidet.

Aufl. I. Es ſey des Spiegels Halbmeſſer CM = f, und der Punkt M, alſo der Bogen AM, oder der Winkel ACM = φ gegeben. Da EM mit EA parallel, ſo iſt EMC = ACM (Geom. §. 95.) Nun iſt wegen der Reflexion auch EMC = CMB. §. 46. Folglich iſt ACM = CMB, und daher CB = BM (Geom. §. 46.) folglich wird CM von dem Perpendikel BD halbirt

(Geom. §. 68.) folglich iſt $CD = \frac{1}{2} f = CB \cdot \cos \varphi$ (Trigon. §. 44.) folglich $CB = \frac{f}{2 \cos \varphi}$.

II. Man nehme $CF = AF = \frac{1}{2} f$, ſo iſt $FB = CB - CF = \frac{f}{2 \cos \varphi} - \frac{1}{2} f = \frac{f - f \cdot \cos \varphi}{2 \cos \varphi} = \frac{1}{2} f \cdot \left(\frac{1 - \cos \varphi}{\cos \varphi} \right)$ Nun iſt $1 - \cos \varphi = 2 \sin \frac{1}{2} \varphi^2$ (Trigon. §. 37.) Folglich iſt $FB = f \cdot \frac{\sin \frac{1}{2} \varphi^2}{\cos \varphi}$.

§. 53. Zuſ. 1. Der Punkt B liegt allemahl von F gegen A zu, ſo daß, wenn φ wächſt, alſo $\cos \varphi$ abnimmt, auch FB wächſt.

Z. E. Wäre $\varphi = 60$ Grad, folglich $\sin \frac{1}{2} \varphi = \cos \varphi = \frac{1}{2}$, ſo würde $FB = \frac{1}{2} f = FA$; d. i. der Strahl EM würde in MA zurückgeworfen, und ginge durch des Spiegels Scheitel A. Wäre $\varphi > 60$ Grad, ſo würde $FB > FA$; d. i. der zurückgeworfene Strahl ſchnitte den Spiegel zwiſchen M und A, alſo den Durchmeſſer hinter dem Spiegel. Für $\varphi = 90$ Grad, alſo $\cos \varphi = 0$, würde FB unendlich, und es geſchiehet eigentlich keine Zurückwerfung.

§. 54. Zuſ. 2. Nimmt φ bis auf 0 ab, ſo nimmt ſein Coſinus bis auf 1 zu, und der Sinus ſeiner Hälfte bis auf 0 ab; folglich nimmt FB bis auf 0 ab, d. i. Je kleiner φ iſt, deſto näher fällt B bey F. Da ſich nun keine Gränze angeben läßt, wie weit φ abnehmen, oder wie nahe M an A rücken könnte, ſo ſagt man: Strahlen, die dem Durchmeſſer des Spiegels EA parallel und unendlich nahe einfallen, ſchnei-

den

den ihn nach der Zurückwerfung in F, daß CF = AF = ½ L.

§. 55. Zuſ. 3. Es ſey AE die Axe des Spiegels Mm §. 50. gegen den Mittelpunkt der Sonne E gerichtet, und MX ſenkrecht auf AE, die halbe Breite des Spiegels: ſo fallen die Strahlen vom Mittelpunkt der Sonne parallel mit der Axe auf MX und gehen nach der Zurückwerfung durch BF, wo ſie um ſo viel dichter beyſammen ſind, je kleiner BF gegen MX iſt.

§. 56. Anm. Hieby wird ein vollkommner Spiegel §. 2. vorausgeſetzt, der alle Strahlen die auf A M fallen, gegen die Axe zurückwirft. Die Spiegel, die uns die Kunſt liefert, ſind nur für unſere Sinne von Ungleichheiten frey, aber für die zarten Lichtſtrahlen noch rauh, daher das Licht, das auf eine Stelle des Spiegels fällt, von den daſelbſt befindlichen verſchiedenen Ebenen auf verſchiedene Seiten geworfen wird; welches auch macht, daß wir den Spiegel von der Seite erblicken können.

§. 57. Zuſ. 4. Die ſphäriſche Geſtalt des Spiegels macht, daß die Strahlen, die nahe bey A einfallen, nach F, die nahe bey M, nach B, und die Zwiſchenſtrahlen nach Punkten zwiſchen B und F zurückgeworfen werden, daß alſo das aus einem Punkte ausgehende Licht nach der Zurückwerfung nicht, wie bey ebenen Spiegeln, in einen Punkt vereinigt, ſondern durch FB verbreitet wird. Man nennt dies die Abweichung des Lichts wegen der Geſtalt (aberratio ex figura) und zwar heißt insbeſondere FB die Längenabweichung. Gäbe es eine Krümmung, die alle aus einem Punkte ausgehende Strahlen, in einen Punkt zurückwürfe, wie die höhere Geometrie von der paraboliſchen Figur, für parallele Strahlen beweiſt; ſo würde dieſe Abweichung bey ihr, wie bey den ebenen Spiegeln, wegfallen.

§. 58. Zuſ. 5. Es ſey auf AE die FG ſenkrecht, die von MB in G geſchnitten wird: ſo werden alle Strahlen, die aus E auf den Spiegel AM fallen, nach der Zurückwerfung zwiſchen F und G durchgehen. Dies heißt die Seitenabweichung. Dreht ſich nun die ganze Figur um die Axe AE rings um, ſo beſchreibt AM einen Kugelſpiegel, aber MX und FG beſchreiben Kreiſe. Letztrer, deſſen Halbmeſſer FG die Seitenabweichung iſt, heißt der Abweichungskreis. Da nun die Strahlen, die von dem Punkte der Sonne E auf den erſten dieſer Kreiſe fallen, nach der Zurückwerfung den zweyten ausfüllen: ſo iſt das Licht auf dem zweyten um ſo viel dichter, als $MX^2 > FG^2$ iſt;

§. 59. Zuſ. 6. Es iſt aber $MX = f.\sin\varphi$, $CX = f.\cos\varphi$; $BX = CX - CB = f.\cos\varphi - \frac{f}{2\cos\varphi}$ §. 52. I. $= \frac{f.(2\cos\varphi^2 - 1)}{2\cos\varphi} = \frac{1}{2} f.\frac{\cos 2\varphi}{\cos\varphi}$ (Trigon. §. 37.); des Spiegels Tiefe $AX = AC - CX = f - f.\cos\varphi = f(1 - \cos\varphi) = 2f.\sin\frac{1}{2}\varphi^2$ (Trigon. §. 38.) Nun war auch $BF = f.\frac{\sin\frac{1}{2}\varphi^2}{\cos\varphi}$. §. 52. II. Folglich iſt $MX : FG = BX : BF = \frac{1}{2} f.\frac{\cos 2\varphi}{\cos\varphi} : f.\frac{\sin\frac{1}{2}\varphi^2}{\cos\varphi} = \cos 2\varphi : 2\sin\frac{1}{2}\varphi^2$, folglich $\frac{MX}{FG} = \frac{\cos 2\varphi}{2\sin\frac{1}{2}\varphi^2}$

Z. E. Setzt man $\varphi = 5$ Grad, ſo findet man hienach $\left(\frac{MX}{FG}\right)^3 = 66977$, (ſo vielmahl nämlich iſt das

Licht

Licht auf dem Abweichungskreise dichter beysammen, als auf dem Kreise, dessen Halbmesser MX); FB = f . 0,0019099; MX = f. 0,0871557; FG = 0,0033677; AX = f. 0,0038052.

§. 60. Zus. 7. Da die auf MX fallenden Strahlen parallel sind, die auf FG zurückgeworfenen aber divergent: so ist das auffallende Licht gleich dicht, das zurückgeworfene aber gegen G nach F zu immer dichter, und um F am dichtesten, wo es vermögend ist zu brennen. Daher heißt F ihr **Brennpunkt**, focus, den man als das Bild des Sonnenpunktes E ansehen kann; und AF = $\frac{1}{2}$ f die **Brennweite**, distantia foci.

§. 61. Anm. Die nahe um F am meisten verdichteten Strahlen brennen eigentlich nur; doch sind auch die weiter abweichenden nicht unnöthig, da sie zur Erwärmung dienen, und eben dadurch den Körper zum Brennen geschickt machen.

§. 62. Zus. 8. Da der scheinbare Durchmesser der Sonne ohngefehr 32 Minuten ist: so wird ein andrer Durchmesser des Spiegels, welcher mit der nach dem Mittelpunkt der Sonne gerichteten Axe AE bey C einen Winkel von ohngefehr 16 Minuten macht, nach einem Punkt im Rande der Sonne gehen, von dem alle Strahlen solchem Durchmesser parallel auf den Spiegel fallen, und nach der Berechnung diesen Durchmesser so schneiden, daß sie in der Weite von $\frac{1}{2}$ f am dichtesten beysammen sind, und dieser Punkt ihr Brennpunkt oder das Bild vom Punkte des Randes sey. Dergleichen Bild von einem andern Punkte der Sonne ist auch in eben der Weite in jedem Durchmesser des Spiegels, der mit der Axe einen Winkel $<$ 16 Minuten macht. Alle diese Bilder oder Brennpunkte machen, wenn, wie angenommen, die Axe des Spiegels

nach

nach der Sonne Mittelpunkt gerichtet ist, das ganze Sonnenbild, oder den ganzen Brennraum, in welchem alle Strahlen, die von der ganzen Sonnenscheibe auf den Spiegel fallen, verdichtet beysammen sind. Der Mittelpunkt dieses Brennraums F, ist also in der Axe des Spiegels AE, und heisse der Brennpunkt des Spiegels, der Spiegel selbst ein Brennspiegel, und der Abstand AF des Brennpunktes, seine Brennweite, die im folgenden immer durch p angezeigt werden soll. Für einen Brennspiegel oder sphärischen Hohlspiegel, dessen Halbmesser r, ist also $p = \frac{1}{2} r$.

§. 63. Zus. 9. Von zwey Brennspiegeln, die einerley Brennweite haben, fängt der breitere zwar mehr Strahlen, als der schmälere auf; bringt sie aber nicht so dicht zusammen §. 59. Es würde daher eher schädlich als nützlich seyn, dem Brennspiegel viele Grade zu geben.

§. 64. Zus. 10. Verwechselt man die einfallenden und zurückgeworfenen Strahlen: so lehret der bloße Anblick der Figur 143, daß Strahlen, die aus dem Brennpunkte F auf den Spiegel fallen, mit der Axe AE parallel zurückgeworfen werden müssen. Dies dient z. E. den Glanz von einem Lichte im Brennpunkte des Hohlspiegels weiter zu bringen; oder wenn man zwey Hohlspiegel einander gegen über stellt, durch eine glühende Kohle in des einen Brennpunkte, eine verstärkte Hitze im Brennpunkte des andern hervorzubringen.

§. 65. Aufg. (Fig. 144.) Auf einen hohlen Kugelspiegel Pp, dessen Mittelpunkt C, falle ein Strahl EM, der einen willkührlich gezogenen

und

und gehörig verlängerten Durchmesser des Spiegels AE vor demselben in einem gegebenen Punkte E schneidet; man sucht den Punkt B, wo der zurückgeworfene Strahl MB diesen Durchmesser schneidet.

Aufl. Es sey der Halbmesser des Spiegels CA $= f$, und die Lage des einfallenden Strahls EM, durch EA $= a$, und den Bogen AM oder den Winkel ACM $= \varphi$ gegeben. Aus CB, CM $= f$, und dem eingeschlossenen Winkel ACM $= \varphi$, hat man tang CMB $= \frac{CB \cdot \sin \varphi}{f - CB \cdot \cos \varphi}$ (Trigon. §. 65.) Und eben so aus CE, CM $= f$, und dem eingeschlossenen Winkel ECM $= 180 - \varphi$ wird tang CME $= \frac{CE \cdot \sin \varphi}{f + CE \cdot \cos \varphi}$. Nun ist CMB $=$ CME. §. 46. Folglich ist $\frac{CB}{f - CB \cdot \cos \varphi} = \frac{CE}{f + CE \cdot \cos \varphi}$, folglich $f \cdot CB + CB \cdot CE \cdot \cos \varphi = f \cdot CE - CB \cdot CE \cdot \cos \varphi$, folglich $CB\,(f + 2 CE \cdot \cos \varphi = f \cdot CE$, folglich $CB = \frac{f \cdot CE}{f + 2 CE \cdot \cos \varphi} = \frac{\frac{1}{2} f \cdot CE}{\frac{1}{2} f + CE \cdot \cos \varphi}$. Nun ist $CE = AE - AC = a - f$, auch ist $\cos \varphi = 1 - \sin \text{verf } \varphi$ Trigon. §. 12. Setzt man diese Werthe in obige Gleichung: so wird $CB = \frac{1}{2} f \cdot (a - f) : a - \frac{1}{2} f - (a - f) \sin \text{verf } \varphi = \frac{1}{2} f \cdot \frac{a - f}{a - \frac{1}{2} f} : 1 - \frac{a - f}{a - \frac{1}{2} f} \cdot \sin \text{verf } \varphi$; oder wenn man $\frac{a - f}{a - \frac{1}{2} f} = N$ setzt, $CB = \frac{\frac{1}{2} f \cdot N}{1 - N \cdot \sin \text{verf } \varphi}$.

§. 66.

§. 66. Zuſ. 1. Je kleiner der Winkel φ, alſo auch $\sin \text{verſ}\, \varphi$ iſt, je kleiner wird $CB = \frac{\frac{1}{2} f . N}{1 - N . \sin \text{verſ}\, \varphi}$, und nähert ſich ohne Ende der Gränze $\frac{1}{2} f . N$, welche für CB kömmt, wenn ſelbſt $\varphi = 0$ wäre. Setzt man dieſe Gränze $\frac{1}{2} f . N = CF$; ſo laſſen ſich alle Schlüſſe, die im Vorhergehenden von parallel einfallenden Strahlen gemacht worden, auch hier anbringen, und es iſt F als der Vereinigungspunkt aller von E auf den Spiegel ohnweit A einfallenden Strahlen, oder als das Bild von E anzuſehen; auch iſt FB die Längenabweichung, und AF die Weite des Bildes, die im Folgenden immer durch α angezeigt werden ſoll.

§. 67. Anm. Von den übrigen Strahlen, die weiter von A nach M zu auf den Spiegel fallen, können ſich nach der Zurückwerfung mehrere zwiſchen F und B und über FB vereinigen, und dadurch verſchiedene Bilder von E machen, die den auſſerhalb des Durchmeſſers A E befindlichen Augen erſcheinen; indem das Bild in F dem im Durchmeſſer A E hinter F befindlichen Auge erſcheint. Jene Bilder ſetzen wir hier füglich beyſeit, und betrachten blos das Bild in F, weil blos hievon im Folgenden, bey den catoptriſch-dioptriſchen Werkzeugen, Anwendungen zu machen ſind.

§. 68. Zuſ. 2. Iſt M, wie hier angenommen wird, ſehr nahe bey A, daß EM nach MF zurückgeworfen wird, alſo CME = CMF iſt §. 46: ſo iſt EC : CF = EM : MF (Geom. §. 246.) Nun iſt EM : MF von AE : AF deſto weniger unterſchieden, je kleiner AM iſt. Folglich iſt EC : CF = AE : AF = $a : \alpha$.

§. 69. Zuſ. 3. (Fig. 145.) Es ſey AE, die Axe des Spiegels PP, gegen ein Object EV im Punkte E

te E gerichtet, und man ziehe von V durch C eine Linie, die den Spiegel B trifft: so ist (wenn F das Bild von E) G das Bild von V, daß BG = AF = α ist. Und eben so werden auch die Punkte zwischen E und V ihre Bilder, zwischen F und V in gleicher Weite α machen, daß FG für ein Auge in der Axe das umgekehrte Bild von EV, und dessen Weite vom Spiegel = AF = α ist; da dann, wenn EV, FG senkrecht auf AE sind, EV : FG = CE : CF = a : α. §. 68.

§. 70. Zus. 4. Der Werth von CF §. 66. giebt α oder AF = AC − CF = f − $\frac{1}{2}$ f. N = (1 − $\frac{1}{2}$N) f = (2 − N) $\frac{1}{2}$ f. Nun war N = $\frac{a-f}{a-\frac{1}{2}f}$ §. 65; und daher 2 − N = 2 − $\frac{a-f}{a-\frac{1}{2}f}$ = $\frac{a}{a-\frac{1}{2}f}$. Folglich ist α = $\frac{a \cdot \frac{1}{2}f}{a-\frac{1}{2}f}$ = $\frac{af}{2a-f}$.

§. 71. Zus. 5. Ist ME der Axe AE parallel, wenn nämlich E unendlich entfernt, d. i. a unendlich groß ist: so ist in der Gleichung §. 69. $\frac{1}{2}$ f gegen a nicht zu achten, wodurch α = $\frac{1}{2}$ f = p wird §. 62. Demnach kann man den Brennpunkt des Hohlspiegels als das Bild eines unendlich entfernten Punktes ansehen, d. i. eines Punktes, von dem parallele Strahlen auf den Spiegel fallen.

§. 72. Zus. 6. Setzt man in §. 70. p anstatt $\frac{1}{2}$f; so wird α = $\frac{ap}{a-p}$.

§. 73.

§. 73. Zuſ. 7. Aus §. 71. hat man $as - \alpha ps = \alpha p$, folglich $a = \frac{\alpha p}{\alpha - p}$, und $p = \frac{as}{a + \alpha}$.

§. 74. Zuſ. 8. Schneidet der einfallende Strahl die Axe hinter dem Spiegel, daß $AE = a$, wegen der entgegengeſetzten Lage, negativ wird: ſo iſt aus §. 70. $\alpha = \frac{-af}{-(2a+f)} = \frac{af}{2a+f}$, und eben ſo aus §. 72. $\alpha = \frac{ap}{a+p}$.

§. 75. Zuſ. 9. Iſt die Spiegelfläche conver, daß $AC = f$, wegen der entgegengeſetzten Lage, negativ wird, ſo iſt die Brennweite $p = -\frac{1}{2}f$, und für ein poſitives a, $\alpha = \frac{-af}{2a+f}$; für ein negatives a aber, $\alpha = \frac{af}{f-2a}$ §. 70. Demnach iſt die Brennweite für erhobene Kugelſpiegel allemahl hinter dem Spiegel, oder blos geometriſch, die für hohle Kugelſpiegel allemahl vor dem Spiegel oder phyſiſch iſt. Vergl. §. 20.

§. 76. Zuſ. 10. Iſt die Spiegelfläche eben, ſo kann man ſie als eine ſphäriſche Fläche von unendlich groſſen Halbmeſſern anſehen, oder ſo iſt $-f$ unendlich groß, daher im Nenner §. 69. $2a$ gegen f nicht zu achten, folglich $\alpha = \frac{-af}{f} = -a$, wie von ebenen Spiegeln erwieſen worden. §. 17.

§. 77.

§. 77. Aufg. Die Bilder, die von erhobenen und hohlen Kugelspiegeln gemacht werden, mit einander zu vergleichen.

Aufl. I Ueberhaupt. Ist das Bild vor dem Spiegel, so hat es eine dem Object entgegengesetzte Lage, und ist verkehrt; ist solches aber hinter dem Spiegel, so hat es mit dem Objecte einerley Lage gegen die Axe, und erscheint aufrecht. Vor dem Spiegel ist das Bild physisch, hinter demselben aber geometrisch. Vergl. §. 20.

II. Für den converen Kugelspiegel ist die Brennweite p negativ; und daher aus §. 72. $\alpha = \frac{-ap}{a+p}$ wo $\frac{a}{a+p}$ ein ächter Bruch ist. Demnach ist stets das Bild hinter dem Spiegel oder blos geometrisch, in einer Weite, die kleiner als p oder $\frac{1}{2}f$ ist, und desto kleiner wird, je mehr a abnimmt.

III. Für den concaven Kugelspiegel ist die Brennweite positiv, daher auch $\alpha = \frac{ap}{a-p}$ §. 72. positiv seyn kann. Es ist aber $\frac{a}{a-p} = 1 + \frac{p}{a-p}$, folglich $\alpha = a\left(1 + \frac{p}{a-p}\right)$ und man hat folgende Fälle zu unterscheiden:

1) So lange $a > p$ ist, zeigt sich ein physisches Bild vor dem Spiegel, welches

a) dem Spiegel näher als das Object, folglich auch kleiner ist, so lange $a > 2p$.

b) mit dem Objecte zusammenfällt, wenn $a = 2p$ ist.

c) vom Spiegel weiter als das Object, folglich auch gröſſer ist, wenn $a < 2p$.

2) Ist $a = p$, so wird α unendlich groß, d. i. das Bild ist unendlich entfernt, und alle aus einem Punkte auffallende Strahlen kommen in die parallele Lage, oder es wird kein Bild.

3) Ist $a < p$, so ist $\alpha = \frac{ap}{-(p-a)}$ negativ und $> p$, d. i. das Bild kömmt hinter den Spiegel wie beym converen, ist aber gröſſer als das Object, da es beym converen stets kleiner ist.

§. 72. Anm. Bey einem cylindrischen sowohl als conischen Spiegel geben die Durchschnitte in der Länge lauter gerade Linien und die mit der Grundfläche parallel geführten lauter Kreise. Jene geben eine Menge planer, diese eine Menge converer sphärischer Spiegel von ungleichen Durchmessern. Hierauf gründen sich theils die Erscheinungen dieser Spiegel, theils die Regeln, verzogene Bilder zu zeichnen, die im Spiegel eine regelmäßige Gestalt bekommen. Hier wird beydes übergangen, da im Folgenden kein Gebrauch davon zu machen ist.

IV.

Die Dioptrik.

A. Grundtheorien der Strahlenbrechung.

1. Die allgemeinen Gesetze der Strahlenbrechung.

§. 1.

Erfahr. (Fig. 146) Es seyen zwey Breter unter einem rechten Winkel ABC zusammengefügt, und man habe den Schatten BE, den der Sonnenstrahl SAE begränzt, gemessen. Wird nun ein hohler gläserner Würfel mit Wasser oder einem andern durchsichtigen Fluido, oder auch ein dichter gläserner Würfel in dem rechten Win-

kel ABC so eingepasst, daß DABC den verticalen Durchschnitt des Würfels durch den Strahl SAE vorstellt, und dieser nunmehr in das Fluidum oder in das Glas bey A gehen muß: so findet man allemahl, daß obiger Schatten kürzer geworden, und nun im Wasser BG, im Glase BF sey, so daß jener durch den Strahl AG, dieser durch den Strahl AF begränzt werde.

§. 2. Zus. 1. Die Lichtstrahlen, die aus Luft in Wasser oder Glas, und überhaupt aus einer dünnern durchsichtigen Materie in eine dichtere (aus einem dünnern Mittel in ein dichteres) übergehen, werden aus ihrer vorigen Richtung AE in eine andre AG oder AF gebracht, die mit der vorigen einen gewissen Winkel GAE oder FAE macht.

§. 3. Erkl. Dergleichen Aenderung in der Richtung des Lichts §. 2. heißt seine Brechung, oder die Strahlenbrechung, refractio; und AE heißt der einfallende Strahl, radius incidens, AG oder AF der gebrochene, refractus, A der Einfalls oder Brechungspunkt, GAE oder FAE der gebrochene Winkel.

§. 4. Zus. 2. Eben dergleichen Aenderung der Richtung muß den Lichtstrahlen widerfahren, wenn sie aus einem dichtern Mittel in ein dünneres übergehen, nur daß diese Aenderung der vorigen entgegengesetzt ist, wenn man (wie bey der Zurückstrahlung Catoptr. §. 21.) die beyden Arten der Strahlen verwechselt. Ward nämlich der Strahl z. E. beym Uebergange aus Luft in Glas aus der Lage AE in die Lage AF gebracht: so

kömmt

kömmt er beym Uebergange aus Glas in Luft aus der Lage AF in die Lage AE, daß hier AF der einfallende, AE der gebrochene Strahl iſt.

§. 5. Zuſ. 3. In dem dünnern ſowohl, als in dem dichtern Mittel, und überhaupt in jedem Mittel von gleichförmiger Dichtigkeit, geht der Lichtſtrahl in einerley geraden Linie fort, und leidet die Brechung blos in der beyden Mitteln gemeinſchaftlichen Gränze AD.

§. 6. Anm. 1. Jedoch lehrt auch die Erfahrung, daß ein Lichtſtrahl an einigen Körpern, bey denen er vorbeyfährt, z. E. an der Schärfe eines Meſſers, ſich aus ſeinem Wege lenke, ob er gleich in einerley Mittel zu bleiben ſcheint. Dieſe Aenderung in ſeiner Richtung heißt die Beugung, inflexio, des Lichts, deren Unterſuchung der Phyſik überlaſſen wird.

§. 7. Anm. 2. Ein Lichtſtrahl trifft, wenn er durch die Atmoſphäre der Erde gehet, auf lauter Luftſchichten von verſchiedener Dichtigkeit, und wird dadurch wiederholentlich aus ſeiner Richtung gebracht. Wir ſetzen aber dieſen Umſtand hier noch beyſeit, und nehmen an, als ginge der Strahl durch die Luft in einerley Richtung.

§. 8. Erkl. Die Gränze AD §. 5, welche zwey Mittel von verſchiedener Dichtigkeit ſcheidet, heißt die brechende Fläche, ſuperficies refringens.

§. 9. Erkl. Ein Perpendikel AB, auf die brechende Fläche AD, im Einfallspunkte A, heißt das Einfallsloth, cathetus incidentiae; und ſein Winkel mit dem einfallenden Strahle AE, der Einfallswinkel, angulus incidentiae, BAE, mit dem gebrochenen Strahle AF, der Brechungswinkel, angulus refractionis, BAF.

§. 10. Zuſ. 4. Da man nach der Erfahrung § 1, die Punkte E, G oder F, und B, ſtets in einer geraden Linie BC findet: ſo ſind die Strahlen AE, und AG oder AF, mit dem Einfallslothe AB ſtets in einer Ebene (Geom. §. 384.) welche auf der brechenden Fläche AD ſenkrecht iſt (Geom. § 409.) und die Brechungsebene, planum refractionis, heißt.

§. 11. Zuſ. 5. Anſtatt der Körper ſelbſt, welche das Licht brechen, braucht man nur die Brechungsebene §. 10. (oder den verticalen durch den Einfallspunkt A gehenden Durchſchnitt DABC) und die darinn liegenden Linien AE, AB, und AG oder AF zu zeichnen.

§. 12. Zuſ. 6. Gehet der Strahl aus einem dünnern Mittel in ein dichteres, ſo wird er nach dem Einfallslothe zu gelenkt; geht er aber aus einem dichtern Mittel in ein dünneres, ſo wird er von dem Einfallslothe abgelenkt.

§. 13. Zuſ. 7. Gehet der Strahl aus Luft in Glas oder Waſſer, ſo iſt die Brechung bey jenem gröſſer als bey dieſem, d. i. ein dichteres Mittel bricht die Strahlen ſtärker; jedoch ſind auch hier Ausnahmen.

§. 14. Zuſ. 8. Da man aus dem Verſuche §. 1. AB, BE, BF, meſſen kann; ſo laſſen ſich die §. 9. genannten Winkel (deren Tangenten BE, BF, für den Halbmeſſer AB ſind) berechnen, und daher mit einander vergleichen.

§. 15. Zuſ. 9. Nimmt man beliebig AE = Ae für den Halbmeſſer; ſo iſt BE = ſin BAE, und be = ſin BAF, die ſich nach §. 14. beſtimmen laſſen; da

dann

dann die Erfahrung §. 1. gelehret, daß der Sinus des Einfallswinkels BAE, zum Sinus des Brechungswinkels BAF, bey einerley Paar Mitteln ſtets einerley Verhältniß behalte, welche die Brechungsverhältniß, ratio refractionis, heißt. Dieſe findet man, nach einem gewiſſen Durchſchnitte, = 3 : 2, oder = 4 : 3, nachdem der Strahl aus Luft in Glas oder in Waſſer gehet. Gehet der Strahl aus Glas oder Waſſer in Luft, ſo iſt die Brahungsverhältniß dieſelbe, nur umgekehrt §. 4; erſtere nämlich = 2 : 3, letztre = 3 : 4.

§. 16. Zuſ. 10. Bey einerley Paar Mitteln iſt der Brechungswinkel deſto kleiner, je kleiner der Einfallswinkel war. Nur bey ſenkrecht einfallenden Strahlen in allen Mitteln ſind dieſe Winkel gleich, d. i. die ſenkrecht einfallenden Strahlen gehen in allen Mitteln ungebrochen durch, wie auch die Erfahrung §. 1. unmittelbar lehrt.

§. 17. Anm. 1. Der Verſuch §. 1. iſt von Keplern, von dem auch die Meſſung §. 14. herrührt; da das eigentliche Geſetz der Brechung §. 15. durch Snellius gefunden, und nach ihm durch Carteſius bekannt geworden. Es iſt aber dieſer Verſuch, weil er keine weitern dioptriſchen Kenntniſſe vorausſetzt, für den Anfang ſchicklich; da man bey weitern Fortſchritten in der Dioptrik genauere Methoden kennen lernt. Eben dieſe Bemerkung gilt für die §. 15. angegebenen Durchſchnittszahlen, die zur Erläuterung der folgenden Lehren als Exempel dienen können. Denn theils eine beſondere Beſchaffenheit des Lichts, von welcher in der Lehre von den Farben gehandelt werden wird; theils die verſchiedene Beſchaffenheit der Mittel giebt andre Verhältnißzahlen, da z. E. die Glasarten von verſchiedener Dichtigkeit, und überhaupt von verſchiedener Beſchaffenheit ſind, alſo auch das Licht verſchiedentlich brechen. §. 13.

§. 18. Anm. 2. Die Unterſuchung der Brechungsgeſetze für allerley Mittel wird der Phyſik überlaſſen, da die angewandte Mathematik ſich faſt allein auf die Strahlenbrechung zwiſchen Luft und Glas einſchränkt.

§. 19. Aufg. (Fig. 147.) Aus der Lage des einfallenden Strahls die Lage des gebrochenen zwiſchen Luft und Glas zu finden.

Aufl. I. Durch Zeichnung. Es ſey BD die brechende Fläche §. 8, und 3 : 2 die Brechungsverhältniß §. 15.

1. Der Strahl AE gehe bey A aus Luft in Glas. Man ziehe das Einfallsloth AC, und aus dem Einfallspunkte A mit beliebigem Halbmeſſer AE den Kreisbogen EC, mache die EH auf AC ſenkrecht, theile ſie in 3 gleiche Theile, davon einer EF, mache FG auf FH ſenkrecht und ziehe AG: ſo giebt dieſe den gebrochenen Strahl.

Denn ziehet man durch G die KL mit EH parallel, ſo iſt GL = FH, und ſin CAE : ſin CAG = EH : GL = 3 : 2.

2. Der Strahl AG gehe bey A aus Glas in Luft. Man ziehe wiederum das Einfallsloth AC, und aus A mit AC den Kreisbogen CGE, mache die GL auf AC ſenkrecht, verlängere ſie nach K, mache GK = $\frac{1}{2}$ GL, und KE auf KL ſenkrecht: ſo giebt AE den gebrochenen Strahl.

Denn ziehet man EH mit KL parallel, ſo iſt EH = KL, und GL : EH = 2 : 3 = ſin CAG : ſin CAE.

II. Durch Rechnung. Bey der angenommenen Brechungsverhältniß iſt 3 : 2 = ſin CAE : ſin CAG, folglich ſin CAG = $\frac{2}{3}$ ſin CAE, und ſin CAE = $\frac{3}{2}$ ſin CAG; oder log ſin CAG = log ſin CAE − log $\frac{3}{2}$, und log ſin CAE = log ſin CAG + log $\frac{3}{2}$.

§. 20.

§. 20. Anm. Bey Brechung zwischen Luft und Wasser, setze man die Brechungsverhältniß 4 : 3 §. 15. und verfahre wie §. 19. Auf ähnliche Art verfährt man in andern Fällen.

§. 21. Zus. 1. Bey krummen Flächen MAN, mAn, sind die Einfallslothe Perpendikel auf Ebenen, BD, die sie in den Einfallspunkten A berühren, und folglich bey Kugelflächen Halbmesser, wie Catoptr. §. 47.

§. 22. Zus. 2. Sind die Winkel so klein, daß sie sich beynahe wie ihre Sinus verhalten: so kann man §. 19. CAG = $\frac{3}{4}$ CAE, und CAE = $\frac{4}{3}$ CAG setzen. Gemeiniglich dehnt man dies bis auf einen Winkel von 30 Grad aus; wo der Fehler aber schon über $\frac{1}{2}$ Grad beträgt, indem $\frac{3}{4}$ sin 30° = sin 19° 28′ ist.

§. 23. Zus. 3. Fällt der Strahl unter dem Winkel CAG = 41° 49′ aus Glas in Luft: so giebt die Rechnung §. 19. $\frac{4}{3}$ sin 41° 49′ > sin tot, welches unmöglich ist. Dies lehret daher, daß es hier dem Gesetze §. 15. gemäß keinen Brechungswinkel geben könne. Auch lehrt die Erfahrung, daß Strahlen, die so schief auffallen, nicht aus dem Glase in die Luft gehen, sondern zurückgeworfen werden.

§. 24. Zus. 4. Fallen Strahlen auf eine ebene Brechungsfläche, so bleiben sie auch nach der Brechung parallel.

§. 25. Zus. 5. (Fig. 148.) Sind in dem Mittel MNRS (z. E. Glase) die ebenen Flächen MN, RS, parallel, und das umgebende Mittel (z. E. Luft) von einerley Beschaffenheit: so ist bey jeder Brechungsverhältniß der ausfahrende Strahl EG, dem einfallenden BA parallel.

Denn es ist allemahl sin DAH : sin FAH = sin GEK : sin FEK §. 15. Nun sind MN, RS, folglich auch die Einfallslothe AH, EK parallel, und daher FAH = FEK. Folglich ist DAH = GEK, folglich DAH − FAH = GEK − FEK, d. i. DAF = GEF, folglich GA mit DA parallel.

§. 26. Zus. 6. Fällt der Strahl BA §. 25. nicht sehr schief auf, und sind die parallelen Ebenen MN, RS, nur wenig von einander entfernt, also die Glasplatte von geringer Dicke: so fällt BA nach D verlängert mit EG fast zusammen, daß also der Strahl BA so gut wie ungebrochen durchgehet, und man seinen ganzen Weg BAEG für eine gerade Linie ohne merklichen Fehler halten kann.

§. 27. Anm. (Fig. 149.) Es sey MN ein Gefäß mit Wasser, und A ein Punkt im Boden, von dem ein Lichtstrahl ABC sey B in die Luft gehet: so wird derselbe durch die Brechung vom Einfallslothe BD abgelenkt, und nach §. 20. in der Richtung BO in ein Auge O gebracht, dem er also von einem höhern Punkte E herzukommen scheint. Dies erklärt, warum der Boden eines klaren Wassers, uns höher zu liegen und hohl zu seyn scheint; warum ein Geldstück auf dem Boden eines Gefässes, welchen der Rand verdeckt, uns sichtbar wird, wenn man Wasser darüber gießt; und warum ein ins Wasser schief gesteckter Stab CBA unter der gebrochenen Gestalt CBE erscheint.

2. Die Theorie der geschliffenen Gläser.

§. 28. Erkl. (Fig. 150.) Aus den Endpunkten der geraden Linie CD seyen Kreisbogen PAP, PBP, beschrieben, die sich in P, P, schneiden, und es drehe

sich

ſich die von dieſen Bogen eingeſchloſſene Figur um die Linie CD: ſo entſteht ein linſenförmiger Körper, der zwiſchen zwey Segmenten einer Kugelfläche enthalten iſt, und wenn er aus Glas beſteht, eine Glaslinſe, lens vitrea, oder ein doppelt convexes Glas, vitrum biconvexum, ſeu convexo-convexum, heißt. Wäre die ſich umdrehende Figur blos zwiſchen den Kreisbogen PAP, und ſeiner Sehne PP enthalten: ſo entſtünde eine halbe Glaslinſe, oder ein planconvexes Glas, plano-convexum.

§. 29. Erkl. Von den beyden Flächen ſolcher Gläſer nennt man die eine, die nach einem Gegenſtand gerichtet iſt, die vordere, die andere die hintere Seite. Der Mittelpunkt und Halbmeſſer der Kugelfläche, von der die Seite des Glaſes ein Segment iſt, heißt auch der Mittelpunkt und Halbmeſſer der Seite. Wäre z. E. PAP nach einem Gegenſtande gerichtet, ſo wäre der Halbmeſſer der vordern Seite CA, der hintern DB, wenn C, D, ihre Mittelpunkte ſind.

§. 30. Erkl. Die Linie CD durch die Mittelpunkte beyder Seiten iſt auf der gemeinſchaftlichen Grundfläche beyder Kugelſegmente in ihrem Mittelpunkte H ſenkrecht. (Geom. §. 529.) und heißt die Axe des Glaſes.

§. 31. Zuſ. Die halbe Linſe §. 28. beſteht nur aus einem Kugelabſchnitte, deſſen Axe CA zugleich die Axe des Glaſes iſt; jedoch kann man auch ihre ebene Fläche anſehen, als wäre ihr Halbmeſſer HD unendlich, daß alſo die Axe CA verlängert durch ihren unendlich entfernten Mittelpunkt D ginge.

§. 32.

§. 32. Erkl. (Fig. 151.) Erhalten in dieſer Figur die Halbmeſſer der vorhergehenden Figur eine entgegengeſetzte Lage: ſo wird von dieſer Figur durch ihr Umdrehen um die Axe CD ein doppeltes Hohlglas, oder doppelt concaves Glas, vitrum biconcavum, ſeu concavo-concavum beſchrieben. Ziehet man durch einen Punkt der Linie AB die QQ der Sehne pp oder qq parallel: ſo beſchreibt ſie beym Umdrehen einen Kreis um H den Grundflächen der Kugelſegmente parallel; die Figur aber zwiſchen der Linie QQ und den Kreisbogen pAp beſchreibt ein einfaches Hohlglas, oder ein planconcaves Glas, plano-concavum.

§. 33. Zuſ. Da bey converen und concaven Gläſern der Halbmeſſer von einerley Seite (z. E. der vordern CA Fig. 150. und 151.) entgegengeſetzte Lagen haben: ſo müſſen die Halbmeſſer des Hohlglaſes negativ geſetzt werden, wenn man die Halbmeſſer der Linſe poſitiv nennt.

§. 34. Erkl. (Fig. 152. 153.) Ein Glas das auf der einen Seite conver, auf der andern concav iſt, heißt ein Meniſcus, wenn der converen Seite Halbmeſſer CA kleiner, als der concaven DB iſt; ein concav-converes Glas aber, wenn jener gröſſer als dieſer iſt.

§. 35. Anm. 1. Die im Obigen erklärten Gläſer enthalten alle mögliche Arten ſolcher Geſtalten, die ſich in ebene und kugelförmige Flächen einſchlieſſen laſſen. Denn ſoll aufs wenigſte eine Fläche kugelförmig ſeyn, ſo giebt es für die Geſtalt 3 Claſſen ſolcher Gläſer, converę, concave, und ſolche, die beydes ſind; und jede Claſſe begreift 2 Arten unter ſich, daß alſo in allem 6 Arten ſolcher Gläſer möglich ſind.

§. 36. Anm. 2. Um den Gläſern dieſe Geſtalt zu geben, bereitet man Schüſſeln von Metall, wovon eine flach, eine andere nach der

der Lehrform die Kugelfläche, deren Halbmesser auch der Halbmesser der Schüssel heißt, ausgehöhlt oder erhoben ist. Hat man nun ein Stück reines, blasenleeres Glas abgerundet: so schleift man mit gehörigem Sande seine Seiten auf solchen Schüsseln rund, und polirt sie, wenn sie die gehörige Gestalt erhalten haben, theils um die durch das Schleifen verlohrne Durchsichtigkeit wieder herzustellen, theils die noch vorhandenen Rauhigkeiten möglichst zu vermindern.

§. 37. Aufg. Die Gestalt des Glases und ein einfallender Strahl ist gegeben; man soll den gebrochenen Strahl durch Zeichnung finden.

Aufl. I. (Fig. 154.) Auf die Linse PP, deren Mittelpunkt und Axe CD, falle ein Strahl EM, der verlängert nach V gehet. Man ziehe das Einfallsloth CM, und mache CMO = $\frac{2}{3}$ CMV. §. 22: so ist MNO der zum erstenmahl gebrochene Strahl, der die Axe der Linse in O trift, und bey N aus Glas in Luft gehet. Nun ziehe man das Einfallsloth DNG, und mache GNF = $\frac{3}{2}$ GNO: so ist NF der zum zweytenmahl gebrochene Strahl, der die Axe in einem nähern Punkte F schneidet.

II. (Fig. 155.) Ein Strahl EM falle auf das Hohlglas QQ, dessen Mittelpunkte und Axe CD. Man ziehe wiederum das Einfallsloth CM, und mache CMO = $\frac{2}{3}$ CME: so ist MNG der gebrochene Strahl, der rückwärts verlängert die Axe vor dem Glase in O schneidet, und bey N aus Glas in Luft gehet. Nun ziehe man das Einfallsloth DN, und mache DNH = $\frac{3}{2}$ DNG: so ist NH der zum zweytenmahl gebrochene Strahl, der die Axe vor dem Glase in einem nähern Punkte F schneidet.

III.

III. Für die übrigen Gläser kann man die Zeichnung leicht nach obigen Beyspielen entwerfen.

§. 38. Aufg. (Fig. 154.) Von einem Punkte der Axe E, und ihr sehr nahe, fällt ein Strahl EM auf die Linse PP; man soll die Punkte O und F, worinn der zum ersten und zweytenmahl gebrochene Strahl die Axe schneidet, durch Rechnung finden.

Anst. Es sey die Brechungsverhältniß aus Luft in Glas $n : 1$, des Glases Dicke $AB = v$, die Halbmesser $CA = f$, $DB = g$; und $AE = a$, $AEM = \varphi$, $AO = k$, $BF = s$. Nach der Voraussetzung müssen die Winkel AEM, AOM, und deren Summe CMV, so klein seyn, daß sie sich sehr nahe wie ihre Sinus verhalten, auch man ohne merklichen Fehler $EM = EA$, $ON = OB$, und $FN = FB$ setzen könne.

I. Man soll $BO = AO - AB = k - v$ finden.

1. Da CMV der Einfallswinkel, und CMO der Brechungswinkel, die sich wie ihre Sinus verhalten: so ist $n : 1 = CMV : CMO$, folglich

$$CMO = \frac{1}{n} CMV.$$

2. Im $\triangle$ CME ist nach eben der Voraussetzung $CM : EM = CEM : ECM$, d. i. $f : a = \varphi : ECM$; folglich $ECM = \frac{a\varphi}{f}$; folglich $CMV = ECM +$

AEM

AEM $= \frac{a\varphi}{f} + \varphi = \frac{a+f}{f} \cdot \varphi$. Demnach ist aus (1) CMO $= \frac{a+f}{nf} \cdot \varphi$, folglich COM $=$ ECM $-$ CMO $= \frac{a\varphi}{f} - \frac{a+f}{nf} \cdot \varphi = \frac{(n-1)a-f}{nf} \cdot \varphi$.

3. Im $\triangle$ CMO ist eben so CO : CM $=$ CMO : COM, d. i. CO : f $=$ a + f : (n − 1) a − f. Folglich ist CO $= \frac{f(a+f)}{(n-1)\,a-f}$.

4. Demnach ist k oder AO $=$ CO + CA $= \frac{f(a+f)}{(n-1)\,a-f} + f = \frac{naf}{(n-1)\,a-f}$, und man hat BO $=$ AO − AB $=$ k − υ, wo man auch υ, wenn es gegen a und f nicht zu achten ist, $=$ 0, also BO $=$ AO $=$ k setzen kann.

II. Man soll BF $=$ a finden.

5. Da der Strahl bey N aus Glas in Luft gehet, wo die Brechungsverhältniß 1 : n ist, und hier GNO der Einfallswinkel, GNF der Brechungswinkel: so ist 1 : n $=$ GNO : GNF, folglich GNF $=$ n . GNO.

6. Im $\triangle$ NOD ist ND : NO $=$ O : D, wo ND $=$ g ist, und BO anstatt NO gesetzt werden kann. Folglich ist D $= \frac{O \cdot BO}{g}$, folglich GNO $=$ D

+ O

$+ O = \frac{BO+g}{g} . O$, folglich aus (5) GNF: $\frac{n(BO+g)}{g} . O$, folglich NFD $\leq$ GNF $-$ D $= \frac{n(BO+g)}{g} . O - \frac{O.BO}{g} = \frac{(n-1)BO+ng}{g} . O$.

7. Im $\triangle$ NFD ist FN : DN $=$ D : F, d. i. wenn man α oder FB anstatt FN setzt, $\alpha : g = BO : (n-1)BO+ng$; folglich $\alpha = \frac{g.BO}{(n-1)BO+ng}$; da dann aus (4) $BO = k - v$, oder, wenn man $v = o$ setzt, $BO = AO = k$ ist.

8. Nimmt man letzteres wegen der unbeträchtlichen Dicke unsrer geschliffenen Gläser an: so ist $\alpha = \frac{gk}{(n-1)k+ng}$, wo aus (4.) der Zähler $\frac{nafg}{(n-1)a-f}$, und der Nenner $\frac{n.(n-1)af}{(n-1)a-f} + ng = \frac{n.(n-1)af+n.(n-1)ag-nfg}{(n-1)a-f}$.

Demnach ist $\alpha = \frac{afg}{(n-1)n(f+g)-fg}$, oder, wenn man mit a dividirt, $\alpha = \frac{fg}{(n-1)(f+g)-\frac{fg}{a}}$.

§. 39. Zus. 1. Ist E ein leuchtender Punkt in der Axe, von dem ein Strahlenkegel MEM, dessen Grund-

Grundfläche MAM nur sehr klein ist; auf die Linse PP fällt: so vereinigen sich diese Strahlen, nach der zweyten Brechung in dem Punkte F, welcher das Bild von E, so wie α die Weite des Bildes heißt, die man, von welcher Fläche des dünnen Glases man will, rechnen kann.

§. 40. Zus. 2. Ist der leuchtende Punkt E unendlich vom Glase entfernt, oder AE $=$ a unendlich groß, folglich EM der Axe CD parallel, also MEM ein Strahlencylinder aus dem Punkte E: so ist in 8. des §. 38. in der letzten Formel für α des Nenners zweyter Theil $\frac{fg}{a}$ nicht zu achten. Alsdann heißt (wie Catoptr. §. 62.) F der Brennpunkt, focus, des Glases, und seine Weite vom Glase BF die Brennweite, die durch p angezeigt werden soll, zum Unterschied von α der Weite des Bildes §. 39. Demnach ist $p = \frac{fg}{(n-1)(f+g)}$.

§. 41. Zus. 3. Wäre PP eine Kugel, so fielen C und D in H, als der Mitte von AB, und es wäre $f = g$ und $AB = 2f$, daß also $v = AB$ nicht $= o$ gesetzt werden dürfte. Setzt man nun a unendlich, so wäre in 4. des §. 38. $AO = \frac{nf}{n-1}$ und $BO = AO - AB = \frac{nf}{n-1} - 2f = \frac{(2-n)f}{n-1}$, folglich in 7. des §. 38. wenn man p für α und f für g setzt, $p = \frac{f.BO}{(n-1)BO + nf}$.

wo der Zähler $\frac{(2-n)f^2}{n-1}$, und der Nenn

$\frac{(n-1)(2-n)+n^2-n}{n-1} \cdot f = \frac{2(n-1)}{n-1}$

Demnach ist $p = \frac{(2-n)f}{2(n-1)}$, die Brennweite d Kugel von der hintern Seite gerechnet.

§. 42. Zuſ. 4. Wäre aus §. 15. die Brechungsverhältniß 3 : 2, d. i. $\frac{3}{2}$: 1, ſo wäre $n = \frac{3}{2}$, alſo $n-1 = \frac{1}{2}$. Folglich nach §. 40.

1. bey dem biconveren Glaſe, wird $p = \frac{2fg}{f+g}$, und $= f$, wenn $g = f$ iſt. Bey der Kugel §. 41. iſt $2-n = \frac{1}{2}$, und $2(n-1) = 1$, alſo $p = \frac{1}{2}f$.

2. bey dem planconveren Glaſe wird $p = 2f$, weil man die hintere Seite als eine Kugelfläche betrachten kann, deren Halbmeſſer g unendlich iſt §. 31, daß alſo im Nenner f gegen g nicht geachtet, d. i. $p = \frac{2fg}{g} = 2f$ wird.

3. beym Meniſcus, wenn g den Halbmeſſer der concaven Seite bedeutet, wird $p = \frac{2fg}{g-f}$. Denn g iſt negativ und $> f$ §. 33. 34. folglich $p = \frac{-2fg}{-(g-f)} = \frac{2fg}{g-f}$.

4.

4. beym biconcaven Glase, wo f sowohl als g negativ ist, wird $p = \frac{2fg}{-(f+g)}$, also negativ. Wenn nämlich (Fig. 155.) der einfallende Strahl EM mit des Hohlglases Axe CD parallel gehet: so ist NH der zum zweytenmahl gebrochene Strahl, der rückwärts verlängert, die Axe vor dem Glase in F schneidet. Eben dies gilt von allen übrigen Strahlen, die mit der Axe parallel und ihr nahe einfallen. Demnach ist F der Punkt, woraus sich die Strahlen, wie NH zerstreuen, oder ein Zerstreuungspunkt, punctum dispersus, der auch der Brennpunkt des Hohlglases heißt, aber blos geometrisch ist, virtualis, zum Unterschiede des physischen bey der Linse (Fig. 154.) der ein Sammlungspunkt, punctum concusus, ist. Beyder Brennpunkte haben eine entgegengesetzte Lage, welche durch das positive und negative angezeigt wird.

5. beym planconcaven Glase, wo f negativ und g unendlich ist, wird $p = -2f$.

6. beym concav-convexen Glase, wo g negativ und $< f$ ist, wird $p = \frac{-2fg}{f-g}$.

§. 43. Zus. 5. Die 3 ersten Arten der Gläser §. 42. haben eine positive, die 3 letzten aber eine negative Brennweite. Und dies ist allgemein für jedes Brechungsverhältniß wahr, weil dieses Verhältniß auf die Schlüsse in §. 42. keinen Einfluß hat. Daher heissen erstere Brenngläser, letztere aber Zerstreuungsgläser. Beyde werden nach der Grösse der Brennweite p benannt, so daß ein p füssiges, zolliges, li-

nichtes Glas heißt, deſſen poſitive oder negative Brenweite p Fuß, Zoll, Linien beträgt.

§. 44. Zuſ. 6. Da aus §. 40 $(n-1)(f+$ $p = fg$ iſt: ſo wird in 8. des §. 38. $\alpha =$ $\frac{(n-1)(f+g)\,ap}{(n-1)(f+g)\,a-(n-1)(f+g)\,p} = \frac{ap}{a-}$ folglich auch $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$, und $a = \frac{\alpha p}{\alpha - p}$.

§. 45. Zuſ. 7. Da für Brenngläſer p allemahl poſitiv iſt §. 43, ſo iſt folgendes klar:

1.) Iſt $a > p$, ſo bleibt in §. 44. α poſitiv, d. i. es entſteht ein Bild hinter dem Glaſe, oder ein phyſiſches Bild, deſſen Abſtand hinter dem Brennpunkte $= \alpha - p = \frac{ap}{a-p} - p = \frac{p^2}{a-p}$ iſt. Je näher alſo der leuchtende Punkt dem Glaſe, d. i. je kleiner a iſt, deſto weiter rückt das Bild vom Brennpunkte weg. Je weiter hingegen der leuchtende Punkt vom Glaſe, d. i. je gröſſer a iſt, deſto näher iſt das Bild dem Brennpunkte, und fällt in den Brennpunkt, wenn a unendlich iſt. Demnach iſt der Brennpunkt das Bild eines unendlich entfernten Gegenſtandes, und das nächſte Bild hinter dem Glaſe. Wäre jedoch a, ohne unendlich zu ſeyn, gegen p ſo groß, daß p dagegen für nichts zu achten: ſo wird beynahe $\alpha = p$. §. 44, d. i. wenn eines Gegenſtandes Entfernung auch nur ſehr vielmahl gröſſer iſt, als des Glaſes Brennweite; ſo fällt ſein Bild ſo nahe beym Brennpunkte, daß man es in demſelben annehmen darf. Iſt $a = 2p$, ſo iſt $\alpha = 2p$. §. 44.

2.

2.) Ist $a = p$, d. i. der Gegenstand im Brennpunkte, so rückt das Bild vom Brennpunkte ins unendliche weg, d. i. die gebrochenen Strahlen werden parallel, wie Catoptr. §. 64. Denn verwechselt man die beyden Arten der Strahlen, so siehet man leicht ein, wenn z. E. Fig. 154. EM nach NF gehet, daß FN nach ME gehen müsse, und daß folglich, wenn die parallel einfallenden Strahlen gebrochen in den Brennpunkt lauffen, die aus dem Brennpunkte einfallenden, gebrochen parallel lauffen müssen. Auch zeigen dies die Formeln §. 44, wo α' durch α und p eben so, wie α durch a und p, bestimmt wird.

3) Ist $a < p$, d. i. der Gegenstand zwischen dem Brennpunkte und dem Glase; so wird α negativ, d. i. die gebrochenen Strahlen gehen, wie §. 42. beym Zerstreuungsglase eben so, als kämen sie aus einem Punkte vor dem Glase.

§. 46. Zus. 8. Für zwey Brenngläser sey a, die Entfernung des Gegenstandes, einerley, aber des andern Brennweite q gröſſer als des ersten Brennweite p: so ist des Bildes Weite hinter des andern Brennpunkte $\frac{q^2}{a-q} > \frac{p^2}{a-p}$ in §. 45, weil $q^2 > p^2$, und $a-q < a-p$ ist. Da nun schon $q > p$ ist, so ist das Bild viel weiter hinter dem andern Glase. Ein Glas, das eine gröſſere Brennweite hat, und also die Strahlen weniger bricht, d. i. den Durchschnittspunkt der gebrochenen Strahlen mit der Axe in gröſſerer Entfernung macht, heißt flächer; ein Glas hingegen, das eine kürzere Brennweite hat, also die Strahlen stärker bricht, heißt erhobener. Setzt man für das flächere Glas die Weite des Gegenstandes $= o$, die Weite

des Bildes = β, so könnte wohl β = α, d. ist $\frac{b}{b-}$

$= \frac{a\,p}{a-p}$ seyn, nur müßte man b > a annehmen.

§. 47. Zus. 9. Für Zerstreuungsgläser ist allemahl negativ §. 43. folglich in §. 44. $\alpha = \frac{-a}{a+}$

$= -p \cdot \frac{a}{a+p} = -\frac{p}{a+p} \cdot a$, also auch $\alpha < p$, und $< a$. Für einerley Glas ist demnach α desto kleiner, je kleiner a ist, und es gehört das größte $\alpha = p$ zu dem größten a, wenn nämlich der Punkt unendlich entfernt, also die Strahlen parallel einfallen.

§. 48. Anm. Für Zerstreuungsgläser lassen sich ähnliche Betrachtungen anstellen, wie §. 46. für Brenngläser.

§. 49. Zus. 10. (Fig. 156.) Würde der Strahl EM, der durch ein Sammlungsglas MM nach einem Punkte der Axe F gebrochen wird, noch ehe er dahin gelangt, mit einem zweyten Glase NN in der Weite FC aufgefangen: so hat der auf das zweyte Glas fallende Strahl MN eine solche Lage, als käme er von einem leuchtenden Punkte F hinter dem Glase in der Weite FC, so daß F und FC für das Glas NN eben das ist, was E und EA für das Glas MM war; nur daß FC eine der EA entgegengesetzte Lage hat, wodurch a in der Gleichung für α §. 44. negativ wird. Ist nun NN auch ein Sammlungsglas, welches in dieser Verbindung ein Collectivglas heißt, so wird (G =

$\alpha = \frac{-a\,p}{-(a+p)} = \frac{a}{a+p} \cdot p$, folglich auch $\alpha < p$, d. i.

bey

bey einem Collectivglase entsteht allemahl ein physisches Bild, welches dem Glase näher ist, als sein Brennpunkt. Ist hingegen NN ein Zerstreuungsglas, so wird $\alpha = \frac{a\,p}{p-a}$, wo a entweder $>$ oder $<$ oder $= p$ ist; da dann im ersten Falle ein geometrisches, und im zweyten ein physisches Bild entstehet, im dritten aber die gebrochenen Strahlen der Axe parallel lauffen.

§. 50. Lehrs. (Fig. 157.) Unter allen Strahlen, die ein leuchtender Punkt V auf die Linse PP schickt, muß es einen geben, der ungebrochen durchgehet.

Bew. Jeder dieser Strahlen trift einen Punkt der Vorderfläche, und wird nach einem Punkte der Hinterfläche gebrochen, da dann unter allen diesen Strahlen es einen VM geben muß, der nach MNG so gebrochen wird, daß die Tangenten oder Elemente beyder Flächen bey M und N parallel sind. Alsdann aber ist es eben so, als gienge dieser Strahl durch ein Planglas, daß der ausfahrende NG dem einfallenden VM parallel ist. §. 25. Nun sind hier die vorkommenden Winkel sehr klein, und die Dicke des Glases sehr gering. Folglich ist der Weg VMNG als eine gerade Linie anzusehen, oder VM ein Strahl, der ungebrochen durch das Glas gehet. §. 26.

§. 51. Zus. Man könnte für jedes Glas den Punkt H der Axe AB finden, durch den der Strahl MN gehen muß, damit das in §. 50 angenommene erfolge. Da aber hier die Dicke des Glases nicht geachtet wird: so kann man ohne merklichen Fehler annehmen,

daß dieser Punkt H mit A und B, oder der Mitte beider Flächen, zusammenfalle. Ist PP aber eine ganze Kugel: so ist obgedachter Punkt A ihr Mittelpunkt. Für einen leuchtenden Punkt E (Fig. 154.) in der Glases Axe CD, die auf beyde Flächen in A und B senkrecht ist, fällt der Strahl senkrecht auf, und gehet ungebrochen durch; auch sind die Elemente bey A und B parallel.

§. 52. Erkl. Unter allen Strahlen, die ein leuchtender Punkt auf ein geschliffenes Glas schickt, heisse derjenige der Hauptstrahl, der durch des Glases, oder einer der beyden Flächen Mitte, also ungebrochen durch das Glas gehet, §. 51, und die Axe des auffallenden Strahlenkegels ist.

§. 53. Zus. (Fig. 154.) Ist der leuchtende Punkt in des Glases Axe CD, so ist diese Axe selbst sein Hauptstrahl, und die Durchschnittspunkte der Axe, O und F, sind auch Durchschnittspunkte des Hauptstrahls, der ungebrochen durchgehet, also seine Richtung nicht ändert, und in dem sich alles übrige Licht sammlet, das von E auf die Linse ohnweit des Hauptstrahls einfällt.

§. 54. Aufg. (Fig. 158.) Es sey EO die Axe der Linse PP, und in ihr der leuchtende Punkt E, dessen Bilder die Vorderfläche in O, die Hinterfläche in F macht; man soll eben diese Bilder für den leuchtenden Punkt V ausser der Axe finden.

Aufl. Man ziehe durch der Vorderfläche Mitte A den Hauptstrahl VAL §. 52, beschreibe aus A mit

AO,

AO, AF, Kreisbogen OL, FG, welche den Hauptstrahl in den gesuchten Punkten, L, G, schneiden werden.

Bew. Da der Hauptstrahl VL ungebrochen bleibt, also seine Richtung nicht ändert: so sammelt sich darinn das übrige Licht, das von dem Punkte V auf die Linse fällt, so wie sich das Licht von E in des Glases Axe EO sammelt §. 53. Um aber diese Sammlungspunkte in VL zu bestimmen, stelle man folgende Betrachtungen an:

1) Es sey VE senkrecht auf der Axe EO, und der Winkel EAV, oder der Quotient $\frac{EV}{AV}$, sehr klein, daß also EV sehr weit vom Glase absteht, wenn sie groß ist (wie bey Teleskopen) oder sehr klein seyn muß, wenn sie nahe beym Glase stehet (wie bey Microscopen). In beyden Fällen kann man also AV = AE = a ohne merklichen Fehler setzen.

2) Nun wurde in 4 des §. 38. für den Punkt E die AO durch die Grössen n, a, f bestimmt, die alle für den Punkt V dieselben bleiben. Folglich ist auch für diesen Punkt, AL = AO = k, oder da die Dicke des Glases sehr gering, also AN von AB nicht zu unterscheiden ist, NL = BO.

3) Das Licht von E, das sich nach der ersten Brechung in O sammelte, ward durch die zweyte Brechung in F gebracht. Nun wird für den Punkt E in 7. des §. 38. α, d. i. BF oder AF durch die Grössen n, k, g, u, bestimmt, die alle für den Punkt V dieselben blei-

ben. Folglich ist auch für diesen Punkt, AG = AF, oder NG = BF.

§. 55. Zus. 1. Anstatt der kleinen Kreisbogen OL, FG, kann man auch auf AO in O und F, die Perpendikel OL, FG, errichten, die von den Bogen fast gar nicht unterschieden sind.

§. 56. Zus. 2. Das Bild G des Punktes V ist in dem Hauptstrahle VG so weit hinter der Linse als das Bild F des Punktes E in dem Hauptstrahle EF war. Da nun dies von allen leuchtenden Punkten in EV gilt, so fallen deren Bilder in die Linie FG, die also das Bild von EV ist, und dieses Bildes Weite ist EF = α.

§. 57. Zus. 3. Ist der Gegenstand EV von der Linse um ihre Brennweite entfernt: so ist sein Bild unendlich weit hinter der Linse, d. i. das Licht, das von jedem Punkte der EV auf die Linse fällt, gehet vermöge der doppelten Brechung nach einem Punkte des Hauptstrahls in unendlicher Entfernung vom Glase, folglich mit diesem Hauptstrahle parallel.

§. 58. Zus. 4. Ist der Gegenstand EV in einer unendlichen Entfernung von der Linse: so ist die Weite seines Bildes FG der Brennweite der Linse gleich, d. i. die Strahlen aus jedem Punkte der EV gehen mit dem Hauptstrahle parallel, und vereinigen sich vermöge der doppelten Brechung in einem Punkte dieses Hauptstrahls, der vom Glase um seine Brennweite abstehet.

§. 59. Zus. 5. Das Bild FG ist verkehrt, wenn das Glas zwischen ihm und dem Gegenstande sich befin-

befindet, d. i. wenn es ein physisches Bild ist; und aufrecht, wenn das Bild zwischen dem Gegenstande und Glase, d. i. wenn es ein geometrisches Bild ist. Denn es sey (Fig. 159.) EV ein Gegenstand vor einem Hohlglase QQ, dessen Axe EA, und F das Bild von E: so ist, wenn man den Hauptstrahl VA ziehet, der Perpendikel FG das aufrechte Bild von EV.

§. 60. Zus. 6. Da EV und FG auf EF senkrecht §. 55, so ist EV : FG = EA : AF = a : α, d. i. Gegenstand und Bild verhalten sich wie ihre Weiten vom Glase.

§. 61. Zus. 7. Demnach ist auch EV : a = FG : α, oder $\frac{EV}{a} = \frac{FG}{\alpha}$ = tang AEV, wo AEV die scheinbare Grösse des Gegenstandes EV aus A gesehen ist, die man bey kleinen Winkeln, auch für die Tangente setzen kann. Z. E. Wäre der Sonne Mittelpunkt E, ihr scheinbarer Halbmesser AEV: so ist wegen ihrer grossen Entfernung ihr Bild FG im Brennpunkte §. 45, also α oder BF = p, folglich $\frac{FG}{p}$ = AEV und FG = p . AEV, wodurch man, wenn man p kennet, aus dem Halbmesser des Bildes FG der Sonne scheinbaren Halbmesser, oder aus diesem jenen finden kann.

§. 62. Zus. 8. Nähert sich der Gegenstand EV dem Glase, so wächst AEV, und zugleich BF, folglich auch FG, d. i. das Bild eines nahen Gegenstandes ist weit hinter dem Glase und groß; eines entfernten aber nahe hinter dem Glase und klein. Hievon kann man sich

ſich auch durch einen leichten Verſuch überzeugen, wenn man eine Lichtflamme in verſchiedenen Entfernungen von einer Glaslinſe ſtellt, und ihr Bild hinter dem Glaſe mit einem weiſſen Papiere auffängt.

§. 63. Zuſ. 9. Alles Licht, das von einem Gegenſtande EV auf das Glas PP, welches nur wenig gekrümmt iſt, einfällt, iſt in der Fläche eines Kreiſes enthalten, deſſen Mittelpunkt des Glaſes Mitte H oder A, und deſſen Halbmeſſer des Glaſes halbe Breite PH oder PA iſt. Gienge nun alles Licht durch das Glas, und vereinigte ſich im Bilde FG (welches beydes von der Wahrheit entfernt iſt): ſo wäre es darinn ſo vielmahl dichter, als auf dem Glaſe, ſo vielmahl das Bild kleiner als das Glas iſt, welches ſich aus §. 60 berechnen läßt, und die Wirkung eines Brennglaſes begreiflich macht, wie Catoptr. §. 62. Je gröſſer alſo die Breite des Glaſes iſt, deſto heller wird das Bild; aber mit der Entfernung des Bildes nimmt ſeine Gröſſe zu, folglich ſeine Helligkeit ab.

§. 64. Zuſ. 10. Wollte man dem Glaſe, für die gröſſere Helligkeit des Bildes, eine gröſſere Breite geben: ſo würden die Strahlen weiter von der Axe einfallen, als die bisherigen Lehren, die nur unter der Einſchränkung des §. 37. wahr ſind, verſtatten. Denn nur die aus einem Punkte E dem Hauptſtrahle nahe einfallenden Strahlen werden ſo gebrochen, daß ſie ſich im Bilde F vereinigen; die weiter davon auffallenden Strahlen aber gehen nach Punkten des Hauptſtrahls, die näher beym Glaſe als F liegen und weichen alſo von F ab, wodurch das Bild F undeutlich wird. Dieſer Unterſchied in der Brechung der weiter auffallenden Strahlen heißt die Abweichung des Lichts wegen

gen der Kugelgestalt des Glases, und ist desto gröss ser, je weiter vom Hauptstrahle das Licht einfällt. Man macht daher gewöhnlich die Gläser nur schmahl, oder bedeckt ihren Rand mit kreisförmigen Blendungen, die nur die Mitte der Gläser, die Oeffnung, apertura, unbedeckt lassen. Je kleiner letztere ist, desto reiner wird das Bild, verliehrt aber an der Helligkeit, weil alsdann weniger Strahlen von jedem Punkte des Objects auf das Glas fallen.

§. 65. Anm. Ausser dieser Abweichung des Lichts wegen der Kugelgestalt der Gläser, giebt es noch eine andere Abweichung wegen der Farben, wovon nun gehandelt werden soll.

3. Die Lehre von den Farben.

§. 66. Erfahr. (Fig. 161.) Durch eine kreisförmige Oeffnung DE in der Wand eines verfinsterten Zimmers falle das Sonnenlicht SEDS, welches von der weissen Wand in PQ geschnitten wird. Fängt man dasselbe mit einem dreyeckigen gläsernen Prisma so auf, daß dessen Seitenlinien mit dem aus parallelen Strahlen bestehenden Sonnenlichte rechte Winkel machen: so zeigt sich an der weissen Wand ein farbiges länglichtes Bild RV, welches von farbigen Strahlen, die von dem Prisma nach der Wand zu divergiren, gemacht wird, und woran man sieben Farben deutlich von einander unterscheiden kann, die allemahl

mahl in folgender Ordnung von R nach V auf einander folgen: Roth, Dunkelgelb, Hellgelb, Grün, Hellblau, Dunkelblau, Violet.

§. 67. Zuſ. 1. Würden die Sonnenſtrahlen auf einerley Art gebrochen: ſo müßten ſie, da ſie auf der Ebene AB parallel auffallen, nach der erſten Brechung auch parallel bleiben, folglich auf die zweyte Ebene AC, wo ſie ausgehen, gleichfalls parallel auffallen, folglich nach der zweyten Brechung auch noch parallel bleiben §. 25. Demnach würde durch dieſe doppelte Brechung blos bewirkt, daß das Bild PQ in eine andere Lage käme, aber ſeine Geſtalt ungeändert behielte. Da nun die ausgehenden Strahlen nicht parallel, ſondern divergent ſind, und ein viel längeres Bild machen: ſo werden ſie nicht gleich ſtark, ſondern verſchiedentlich gebrochen.

§. 68. Zuſ. 2. Dieſe auf verſchiedene Art gebrochenen Strahlen bringen die Empfindung der verſchiedenen Farben hervor; und zwar die am ſchwächſten gebrochen werden, die violette, und ſo die Zwiſchenfarben; ſo daß ſich das farbige Licht durch die verſchiedenen Grade der Brechbarkeit von einander unterſcheiden läßt.

§. 69. Zuſ. 3. Da zugleich die Erfahrung lehret, daß jede dieſer Farben, abgeſondert von den übrigen, durch ein zweytes Prisma nicht weiter verändert wird; und daß alle Farben, durch ein Sammlungsglas zuſammen vereinigt, das weißliche Sonnenlicht, wie es beym Eingange war, wieder hervorbringen: ſo muß das Sonnenlicht aus farbigem Lichte beſtehen, welches erſt kenntlich wird, wenn man es von einander abſondert;

dert; da man es dann als einfach ansehen muß, weil es sich nicht weiter zergliedern läßt.

§. 70. Zus. 4. Da die Körper dieselbe Farbe zeigen, welche die Lichtart des Prisma zeigt, worein man sie bringt, und nur diejenige lebhafter, die mit ihrer gewöhnlichen Farbe übereinstimmt: so muß letztere daher entstehen, daß jeder Körper von dem gemischten Tageslichte erleuchtet, nur Strahlen gewisser Art in unser Auge sendet. Eben diese Eigenschaft haben die färbenden Materien, pigmenta, die man auf Körper aufträgt, oder in Körper einziehen läßt, welche die Farbe, color, dieser Materien erhalten sollen.

§. 71. Zus. 5. Da Newton die Brechungsverhältniß für rothes Licht wie 77: 50, für violettes wie 78: 50, für grünes wie $77\frac{1}{2}$: 50 gefunden: so fällt das grüne Licht ohngefähr ins Mittel zwischen jene äusserſten, und seine Brechungsverhältniß $77\frac{1}{2}$: 50 oder 31: 20, ist beynahe 3: 2, wie sie §. 15. angenommen worden, welches also eine mittlere Verhältniß ist.

§. 72. Zus. 6. Da man durch weitere Versuche entdeckt hat, daß die Länge RV des farbigen Bildes §. 66. auf die Glasart, woraus das Prisma beym Versuche besteht, ankömmt, d. i. daß das Bild bey einer Glasart länger ist, als bey einer andern: so muß eine Glasart vor der andern das farbige Licht mehr oder weniger zerstreuen. Insbesondere sind hiebey zwey Glasarten in England merkwürdig: das Flintglas, ein weisses Cristallglas, welches die Farben am stärksten, und das Crownglas, welches grünlich ist, und die Farben am schwächsten zerstreuet. Für

jenes

jenes ist nach Dollond die mittlere Verhältniß 153 : 100, für dieses 153 : 100.

§. 73. Zus. 7. (Fig. 160.) Ist das Licht, das von einem Objecte E auf das Glas PP fällt, wie das Sonnenlicht, gemischt: so macht das Glas so viele Bilder, als solches Licht Farben enthält. Wäre z. E. F das grüne Bild: so wird das rothe Bild am weitesten, und das violette dem Glase am nächsten seyn, die übrigen Farbenbilder aber werden in den Zwischenräumen stehen. Dies heißt die Abweichung des Lichtes wegen der Farben, oder wegen der verschiedenen Brechbarkeit, aberratio ob diversam refrangibilitatem, welche macht, daß keines dieser Bilder, wenn man es mit einer weissen Ebene auffängt, rein, sondern mit dem Lichte der andern Farbenbilder gemischt ist, und eine Undeutlichkeit verursacht, die weit beträchtlicher als die §. 64. ist. Denn wenn sich die von E auffallenden Strahlen nach der Brechung in einen einzigen Punkt F vereinigten, von da sie auch wieder ausgiengen, und man diesen Punkt mit einer weissen Ebene auffienge: so würde sich daselbst ein reines, und daher deutliches Bild des Punktes E zeigen; in jeder andern Stelle aber nur ein Lichtkreis, der desto grösser würde, je weiter von F zu beyden Seiten man die Ebene abrückte. Wäre nun F der Punkt, nach dem die von E unweit der Axe einfallenden Strahlen gebrochen würden: so würden die weiter von der Axe einfallenden Strahlen nach andern Stellen als F gebrochen, und würfen also auf das Bild F einen Lichtkreis, welcher dessen Deutlichkeit verminderte. Wäre aber F eines der farbigen Bilder: so würden die Strahlen der weiter entfernten Farbenbilder einen farbigen Lichtkreis auf F werfen, der dies Bild viel undeutlicher machte.

Um

Um aber durch ein leichtes Beyspiel die Art zu zeigen, wie sich die Weiten der farbigen Bilder von einander berechnen lassen: so sey der Brennpunkt des Glases für violette Strahlen F, für rothe O, daß also FO die gesuchte Weite sey. Nun ist in der Formel, $p = \frac{f\,g}{(n-1)\,(f+g)}$ §. 40, die Dicke des Glases gegen f und g nicht geachtet worden, die aber gegen FO beträchtlich seyn kann. Um also diese Formel auch hier gebrauchen zu können, nehme man ein planconvexes Glas an, dessen ebene Vorderseite die der Axe parallel auffallenden Strahlen ungebrochen durchläßt, daß solche nur in der convexen hintern Seite gebrochen werden, folglich hier die Dicke des Glases keinen Unterschied macht. Hiedurch wird, weil im Nenner g gegen f nicht zu achten ist, $p = \frac{f}{n-1} \cdot g$. Nun ist für rothes Licht $n = \frac{77}{50}$, und für violettes $n = \frac{78}{50}$ §. 71. welches $n-1$, $\frac{27}{50}$ und $\frac{28}{50}$ giebt, daher für p im ersten Falle $\frac{50}{27}g$, im zweyten $\frac{50}{28}g$ kömmt, folglich $FO = \left[\frac{50}{27} - \frac{50}{28}\right]g = \frac{50}{28.27}g$ ist.

B. Die optischen Werkzeuge.

1. Das Auge und die Augengläser.

§. 74. Erfahr. (Fig. 162.) An dem fast kugelförmigen Augapfel, bulbus oculi, EFMN,

unterſcheidet man theils drey Häute, die ſein innere Höhlung umgeben, die harte Haut, die Adernhaut, und die Netzhaut, theils drey Feuchtigkeiten, die ſeine Höhlung ausfüllen, die wäßrige, criſtallene, und gläſerne; theils den Sehnerven ſeitwärts im Hintertheile. Vergl. Opt. §. 58 bis 60.

§. 75. Die harte Haut, ſclerotica, umgiebt den Augapfel zu äuſſerſt, und iſt hart und undurchſichtig; nur ihr vorderer Theil EF, die Hornhaut, cornea, der aus dem Weiſſen im Auge hervorragt, iſt durchſichtig, und als das Segment einer kleinen Kugel erhobener.

§. 76. Die Adernhaut, choroides, iſt ſchwärzlich, und ſchließt ſich an die innere Fläche der harten Haut an, bis zur Hornhaut, wo ſie zwiſchen den beyden Kugelſegmenten eine farbige Scheidewand, die Traubenhaut, uvea, bildet, in deren Mitte eine kreisrunde Oeffnung GH, der Stern, pupilla, befindlich iſt, die ſich nach der mehrern oder mindern Stärke des Lichts zuſammenziehet, oder erweitert. Die äuſſere Seite der Traubenhaut, iſt mit feinen Aederchen bezogen, die theils ſchlangenweiſe gekrümmt ſind, theils wie Strahlen gegen den Stern hinlauffen, auch verſchiedne Farben zeigen; daher ſie auch der Regenbogen, iris, heißt. Sie iſt durch die Hornhaut ſichtbar, und giebt, wegen ihrer mannichfaltigen Farben, den Augen ihre äuſſere Schönheit.

§. 77. Die Netzhaut, retina, RS, iſt eine zarte Verflechtung der feinſten Nerven und Blutgefäſſe, und ſchließt an die innere Fläche der Adernhaut allenthalben an.

§. 78.

§. 78. Die cristallene Feuchtigkeit, humor cristallinus, oder Cristalllinse, lens cristallina; BD, an der Höhle des Augapfels hinter der Pupille, ist eine linsenförmige durchsichtige Masse, die in einer sehr zarten durchsichtigen Haut, aranea, als in einer Capsel liegt, und mit einer ringförmigen Einfassung, ligamentum ciliare, umgeben ist. Da dieses Ligament zu beyden Seiten an der innern Wand befestigt ist: so wird die innere Höhle des Augapfels durch die Linse mit ihrem Ligamente in zwey ungleiche Räume getheilt. Die Axe der Cristalllinse §. 30. ist die Augenaxe in Opt. §. 60.

§. 79. Die gläserne Feuchtigkeit, humor vitreus, erfüllt den grössern Raum zwischen der Cristalllinse und der Netzhaut, und ist gleichfalls in ein eignes Häutchen; als in einem Behältnisse eingeschlossen.

§. 80. Die wässrige Feuchtigkeit, humor aqueus, erfüllt den kleinern Raum, der sich zwischen der Cristalllinse und der Hornhaut befindet, und durch die Traubenhaut in zwey Kammern getheilt ist, deren gemeinschaftliche Oeffnung die Pupille ist.

§. 81. Der Sehenerve, nervus opticus, hängt da, wo hinten im Augapfel, der Hornhaut gegenüber, aber etwas seitwärts, eine kleine Oeffnung N ist, mit den innern Häuten des Auges zusammen.

§. 82. Anm. Die beinerne Augenhöhle, worinn der Augapfel durch Muskeln beweglich ist, von denen ein Paar sich um denselben beugt, und die weisse Haut, albuginea, bildet, hat oben einen harten Bogen, woran die Augen-Bramen sitzen, um das von oben herabfallende Licht aufzuhalten, und die Schweißtropfen abzulenken. Das ganze Auge ist mit zwey sich öffnenden und schliessenden Augenliedern bedeckt, deren knorplichte Ränder mit den Augenwimpern besetzt sind. An dem äussern Augenwinkel, unter dem beinernen Bogen, liegt die Thränendrüse, und besteht aus den feinsten Aderchen, die diesen Liquor aus dem Blute abscheiden, und ihn durch etliche feine Schläuche über die Augen ergiessen, um sie abzuwaschen und glänzend zu erhalten;

Er fließt schief nach dem innern Augenwinkel herab, wo ihn die Thränenpunkte, mittelst der rothen Schwämmchen empfangen und in ein festes Säckchen leiten, woraus er durch einen besondern Schlauch, den Thränengang, in die Nase fließt. Ergießt sich von diesem Liquor mehr, als die Thränenpunkte einsaugen können, so rollt er tropfenweise von den Wangen herab.

§. 83. Zus. 1. Von jedem Punkte eines Gegenstandes fallen Strahlen durch den Augenstern auf die Cristallinse, und werden nach den Gesetzen der Glaslinsen so gebrochen, daß sie ein umgekehrtes aber helles und deutliches Bild auf die Netzhaut werfen, wie man wirklich erblicken kann, wenn man die harte Haut eines thierischen Auges geschickt ablöst. Nimmt man die Cristallinse aus diesem Auge heraus, so macht sie ein eben solches Bild, welches aber näher hinter ihr liegt, als das Bild im Auge, wo die Strahlen aus der wäßrigen Feuchtigkeit in die Linse, und aus ihr in die gläserne Feuchtigkeit gehen, also nicht so stark gebrochen werden, als wenn die Linse zu beyden Seiten von der Luft, also von einem dünnern Mittel umgeben ist. Dieser Umstand mag auch wohl verursachen, daß die Cristallinse im Auge ein viel reineres Bild macht, als ausser dem Auge, wovon im Folgenden das Nähere.

§. 84. Zus. 2. Hieraus erhellet die Aehnlichkeit, die das Auge mit dem verfinsterten Zimmer hat, in dessen Oeffnung ein Sammlungsglas eingesetzt ist Opt. §. 57, nur daß wir das im Auge hervorgebrachte Bild nicht wie das Bild auf der weissen Wand im verfinsterten Zimmer anschauen; indem blos die Reitzung, die das Bild auf der Netzhaut verursacht, durch den Sehnerven bis ins Gehirn fortgehen, und die Empfindung hervorbringen kann, die wir das Sehen nennen.

§. 85. Zus. 3. Da im verfinsterten Zimmer auch ohne Sammlungsglas Bilder von den Gegenständen hervorgebracht werden Opt. §. 54, und diese nur dadurch heller

Helles und lebhafter werden, daß das Glas viele von einem Gegenstande auffallendes Licht, in den engen Raum eines Bildes sammlet: so könnten auch ohne Crystalllinse Bilder im Auge nur matter und undeutlicher entstehen, wie dies wirklich der Fall bey Augen ist, welche die Crystalllinse durch das Staarstechen verlohren haben.

§. 86. Anm. Wenn die Crystalllinse trocken, undurchsichtig und hart wird, so schimmert sie durch den Stern weiß hervor. Dies heißt der graue Staar, vom Starrsehen, weil dergleichen Leute ihre Augen, womit sie nichts sehen, gerade oder starr vor sich hinrichten. Wird alsdann die Crystalllinse herausgenommen: so geht die wäßrige Feuchtigkeit nur auf einige Stunden verlohren, und der Mensch erhält sein Gesicht wieder, muß aber zu mehrerer Deutlichkeit eine Brille brauchen. (Die gläserne Feuchtigkeit aber, die wie die Linse in einem eigenen Häutchen eingeschlossen ist, darf nicht herausgenommen werden, weil sonst der Augapfel sogleich zusammenfällt und verdirbt.)

Wer die Augen durch üble Lebensart schwächt, oder sie zu sehr angreift, der ermüdet die Netzhaut, und ihre Aederchen, welche nicht mehr die gehörige Nahrung geben, worauf die Netzhaut nach und nach unempfindlich wird. Dieser Fehler ist meist unheilbar, und heißt der schwarze Staar; weil der Stern nicht weiß, sondern wie gewöhnlich schwarz aussieht.

§. 87. Zus. 4. Soll das Bild deutlich seyn, so muß im verfinsterten Zimmer die weisse Wand vom Sammlungsglase, und in dem Auge die Netzhaut von der Crystalllinse, genau um die Weite des Bildes α §. 56. abstehen. Denn wenn (Fig. 160.) PP ein Sammlungsglas oder die Crystalllinse, EF ein Hauptstrahl des leuchtenden Punktes E, der einen Strahlenkegel auf PP wirft, und $BF = \alpha$ ist: so vereinigen sich die gebrochenen Strahlen in dem Punkte F, der das Bild von E ist, welches genau in F aufgefangen werden muß; indem vor F sowohl, als hinter F die gebrochenen Strahlen auf der weissen Wand oder der Netzhaut kein deutliches Bild, sondern blos einen hellen Kreis, also ein undeutliches Bild machen. Da nun das Bild auf der Netzhaut die Empfindung der Seele veranlaßt, die

das Sehen heißt: so sehen wir eine Sache deutlich, wenn ihr Bild auf der Netzhaut deutlich ist, folglich wenn die Entfernung der Netzhaut von der Cristallinse genau $BF = \alpha$ ist.

§. 88. Zus. 5. Da diese Weite des Bilde $\alpha = \frac{ap}{a-p}$ ist, also bey demselben Glase von der Weite des Gegenstandes a abhängt §. 44, d. i. da für einerley p ein weiter Gegenstand ein näheres und kleineres, ein naher Gegenstand aber ein weiteres und grösseres Bild macht §. 60.; so muß, wenn wir nahe und ferne Sachen deutlich sehen sollen, bey ungeänderter Beschaffenheit der Cristallinse, die Entfernung der Netzhaut davon veränderlich seyn; oder wo dieses nicht ist, das Auge, welches nahe oder entfernte Gegenstände deutlich sieht, für entfernte oder nahe Gegenstände undeutlich seyn. Auch muß die Nähe und Entfernung der Gegenstände für jedes Auge eine gewisse Gränze haben; indem allzuweite Gegenstände ein gar zu kleines folglich unmerkliches, allzunahe aber ein gar zu grosses, folglich zu wenig erleuchtetes Bild machen. Vergl. Opt. §. 76. 79.

§. 89. Erkl. Ein Kurzsichtiger, myops, heißt, in dessen Auge das deutliche Bild naher Gegenstände auf die Netzhaut, entlegener aber vor derselben fällt. Ein Weitsichtiger, presbyta, heißt, in dessen Auge das deutliche Bild entlegener Gegenstände auf die Netzhaut, naher aber hinter dieselbe fällt.

§. 90. Zus. 1. Da die Strahlen von einem nahen Punkte divergent, von einem entlegenen aber parallel auffallen: so sieht ein Kurzsichtiger deutlich, wenn divergirende, ein Weitsichtiger aber, wenn parallele Strahlen von jedem Punkte des Gegenstandes

ins

ins Auge fallen. Ob es auch eine dritte Beschaffenheit des Auges für convergirende Strahlen gebe, davon hat man noch kein Beyspiel aufzuweisen.

§. 91. Zus. 2. Ein Kurzsichtiger sieht ein nahes Object FG (Fig. 159.) deutlich. Soll ihm nun ein entlegeneres Object EV eben so deutlich seyn: so muß er ein Zerstreuungsglas QQ dicht vors Auge halten, welches die Strahlen so bricht, als kämen sie von FG, dem geometrischen Bilde des Objects, welches in den Brennpunkt des Glases, oder ohnweit desselben trift. §. 47.

§. 92. Zus. 3. Ein Weitsichtiger sieht ein entlegenes Object ev (Fig. 158.) Soll ihm nun ein näheres Object EV eben so deutlich seyn: so muß er ein Sammlungsglas QQ, dessen Brennweite etwas grösser als AE ist, dicht vors Auge halten, welches die Strahlen so bricht, als kämen sie von ev, dem geometrischen Bilde des Objects, dessen Weite ∝ aus §. 45. bestimmt wird.

§. 93. Erkl. Ein Hohlglas, das ein Kurzsichtiger gebraucht §. 91, heißt ein Fernglas, oder eine Lorgnette; ein Sammlungsglas, das ein Weitsichtiger gebraucht §. 92. heißt ein Vergrösserungsglas, weil er die Gegenstände vergrössert zu sehen glaubt, indem er sie unter eben dem Sehewinkel in einer grössern Ferne erblickt. Beyde führen auch den gemeinschaftlichen Nahmen der Augengläser oder der Brillen.

§. 94. Zus. Gewöhnt man sich an Augengläser, die dem Auge die Sache näher bringen oder weiter entfernen, als die Beschaffenheit des Auges es erfodert: so vergrössert man dessen Fehler, und wird noch kurzsichtiger oder weitsichtiger als man ohne Gebrauch der Gläser war. Daher ist es von Wichtigkeit,

in der Wahl dieser Gläser vorsichtig zu seyn. Da es hiebey auf die Brennweite der Gläser ankömt; so heissen diejenigen die schicklichsten, die unter allen, welche das deutliche Sehen befördern, am wenigsten vertieft oder erhoben sind.

§. 95. Aufg. Für jeden Weitsichtigen oder Kurzsichtigen das schicklichste Augenglas zu finden.

Aufl. Ein Auge könne in der Weite a nicht sehen, wohl aber in einer andern b. Beyde Weiten sind gegeben, und man sucht die Brennweite p des Augenglases, welches die Strahlen, die das Object in der Weite a dem Auge zusendet, so bricht, als kämen sie von einem Objecte in der Weite b, die für diese Absicht negativ ist §. 91. 92; da dann aus §. 44. $-b = \frac{ap}{a-p}$, folglich $-ab+bp = ap$ folglich $(b-a)p = ab$, folglich $p = \frac{ab}{b-a}$ ist. Für einen Weitsichtigen ist $b > a$, folglich p positiv; für einen Kurzsichtigen ist $b < a$, folglich p negativ. Mißt man nun die kleinste Weite in der ein Weitsichtiger ziemlich grosse gedruckte Schrift sehen und fertig lesen kann; desgleichen die größte und kleinste Weite in der ein Kurzsichtiger solches mit kleinem Druck leistet: so ist die Entfernung b bestimmt, in welcher eine Sache vom Auge stehen muß, wenn sie undeutlich zu werden anfängt.

2. Die Teleskope.

§. 96. Erkl. Ein dioptrisches Fernrohr, oder dioptrisches Teleskop, tubus seu telescopium dioptr.

Optr., iſt ein aus zwey oder mehrern geſchliffenen Gläſern ſo zuſammengeſetztes Werkzeug, daß dadurch entlegene Objecte deutlich und vergröſſert erſcheinen. Das eine Glas mit der gröſten Brennweite, welches allemahl ein Sammlungsglas ſeyn muß, wird nach dem Objecte gerichtet, und heißt daß Porderglas, oder Objectivglas; das zweyte oder die übrigen Gläſer von kleinerer Brennweite, wozu auch Zerſtreuungsgläſer dienen können, ſtehen nach dem Auge zu, und heiſſen Augengläſer, oder Oculare. Beyde Arten der Gläſer haben ihre Axen in einer gemeinſchaftlichen geraden Linie welches die Axe des ſie umfaſſenden Rohres iſt. Nach der Brennweite des Objectivglaſes wird gemeiniglich das Fernrohrs Gröſſe benannt.

§. 97. Erkl. (Fig. 163.) Ein Sternrohr, oder aſtronomiſches Fernrohr, tubus coeleſtis, beſteht aus zwey verſchiednen Sammlungsgläſern PP, QQ, welche um die Summe ihrer Brennweiten, AF = p, und BF = q, von einander abſtehen.

§. 98. Zuſ. 1. Da das Object EV ſehr weit entlegen iſt, ſo fallen die Strahlen aus E parallel auf das Objectivglas PP, vereinigen ſich nach der Brechung in ſeinen Brennpunkt F, fallen von F, welches zugleich der Brennpunkt des Oculars QQ iſt, divergent auf daſſelbe, und gehen folglich nach abermahliger Brechung parallel in der Richtung BO ins Auge O. Auf eben die Art vereinigen ſich die Strahlen aus V nach der erſten Brechung in G, und kommen nach der zweyten in der Richtung QO, die mit dem Hauptſtrahle GB parallel iſt, ins Auge O, welches alſo FG, das umgekehrte Bild von EV, durch das Ocular erblickt. Nun ſind wir uns bewußt, daß ſich kein Object zwiſchen beyden Gläſern befindet, und glauben dieſes Object unmittelbar obwohl verkehrt zu ſehen.

§. 99. Zuſ. 2. Das Auge O ſieht die Punkte F, G, in der Richtung OB, OQ, folglich das Bild FG unter dem Winkel BOQ = FBG (weil BG mit OQ parallel). Das Object würde ohne Gläſer in A unter dem Winkel EAV = FAG erſcheinen. Folglich iſt die Vergröſſerung = $\frac{FAG}{FBG}$ = m, wo m die Vergröſſerungszahl bedeutet. Nun iſt, weil FG auf AB ſenkrecht, tang FAG : tang FBG = AF : FB = p : q, oder, wenn die Winkel klein ſind, FAG : FBG = p : q. Folglich iſt $\frac{FAG}{FBG} = \frac{p}{q}$ = m; d. i. man findet die Vergröſſerungszahl des Sternrohrs, wenn man die Brennweite des Objectivs mit der Brennweite des Oculars dividirt.

§. 100. Wenn die Vergröſſerungen ſtark ſind, oder die ſcheinbare Gröſſe für das bloſſe Auge nicht ſehr gering iſt: ſo könnte man die Winkel nicht für ihre Tangenten ſetzen. Z. E. wäre m = 100, und EAV = 15′: ſo wäre 100 . 15′ = 25°, aber 100 . tang 15′ = 23° 24′. Jedoch wird man mit einem ſolchen Fernrohr nicht einen ſo groſſen Gegenſtand auf einmahl überſehen wollen. Nimmt man nur einen Theil davon, etwa 1′, auf einmahl: ſo iſt m = 100 . 1′ = 1° 40′ = 100 . tang 1′.

§. 101. Zuſ. 3. Die Vergröſſerung §. 99. iſt für Weitſichtige, die durch parallele Strahlen deutlich ſehen, und für entlegene Gegenſtände, die ihre Bilder im Brennpunkte des Objectivs machen, berechnet. Daher müſſen Kurzſichtige das Ocular um etwas Weniges dem Brennpunkte des Objectivs nähern, damit die Strahlen divergiren §. 90. Nähere Gegenſtände aber durch das Fernrohr deutlich zu ſehen, muß man das Ocular weiter vom Brennpunkte des Objectivs entfernen, weil die Bilder näherer Gegenſtände über den Brennpunkt F hinausfallen §. 62.

Es

Es ſey nämlich allgemein AF = α, BF = b, und die ſchickliche Weite für den Kurzſichtigen h, welche hier negativ iſt §. 49; ſo iſt $\alpha = \frac{ap}{a-p}$ und $b = \frac{hq}{h+q}$ §. 49. folglich $AB = \frac{ap}{a-p} + \frac{hq}{h+q}$; woraus man auch die Vergröſſerung $\frac{\alpha}{b}$ findet. Für weit entlegene Gegenſtände iſt p gegen a, und für Weitſichtige q gegen h nicht zu achten; daher AB im erſten Falle = $p + \frac{hq}{h+q}$, in zweyten = $\frac{ap}{a-p} + q$; in beyden zugleich = $p + q$ wie §. 97.

§. 102. Zuſ. 4. Wäre BE = AF, ſo wäre gar keine Vergröſſerung. Dieſe aber würde deſto anſehnlicher, je kleiner BF gegen AF wäre, wofern dieſes nicht durch andre Umſtände eingeſchränkt würde, wovon im Folgenden.

§. 103. Zuſ. 5. Da alle durch A gehende Hauptſtrahlen in O ihren Vereinigungspunkt haben: ſo iſt BO = $\frac{AB \cdot BF}{AB - BF}$ §. 44. $= \frac{(p+q)q}{p+q-q} = \frac{pq+q^2}{p} = q + \frac{q^2}{p}$, beynahe = q, der Brennweite des Oculars, wodurch die Stelle des Auges O beſtimmt wird. Da $\frac{q}{p} = \frac{1}{m}$ §. 99. ſo iſt auch $BO = q + \frac{1}{m}q = \left(1 + \frac{1}{m}\right)q$.

§. 104. Zuſ. 6. Das Auge in O überſieht auf einmahl durch das Fernrohr das, was unter dem Winkel BOQ enthalten iſt, wozu ohne Rohr der Winkel

EAV = BAQ gehöret. Es sey daher EV der Halbmesser eines Gegenstandes, und drehe sich um die Axe des Fernrohrs; so beschreibt derselbe einen kreisförmigen Raum, den das Auge in O durch das Fernrohr auf einmahl ganz übersehen kann. Dieser Raum heißt das Gesichtsfeld, campus visionis, des Fernrohrs oder das künstliche Gesichtsfeld Opt. §. 80, und der Winkel EAV = BAQ, sein scheinbarer Halbmesser. Es sey hienach GH der äusserste Strahl, der vom Oculare nach O gebrochen wird, und VQ der Hauptstrahl vom äussersten Punkte des Halbmessers EV; so bestimmt sich hiedurch BQ der Oeffnungshalbmesser §. 64. des Oculars wegen des Gesichtsfeldes, den man durch πq so bestimme, daß π einen gewissen Bruchtheil der Brennweite q des Oculars QQ bedeute. (Denn diese Oeffnung, die von der Lage des Hauptstrahls VQ abhängt, kann wegen der Kugelgestalt des Glases und der daher entstehenden Abweichung des Lichts §. 64. nicht jede beliebige Grösse bekommen, sondern muß sich nach den Halbmessern des Glases, folglich nach der Brennweite richten.) Demnach ist tang BAQ

$$= \frac{BQ}{AB} = \frac{\pi q}{p+q} = \frac{\pi}{\frac{p}{q}+1} = \frac{\pi}{m+1}.$$

§. 105. Zus. 7. Ist AM = x der Oeffnungshalbmesser §. 64. des Objectivglases: so fällt von jedem Punkte des Gegenstandes, wie E ein Strahlenkegel MEM, dessen Grundfläche zum Halbmesser AM hat, auf das Objectivglas. Seine Strahlen vereinigen sich in F, und verwandeln sich hinter dem Ocularglase in einen Strahlencylinder, dessen Grundfläche zum Halbmesser BK = y hat. Würden nun alle Strahlen die auf das Objectiv fallen, durch die Brechung

thung in F vereinigt: so würde durch die Verhältniß $\frac{AM^2}{BK^2}$ der Grad der Helligkeit bestimmt. Es ist aber $BK^2 : AM^2 = AF^2 : BF^2$, d. i. $y^2 : x^2 = q^2 : p^2$, folglich $y^2 = \frac{x^2 q^2}{p^2} = \frac{x^2}{m^2}$, welches die Verhältniß der Helligkeit bestimmt.

§. 106. Zus. 8. Für den Punkt V entsteht auch ein solcher Strahlencylinder, dessen Halbmesser QH = BK ist. Damit nun dieser ganze Cylinder nach O gelangen könne, um den äussern Theilen des Gegenstandes gleiche Helligkeit mit den mittlern Theilen zu verschaffen, muß des Oculars Oeffnungshalbmesser um so viel grösser als BQ gemacht werden. Setzt man nämlich $BQ = z$, $QH = y$: so ist der völlige Halbmesser $BH = z + y$. Man hat aber aus §. 104, wenn $BAQ = \varphi$ heißt, und als ein kleiner Winkel anstatt seiner Tangente gesetzt wird $z = (m + 1)\,\varphi \cdot q$, und aus §. 105, $y = \frac{1}{m}\,x$. Folglich ist $BH = (m + 1)\,\varphi \cdot q + \frac{1}{m}\,x$.

§. 107. Zus. 9. Da die Farbenzerstreuung verursacht, daß jeder Punkt des Gegenstandes EV sich in dem Bilde FG in einen kleinen Kreis, den Zerstreuungskreis, verbreitet §. 73, dessen Halbmesser sich wie der Oeffnungshalbmesser des Objectivglases $AM = x$ verhält, und dieser Kreis dem Auge in der Verhältniß grösser erscheint, in welcher, bey unverändertem Objectivglase, des Oculars Brennweite q kleiner ist: so entsteht dadurch von jedem Punkte des Gegenstandes ein Zerstreuungskreis im Auge, dessen Halbmesser sich wie $\frac{x}{q}$, dessen Fläche also sich wie $\frac{x^2}{q^2}$ verhält.

Da

Da nun von diesem Kreise die mehrere oder mindere Deutlichkeit des Sehens abhängt: so bestimmt $\frac{x^2}{q^2}$ das Verhältniß der Deutlichkeit.

§. 108. Zus. 10. Für zwey Fernröhre bedeuten x, p, q, und X, P, Q, das Aehnliche: so ist für beyde die Verhältniß der Helligkeiten $\frac{x^2 q^2}{q^2} : \frac{X^2 Q^2}{P^2}$ §. 105, und die Verhältniß der Deutlichkeiten $\frac{x^2}{q^2} : \frac{X^2}{Q^2}$. §. 107. Für gleiche Helligkeiten ist also $\frac{xq}{p} = \frac{XQ}{P}$ oder $xq : XQ = p : P$, und für gleiche Deutlichkeiten $\frac{x}{q} = \frac{X}{Q}$ oder $x : X = q : Q$, folglich für beydes zugleich $p : P = x^2 : X^2 = q^2 : Q^2$; das heißt: „In „zwey Sternröhren, welche die Sachen gleich hell und „deutlich vorstellen, verhalten sich der Oculare Brennweiten, desgleichen die Oeffnungshalbmesser der Objectivgläser, wie die Quadratwurzeln aus den Brennweiten der Objectivgläser.“

§. 109. Zus. 11. Die Vergrösserung des zweyten Sternrohrs ist $\frac{P}{Q}$. Nun ist aus §. 108. $Q = \frac{q \cdot \sqrt{P}}{\sqrt{p}}$. Folglich ist die Vergrösserung $\frac{Pp}{q \cdot \sqrt{P}} = \frac{\sqrt{P}\sqrt{p}}{q}$. Soll diese n mahl so groß seyn: so ist $\frac{n \cdot p}{q} = \frac{\sqrt{P}\sqrt{p}}{q}$, folglich $n^2 p = P$, folglich $Q = nq$ und

$X =$

$X = nx$; das heißt: „die Brennweiten der Oculargläſer, und die Oeffnungshalbmeſſer der Objectivgläſer, verhalten ſich, wie die Vergröſſerungen; aber „die Brennweiten der Objectivgläſer, oder die Länge „der Fernröhre, wie die Quadrate der Vergröſſerungen, „folglich die Vergröſſerungen ſelbſt, wie die Quadratwurzeln aus den Brennweiten der Objectivgläſer.“ Demnach erfordern ſtarke Vergröſſerungen ſehr lange Fernröhre.

§. 110. Zuſ. 12. Hat man ein Sternrohr, wodurch man die Gegenſtände ſo hell und deutlich ſiehet, als ſich bey ſeiner Vergröſſerung thun läßt z. E. aus H. Prof. Klügels analyt. Dioptr. S. 428.

nach	Objectivglas		Oculargl.
	Brennw.	Oeffn. Halbm.	Brennweite
Huygen	30′	1,5″	3,3″
Emmerſon	55′	2″	4,4″
Hertel	4′	0,5″	1″
Mayer	30′	1,3″	5,77″

ſo kann man ein anderes von eben der Deutlichkeit und Helligkeit mittelſt der Proportionen in §. 108. 109. berechnen.

§. 111. Anm. Man giebt dem Sternrohr anſtatt eines Oculars, auch wohl zwey, jedes von einer etwas längern Brennweite, die aber zuſammen die Strahlen eben ſo brechen, wie jenes einzige gethan hätte, und doch weniger Undeutlichkeit wegen der Farben verurſachen.

§. 112. Erkl. Das Erdferntohr, tubus terreſtris, hat auſſer dem erhobenen Objectivglaſe, drey erhobene Oculare, und kann füglich als ein doppeltes Sternrohr angeſehen werden. Denn von dem Bilde FG (Fig. 163.) zwiſchen den beyden Sammlungsgläſern PP, QQ, kommen die Strahlen vom erſten Ocular QQ in parallelen Richtungen auf ein zweytes Ocular,

als kämen sie von einem weitentlegenen Gegenstan
her. Durch ein drittes Ocular, dessen Abstand v
zweyten die Summe ihrer Brennweiten beträgt, ste
das Auge das Bild FG verkehrt, wie es einen w
entlegenen Gegenstand sehen würde, folglich das O
ject EV aufgerichtet.

§. 113. Anm. 1. Letzteres ist blos der Endzweck der beyd
hinzugefügten Oculare, ohne daß man eine neue Vergrösserung such
daher man sie von gleichen Brennweiten nimmt.

§. 114. Anm. Das Sternrohr ist bey Beobachtungen am
Himmel, wo es auf die umgekehrte Stellung nicht ankömmt, dem
Erdfernrohre vorzuziehen; weil jenes mehr Helligkeit gewährt, als
dieses, worinn von dem Lichte, daß durch 4 Gläser gehen muß,
viel verlohren gehet. Für Gegenstände auf der Erde ist letzteres brauch
bar; auch giebt zwey denselben wohl 5 Oculare in gleicher Absicht
wie die zwey Oculare beym Sternrohre haben. §. 111.

§. 115. Erkl. (Fig. 164.) Das holländische Fernrohr bestehet aus einem erhobenen Objectivglase PP, und aus einem hohlen Ocularе QQ, welche um die Differenz ihrer Brennweiten AF = p, und BF = q, von einander abstehen.

§. 116. Zus. 1. Das sehr weit entlegene Object EV würde wie beym Sternrohr §. 98. das Bild FG machen, wenn nicht das hohle Ocular QQ die convergirenden Strahlen noch vorher auffienge. Da nun dieses in dem Abstande der Brennweite geschiehet: so werden die nach F und G gehenden Strahlen, mittelst der Brechung im Ocular, ihren Hauptstrahlen FB, GB, parallel lauffen. §. 49. Das Auge dicht hinter dem hohlen Ocular empfängt also die Strahlen von E in der Richtung OB, und die Strahlen von V in der mit GB parallelen Richtung OQ, als kämen sie von einem Punkte, welcher wie V über der Axe ist; und siehet demnach das Object EV deutlich und aufrecht unter dem Winkel BOQ = FBG.

§. 117.

§. 117. Zuſ. 2. Das Object EV würde ohne Gläſer unter dem Winkel EAV = FAG erſcheinen, da es durch die Gläſer unter dem Winkel FBG geſehen wird. Dieſe Winkel aber, für ihre Tangenten geſetzt, verhalten ſich wie BF : AF, wie beym Sternrohre §. 99. Demnach iſt auch hier die Vergröſſerung $= \frac{AF}{BF} = \frac{p}{q}$.

§. 118. Zuſ. 3. Soll das holländiſche Fernrohr für jedes Auge und jede Entfernung des Gegenſtandes geſtellt werden: ſo brauche man die allgemeinere Formel §. 101, nur daß man darinnen q negativ ſetze; wodurch man $AB = \frac{a\,p}{a-p} - \frac{h\,q}{h-q}$ erhält.

§. 119. Zuſ. 4. Um von den Hauptſtrahlen, die aus O, wo ſie ſich, rückwärts verlängert, vereinigen, herzukommen ſcheinen, ſo viel als möglich aufzufangen, alſo von dem Gegenſtande ſo viel als möglich zu überſehen, muß das Auge ganz dicht an das Ocular gehalten werden, und ſelbſt an dieſer Stelle überſieht es nur ein kleines Feld, das deſto kleiner wird, je beträchtlicher die Vergröſſerung iſt. Dieſes gar zu kleinen Geſichtsfeldes wegen iſt das holländiſche Fernrohr zu Beobachtungen unbrauchbar, und dient gegenwärtig blos als Taſchen-Perſpectiv.

§. 120. Anm. 1. Man kann die beſchriebenen und andern Fernröhre nach der Zahl der wirklichen oder phyſiſchen Bilder in 3 Claſſen bringen, von denen die Erſte gar kein wirkliches Bild macht, wie das Holländiſche; die zweyte nur ein verkehrtes Bild, wie das Sternrohr; die dritte zwey wirkliche Bilder, wie das Erdfernrohr. Die beſondern Gattungen dieſer 3 allgemeinen Claſſen kann man nach der Lage der wirklichen Bilder beſtimmen. Z. E. das erſte wirkliche Bild kann entweder unmittelbar durch das Objectiv gemacht werden, oder erſt mittelſt eines Collectivglaſes §. 49; das zweyte wirkliche Bild kann in der Ordnung aller Bilder entweder das zweyte, oder das dritte, oder eins der folgenden ſeyn.

§. 121. Anm. 2. Nach der vorigen Erzählung ist Zacharias Janſen, ein Brillenmacher in Middelburg, der Erfinder der Fernröhre. Da ſie von ihm, und nachher von andern in Holland verfertigt worden: ſo nennt man ſie holländiſche. Als bey Galilei 1609 erzählt wurde, daß ein Holländer dem Graf Moritz von Naſſau ein optiſches Inſtrument überreicht habe, wodurch man entlegene Sachen ſo groß und deutlich als in der Nähe ſehen könne; ſo erfand er für ſich eben ein ſolches Fernrohr, welches daher auch das Galileiſche heißt. Johann Kepler erklärte auch deſſen Wirkung dieſes Fernrohrs, und gab das aſtronomiſche oder Sternrohr an. Weil dadurch die Objecte umgekehrt erſcheinen, ſo fügte der Pater Rheita noch zwey erhöhete Oculare hinzu, und erfand das Erdfernrohr, wodurch man, eben ſo wie durch das holländiſche, die Gegenſtände aufrechts erblickt.

§. 122. Erkl. Läßt ſich ein Glas aus zweyerley Materien zuſammenſetzen, wovon die zweyte die Farbenſtrahlen wieder vereinigt, welche die erſte abgeſondert hat, daß alſo die Weite FO der Farbenbilder §. 73. wo nicht ganz aufgehoben, doch viel kleiner gemacht werde: ſo hat man ein achromatiſches oder farbenloſes Glas, welches Bilder ohne Farben §. 73. macht, und in England vom Herrn Dollond zuerſt zu Stande gebracht, und aus Crownglas und Flintglas §. 72. zuſammengeſetzt ward. Ein doppeltes Glas dieſer Art beſteht aus einem biconveren Crownglaſe, und aus einem biconcaven Flintglaſe; ein dreyfaches aber aus zwey biconveren Crowngläſern, zwiſchen denen ein biconcaves Flintglas ſich befindet.

§. 123. Erkl. Verbeſſerte oder achromatiſche Fernröhre, welche die Undeutlichkeit des Bildes, die aus der Farbenzerſtreuung entſtehet, völlig oder doch beynahe heben ſollen, beſtehen theils aus einem achromatiſchen Objectivglaſe §. 122. theils aus mehrern von beſſern Glasarten verfertigten Oculargläſern.

§. 124. Anm. 1. Die Theorie der achromatiſchen Fernröhre iſt für gegenwärtiges Lehrbuch zu weitläuftig. Indeß begreift man ſchon aus dieſer hiſtoriſchen Erklärung den groſſen Vorzug, den dieſe verbeſſerten Fernröhre vor den gemeinen haben. Denn da bey einem Fernrohre die Vergröſſerung und das Geſichtsfeld deſto anſehnlicher, auch die Helligkeit und Deutlichkeit deſto gröſſer iſt, je

kürzer

kleiner die Brennweite des Oculars gegen die Brennweite des Objectivs iſt; und je gröſſer die Oeffnungen der Oculare und des Objectives ſind, dieſe Gröſſen aber durch die Farbenzerſtreuung gar ſehr eingeſchränkt werden; wofern man nicht Fernröhre von beſchwerlicher Länge gebrauchet: ſo fallen bey achromatiſchen Fernröhren, welche die Farbenzerſtreuung heben, obige Schwierigkeiten hinweg. Merkwürdig iſt hiebey, daß zu der Erfindung achromatiſcher Gläſer der Bau des Auges, deſſen 3 verſchiedene Flüſſigkeiten ein farbenloſes Bild auf der Netzhaut hervorbringen, die erſte Veranlaſſung gegeben hat, wie ſchon aus Dav. Gregorii elem. Catoptr. et Dioptr. Oxon. 1695. 8. pag. 98. erhellet.

§. 125. Anm. 2. Die Theorie der Dioptrik überhaupt, und der achromatiſchen Gläſer insbeſondere findet man vollſtändig in Leonh. Euleri Dioptrica 1771. 4. oder in H. Prof. Klügels analytiſchen Dioptrik Leipzig 1778. 4. Letztere Schrift mit Prieſtleys Geſchichte der Optik nebſt Anmerkungen und Zuſätzen von Klügel Leipzig 1775. 4. und mit Smiths vollſtändigem Lehrbegriff der Optik von Käſtner Altenburg 1755. 4. verbunden, machen eine kleine Bibliothek der optiſchen Wiſſenſchaften aus. Für Künſtler dient Nicol. Fuß umſtändliche Anweiſung, wie alle Arten von Fernröhren in der gröſten möglichen Vollkommenheit zu verfertigen ſind, aus dem Franz. von Klügel Leipzig 1778. 4.

§. 126. Erkl. Ein Spiegelteleſcop (Engl. Reflector) teleſcopium catoptricum, iſt ein Fernrohr, welches anſtatt des Objectivglaſes mit einem Hohlſpiegel am Boden der Röhre dem Objecte zugekehrt, und mit einem kleinern Spiegel dem erſten gegenüber verſehen iſt, der das vom erſten zurückſtrahlende Licht von neuem zurückwirft und ſolches nach dem Augenglaſe ſendet. Der kleinere Spiegel iſt nach Newton ein Planſpiegel, nach Jac. Gregory ein concaver, und nach Caſſegrain ein converer Kugelſpiegel.

§. 127. Anm. Ueber die Theorie der Spiegelteleſcope vergleiche man die §. 125. angezeigten Schriften. Im Allgemeinen ſieht man leicht ein, daß ſich mit den Spiegeln, die keiner Farbenzerſtreuung unterworfen ſind, viel kürzere Augengläſer verbinden laſſen. Daher kann bey ſtarken Vergröſſerungen das Spiegelteleſcop viel kürzer als das gemeine dioptriſche ſeyn; da beyder Längen z. E. bey einer Vergröſſerung von 60, ſich wie 1:9 verhalten; von 100, wie 2:25; von 140, wie 3:50; von 170, wie 4:70; von 200, wie 5:100.

Auch iſt dies als ein Vorzug der Spiegeltelescope anzuſehen, daß man die Spiegel paraboliſch machen, und dadurch die Abweichung des Lichts wegen der Kugelgeſtalt gänzlich wegſchaffen, oder doch ſie vermindern kann.

§. 128. Zuſ. 1. (Fig. 165.) In dem Newtoniſchen Teleſcope würden die der Axe AF parallel einfallenden Strahlen EM, EM, von dem Hohlſpiegel PP in den Brennpunkt F zurückgeworfen, wofern ſie der Planſpiegel QQ, der unter einem Winkel von 45 Grad gegen die Axe geneigt iſt, nicht vor ihrer Vereinigung auffienge, und das Bild F nach O brächte, daß BO = BF, und O zugleich der Brennpunkt des mit einer Seitenöffnung verbundenen Augenglaſes RR ſey; wodurch das Object verkehrt in der Vergröſſerung $= \frac{AF}{CO}$, wie beym Sternrohre geſehen wird. Der Planſpiegel QQ braucht nur das vom Hohlſpiegel zurückgeworfene Licht aufzufangen und kann alſo ſo klein ſeyn, daß er dem Hohlſpiegel von dem in die Röhre einfallenden Lichte nur wenig entziehet. Dieſes Teleſcop iſt in der Folge verſchiedentlich, und neuerlich ſehr anſehnlich vom H. Doctor Herſchel verbeſſert worden, welcher es zu 7, 12, 20 und 40 Fuß lang gemacht, und dadurch ganz unerhörte 300, 500, 2000 bis 6000 mahlige Vergröſſerungen hervorgebracht hat. Eine ſehr intereſſante vom H. Doctor und Oberamtmann Schröter eingeſandte Beſchreibung ſeines zu Lilienthal aufgeſtellten 25 füſſigen Reflectors findet man in dem aſtronomiſchen Jahrbuche für das Jahr 1797. Berlin 1794. 8. S. 184 bis 203, womit man des Herrn Profeſſ. Schraders Beſchreibung des Mechaniſmus eines bey Kiel errichteten 26 füſſigen Teleſcops. Kiel 1794. 8. vergleichen kann.

§. 129.

§. 129. Zuſ. 2. (Fig. 166.) In dem Gregoriſchen Teleſcop ſind die beyden Hohlſpiegel PP, QQ, um die Summe ihrer Brennweiten AF, BF, von einander entfernt. Die auf PP fallenden parallelen Strahlen EM, EM, werden auf den Brennpunkt F, und die aus dem Brennpunkte F auf QQ auslaufenden Strahlen parallel reflectirt. Iſt nun in dem gröſſern Spiegel PP eine hinreichende Oeffnung pp, um ſolche durchzulaſſen, daß ſie durch zwey Oculare, die hinter dem gröſſen Spiegel, wie beym Erdfernrohr angebracht ſind, gehen: ſo ſieht das Auge das Object aufgerichtet in einer Vergröſſerung $\frac{AF}{BF}$, wie beym Erdfernrohr. Der kleinere Spiegel QQ darf nicht kleiner als die Oeffnung pp ſeyn, weil ſonſt Strahlen unmittelbar von dem Gegenſtande durch die Oeffnung fallen, und Verwirrung anrichten würden.

Ueber eine andre Einrichtung dieſes Teleſcops vergleiche man H. Prof. Klügels analyt. Dioptr. §. 510.

§. 130. Zuſ. 3. (Fig. 167.) In dem Caſſegrainiſchen Teleſcop ſendet der Hohlſpiegel PP die von einem unendlich entfernten Punkte E parallel auffallenden Strahlen EM nach ſeinem Brennpunkte zurück. Werden dieſe vor ihrer Vereinigung von dem converen Kugelſpiegel QQ ſo aufgefangen, daß F näher hinter QQ als ſein Brennpunkt G, ſo wirft ſie derſelbe nach H, dem Brennpunkte des erhobenen Oculars RR, welches hinter der Oeffnung pp befindlich iſt, zurück, da ſie dann parallel ins Auge kommen. Iſt nun BH = HC: ſo iſt die Vergröſſerung $\frac{AF}{BF}$; iſt aber BH > HC: ſo iſt ſolche $\frac{AF}{BF} \cdot \frac{BH}{CH}$.

Ueber andre Einrichtungen dieses Teleſcops vergleiche man H. Prof. Klügels analyt. Dioptr. S. 242. 243.

§. 131. Anm. 1. Beſteht ein Spiegel aus einer Materie, z. E. aus Glas, die Licht durchläßt, alſo auf der andern Seite (mit Spiegelfolie) belegt ſeyn muß: ſo wird ein Theil des auffallenden Lichts von der Vorderfläche zurückgeworfen, und ein andrer Theil durch das Glas nach der hintern Seite gebrochen, gehet von da wieder zurück, und wird in der Vorderfläche von neuem in Luft gebrochen. Auf ſolche Art macht ein ſolcher Spiegel ein doppeltes Bild. Dies iſt zwar bey dem gewöhnlichen Gebrauch eines Spiegels unſchädlich; aber zu feinern Anwendungen, wie z. E. beym Spiegelteleſcop, würde es groſſe Irrungen machen, daher man ſich hiezu metallener Spiegel, bey denen blos die vordere Fläche ihre Wirkung thut, bedienen muß. Sehr vortheilhaft iſt hiezu Silber, oder eine Compoſition aus verſchiedenen Metallen, wozu Herr D. Herſchel Platina nimmt.

§. 132. Anm. 2. Nach Erfindung der Fernröhre gebrauchten die berühmteſten Aſtronomen übermäſſig lange Röhren und machten doch bey weitem nicht die gehofften Entdeckungen; weil, je weiter ſie die Vergröſſerung trieben, deſto undeutlicher die Gegenſtände durch die Farben wurden. Newton fand 1666. zuerſt die wahren Urſachen dieſes Fehlers, glaubte auch, daß demſelben nicht abzuhelfen ſey, und brachte das erſte Spiegelteleſcop an die Stelle der dioptriſchen Fernröhre. Denn obgleich vorher ſchon 1663. Jac. Gregory die Anzahe zu ſeinem Spiegelteleſcope bekannt gemacht hatte: ſo ward doch erſt 1674 von D. Hook das erſte Gregoriſche Teleſcop verfertigt; da ſchon 1672 bald nach Newtons Erfindung Caſſegrain ſein Teleſcop bekannt gemacht hatte. Da dergleichen Spiegelteleſcope vortrefliche Dienſte leiſteten, und man nach den Schlüſſen, die Newton aus einigen Verſuchen gezogen hatte, die Aufhebung der Farben bey Gläſern für unmöglich hielt: ſo ward lange Zeit hindurch an keine Verbeſſerung der dioptriſchen Fernröhre gedacht, bis Leonh. Euler dazu den erſten Vorſchlag that, der von Joh. Dollond nach vielen Schwierigkeiten durch die Erfindung der achromatiſchen Gläſer ſo glücklich ausgeführt wurde §. 122 bis 124; ſo daß ein achromatiſches Fernrohr, das ein dreyfaches Objectivglas hat, mit einem Spiegelteleſcop von gleicher Länge §. 127 auch gleiche Vergröſſerung giebt, und ihm in Deutlichkeit, Helligkeit und Geſichtsfelde, noch vorzuziehen iſt, beſonders wenn, um das Bild völlig farbenlos zu machen, mehrere Oculare damit verbunden ſind. Indeß behalten dabey die Spiegelteleſcope noch immer ihren Werth, und ſind durch Herrn D. Herſchels glückliche Bemühungen, welche die Freygebigkeit des Königs von England ſo rühmlich unterſtützt hat, zu einem ganz unerwarteten Grade der Vollkommenheit gebracht worden, vergl. §. 128.

3. Die

3. Die Microscope.

§. 133. Erkl. (Fig. 168.) Eine Glaslinse, oder Glaskugel PP von ziemlich kleiner Brennweite, wodurch das dicht an das Glas gehaltne Auge einen kleinen ziemlich nahen Gegenstand VT deutlich erblickt, heißt ein einfaches Vergrösserungsglas oder ein einfaches Microscop, microscopium simplex.

§. 134. Zus. 1. Es sey die Mitte des Gegenstandes E in der Axe des Glases, und um dessen Brennweite AE = p entfernt; so bekömmt das Auge hinter dem Glase das Licht von jedem Punkte des Gegenstandes E, V, mit dem Hauptstrahle EA, VA, parallel, und siehet also des Gegenstandes Halbmesser EV deutlich unter dem Winkel EAV, unter welchem derselbe auch ohne Glas in A erscheint. Das Auge siehet also EV ohne und mit dem Glase gleich groß.

§. 135. Zus. 2. Wollte man aber EV ohne Glas auch so deutlich als mit dem Glase sehen: so müßte EV einen gewissen Abstand AK = h, den man nach Opt. §. 79. gemeiniglich zu 8 Zoll annimmt, vom Glase haben. Alsdann aber würde EV unter einem so vielmahl kleinern Winkel erscheinen, so vielmahl p kleiner als h ist, daß also hier die Vergrösserungszahl $m = \frac{h}{p}$ ist.

§. 136. Zus. 3. Diese Vergrösserung kömmt also nicht von dem Glase §. 134, sondern von der Nähe, in welcher man das Object durch das Glas deutlich sehen kann §. 135. Dennoch pflegt man sie dem Glase zuzuschreiben, und zu sagen, das Microscop vergrössere das Object in Länge so vielmahl als m anzeigt, d. i. so vielmahl als die Brennweite des Glases in der

Weite h, §. G. in 8 Zoll, enthalten ist. Die Fläch wird alsdann in der Verhältniß von m^2 vergrößert.

§. 137. Zus. 4. Bleibt h unverändert, so ist die Vergrößerung desto stärker, je kleiner p ist; daher man zu ansehnlichen Vergrößerungen, ungemein kleine Linsen, oder noch vortheilhafter, gläserne Kügelchen, die man an der Lampe schmelzt, gebraucht.

§. 138. Zus. 5. Da der scheinbare Halbmesser des Gesichtsfeldes dem scheinbaren Oeffnungshalbmesser der Linse gleich ist §. 135, dieser aber desto mehr zunimmt, je näher das Auge dem Glase ist: so kann man am meisten vom Gegenstande übersehen, wenn man das Auge so dicht als möglich an das Glas hält.

§. 139. Zus. 6. Die Vergrößerung ist für Weitsichtige, die durch parallele Strahlen deutlich sehen, berechnet. Kurzsichtige, für welche divergente Strahlen erfoderlich sind, müssen das Glas etwas näher an das Object rücken; wodurch die Vergrößerung um etwas weniges vermindert wird, und der Ort des Auges O durch die schickliche Weite vom Bilde K bestimmt wird, in welcher das Auge deutlich siehet. Für die Vergrößerung der Glaskügelchen beträgt p $\frac{1}{4}$ §. 42, oder eigentlich vom Mittelpunkte der Kugel an gerechnet, $\frac{3}{4}$ des Durchmessers.

§. 140. Zus. 7. Je höher die Vergrößerung steigt, desto weniger Licht wirft das Object auf das Glas, um desto dunkler wird es. Daher muß das Object, durch ein Sammlungsglas, oder durch einen Hohlspiegel stark erleuchtet werden. Diese Erleuchtung wird an der hintern oder der vordern Seite angebracht, je nachdem das Object durchsichtig oder undurchsichtig ist.

§. 141.

§. 141. Anm. Hieher gehöret vorzüglich eine Vorrichtung des einfachen Microskops von Wilson, die nachher Lieberkühn zum Sonnenmicroscope angewendet hat, und die unter dem Namen des Wilsonschen oder Lieberkühnischen Microskops allgemein bekannt ist. Zur Erleuchtung undurchsichtiger Gegenstände hat Lieberkühn einen silbernen dem Objecte zugekehrten Hohlspiegel angegeben, in dessen mittelster Oeffnung die Glaslinse eingesetzt ist. Vergl. H. Ass. Gehlers physic. Wörterb. 3 Th. S. 221-223.

§. 142. Erkl. Verbindet man mit der microscopischen Linse, von welcher das Object um etwas mehr als um die Brennweite entfernt ist, noch ein oder mehrere geschliffene Gläser in gehörigen Entfernungen: so entstehen daraus zusammengesetzte Microscope, composita, die nach der Zahl der wirklichen oder physischen Bilder sich eben so wie die Fernröhre §. 120. classificiren lassen.

§. 143. Erkl. (Fig. 169.) Das zusammengesetzte Microscop der ersten Classe, macht, wie das Galiläische Fernrohr, gar kein physisches Bild, und besteht aus einer Objectivlinse PP, deren Brennweite p, und aus einem hohlen Ocular QQ, dessen Brennweite q ist. Ist nun des Objects EV Entfernung, AE = a, > p, so entsteht, in der Entfernung AF = $\frac{ap}{a-p}$, das verkehrte Bild FG, dessen Strahlen vor ihrer Vereinigung vom Hohlglase QQ in der Entfernung FB = q aufgefangen werden, daß die Strahlen von jedem Punkte des Objects ihrem Hauptstrahle parallel in das dicht am Hohlglase gehaltne Auge fallen, welches daher den Gegenstand aufrecht und vergrössert erblickt. Vergl. §. 116.

§. 144. Zus. Der Sehewinkel EAV wird vom Hohlglase QQ um $\frac{AF}{BF} = \frac{a}{q}$ vergrössert §. 117. Man

ist derselbe, wegen der grossen Nähe selbst schon um $\frac{h}{a}$ vergrössert §. 136. Folglich ist die gesammte Vergrösserung $= \frac{h}{q} \cdot \frac{\alpha}{a}$, oder, wenn man für α seinen Werth $\frac{ap}{a-p}$ setzt, $= \frac{hp}{q(a-p)}$.

§. 145. Anm. Diese Art des Microscops hat mit dem Galiläischen Fernrohr den Nachtheil des zu kleinen Gesichtsfeldes gemein, und mit ihm den Vortheil, daß es den Gegenstand aufrecht darstellt, welches aber bey Microscopen, wo man den Gegenstand umkehren kann, gar nichts gilt.

§. 246. Erkl. (Fig. 170.) Das zusammengesetzte Microscop der zweyten Classe macht, wie das Sternrohr, nur ein physisches Bild. Die erste Gattung dieses Microscops besteht aus einer Objectivlinse PP, deren Brennweite p, und aus einem erhobenen Ocular QQ, dessen Brennweite q ist. Hier entsteht wie §. 143. das verkehrte Bild FG in der Weite $AF = \alpha = \frac{ap}{a-p}$. Ist nun $BF = q$, d. i. das Bild im Brennpunkte des erhobenen Oculars QQ, so werden die Strahlen von jedem Punkte des Gegenstandes ihrem Hauptstrahle parallel gebrochen, und das Auge in O sieht den Gegenstand verkehrt und vergrössert. Vergl. §. 98.

§. 147. Zus. 1. Die Vergrösserung ist $= \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{a} = \frac{hp}{q(a-p)}$, wie §. 141, und aus eben den Gründen.

§. 148. Zus. 2. Für den Ort des Auges O ist $BO = q + \frac{q^2}{\alpha}$, wie beym Sternrohr §. 103, und aus eben den Gründen.

§. 149.

§. 149. Zus. 3. Der scheinbare Halbmesser des Gesichtsfeldes ist der Winkel, unter welchem EV in der Entfernung h ins Auge fällt, dessen Tangente also $= \text{tang}\frac{EV}{h}$ ist. Nun ist $EV : BQ = AE : AB$, folglich $EV = \frac{AE \cdot BQ}{AB}$ oder, wenn man den Oeffnungshalbmesser des Oculars $BQ = y$ setzt, $EV = \frac{ay}{\alpha + q}$. Folglich ist $\text{tang}\frac{EV}{h} = \text{tang}\frac{ay}{h(\alpha+q)}$.

§. 150. Anm. Bey der beschriebenen Einrichtung dieses Microscops müssen die Strahlen durch die kleine Objectivlinse stark gebrochen werden, damit α nicht zu groß werde; wodurch aber die Deutlichkeit und Helligkeit sehr vermindert wird. Man hat daher noch eine andere weit bessere Einrichtung getroffen, die nun beschrieben werden soll.

§. 151. Erkl. (Fig. 171.) Die zweyte Gattung der zweyten Classe §. 146. hat zwey erhobene Oculare, wovon das erste RR, dessen Brennweite r ist, als Collectivglas §. 49. die Strahlen, vor ihrer Vereinigung in dem Bilde FG, auffängt, und in ein näheres Bild KH in den Brennpunkt K des zweyten Oculars QQ bringt; wodurch selbst bey einem grossen α die Deutlichkeit und Helligkeit verstärkt, das Gesichtsfeld vergrössert und der farbige Rand vermieden wird. Die Vergrösserung hiebey ist zuerst $= \frac{h}{a}$; zweytens beym Bilde FG, $= \frac{AF}{CF} = \frac{\alpha}{b}$; drittens beym Bilde KH, $= \frac{CK}{BK} = \frac{\beta}{q}$; folglich insgesammt

sammt $= \frac{h}{q} \cdot \frac{\alpha\beta}{ab}$; wobey $\alpha = \frac{ap}{a-p}$ und $\beta = \frac{CF \cdot r}{CF-r}$ §. 44. iſt.

§. 152. Anm. 1. Das Vornehmſte, worauf es bey dieſem Microſcop ankömmt, iſt, daß $r = 3q$ ſey, d. i. daß das Collectivglas eine dreymal gröſſere Brennweite als das Ocular habe. Auch iſt der Abſtand der beyden Oculare $BC = 2q$; der Abſtand des Auges $OB = \frac{1}{2}q$; der Abſtand des Collectivglaſes von der Objectivlinſe $AC = \frac{m.p}{32}$, wo m die Vergröſſerungszahl bedeutet.

§. 153. Anm. 2. Bey dieſer Gattung des Microſcops braucht man auch wohl auſſer dem Collectivglaſe zwey Oculare, die anſtatt eines einzigen QQ dienen, wie beym Sternrohre §. 111.

§. 154. Erkl. Das zuſammengeſetzte Microſcop der dritten Claſſe macht wie das Erdfernrohr zwey phyſiſche Bilder, und hat alſo wenigſtens drey Oculare, ſo daß das erſte Bild vor dem erſten, und das zweyte hinter dem zweyten Ocular liegt.

§. 155. Anm. Dieſe Claſſe der Microſcope verſtattet mannichfaltige Einrichtungen, verliehrt aber durch die Vervielfältigung der Oculare ſehr an Helligkeit, daher ſie mit Recht beyſeit geſetzt wird; zumahl da alle zuſammengeſetzte bisher im Gebrauch geweſene Microſcope in den beyden erſten Claſſen enthalten ſind, und beſonders die zweyte Gattung der zweyten Claſſe §. 151. alle mögliche zu erhaltende Vortheile gewähret. Ueber den Mechanismus bey zuſammengeſetzten Microſcopen kann man H. Aſſ. Gehlers phyſic. Wörterb. 3 Theil S. 232 bis 235 vergleichen.

4. Die Werkzeuge zu Projectionen.

§. 156. Erkl. (Fig. 172.) Iſt die Entfernung a eines Gegenſtandes VT von der microſcopiſchen Linſe PP etwas gröſſer, als die Brennweite: ſo fällt im finſtern

kern Zimmer sein umgekehrtes Bild tv auf eine weisse Wand in der Entfernung α, daß $tv : VT = \alpha : a$ sey. Soll dieses Bild die gehörige Helligkeit haben, so muß der Gegenstand VT stark erleuchtet seyn. Dies erhält man durch ein Sammlungsglas QQ, welches die Sonnenstrahlen, die ihm von einem Planspiegel MN zugesandt werden, convergirend auf daß durchsichtige Object VT schickt. Eine solche Vorrichtung heißt ein Sonnenmicroscop, microscopium solare.

§. 157. Erkl. (Fig. 173.) Erleuchtet man mittelst eines Hohlspiegels RR, von welchem die Strahlen einer im Brennpunkte F stehenden Flamme parallel zurückgeworfen werden, ein Gemählde VT, welches mit Wasserfarbe auf Glas getragen ist, und von der Linse PP um etwas weiter als um die Brennweite abstehet: so läßt sich ein helles und deutliches Bild des Gegenstandes VT mit der weissen Wand im finstern Zimmer auffangen. Diese Vorrichtung heißt eine Zauberlaterne, laterna magica.

§. 158. Zus. 1. Da die Lichtflamme nicht so stark als das Sonnenlicht erleuchtet: so kann man hier die Vergrösserung nicht so weit treiben, als beym Sonnenmicroscop, und braucht daher eine Linse von grösserer Brennweite.

§. 159. Zus. 2. Nimmt man zur Zauberlaterne zwey Glaslinsen: so stehet die eine QQ näher beym Objecte als ihre Brennweite beträgt, damit das Licht dadurch zerstreuet werde, und ein geometrisches Bild mache; die andre PP aber etwas weiter als um ihre Brennweite, damit sie ein physisches Bild in grosser Weite, folglich vergrössert hervorbringe.

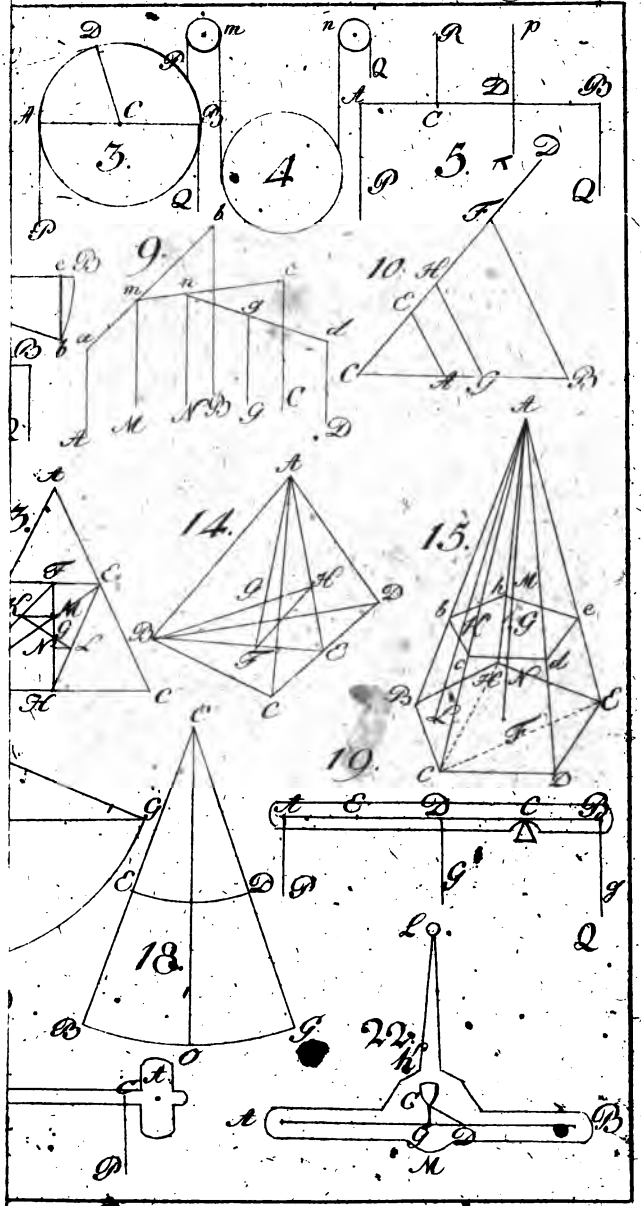
§. 160.

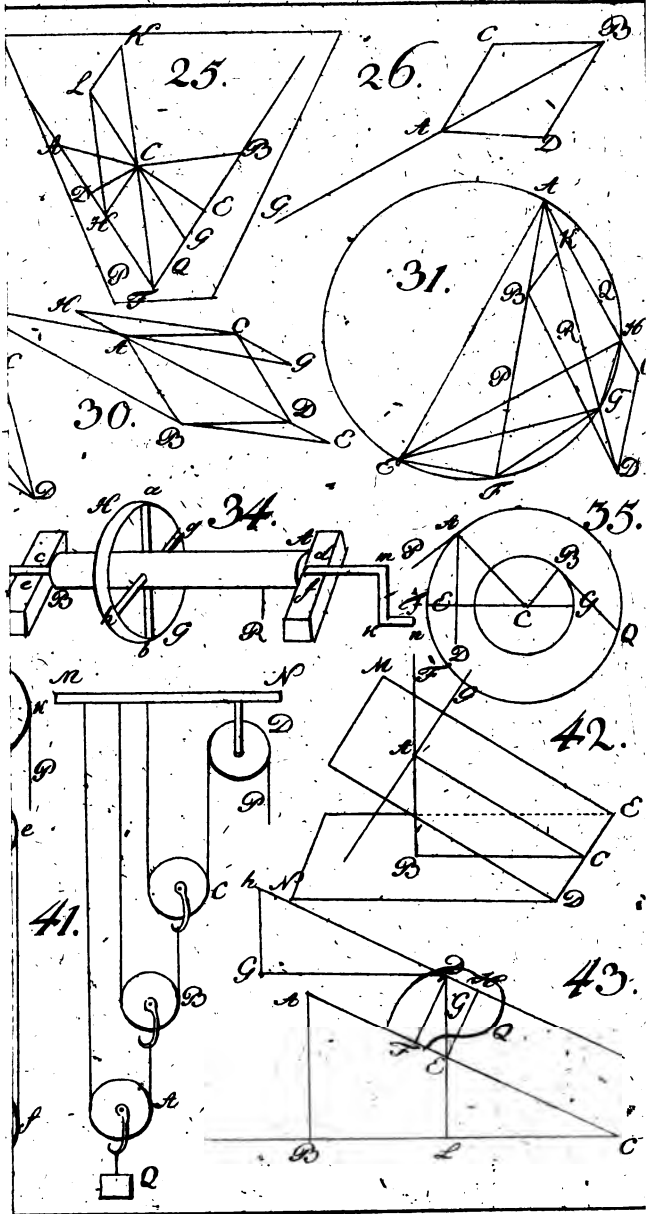
§. 167. (Fig. 177.) Kehrt man diese Figur um, daß GF, welches ein mattgeschliffenes Glas oder ein in Oel getränktes Papier seyn kann, oben zu stehen kommt: so zeigen sich die Bilder auf dem durchsichtigen Deckel GF.

§. 168. (Fig. 178.) ABCD ist ein Kasten mit dem Planspiegel AC, und der Objectivröhre E, die man ein und ausziehen kann, daß die Bilder der Gegenstände auf BC fallen würden, wenn der Spiegel sie nicht auffienge, und sie auf den durchsichtigen Deckel CD würfe, wie in §. 167.

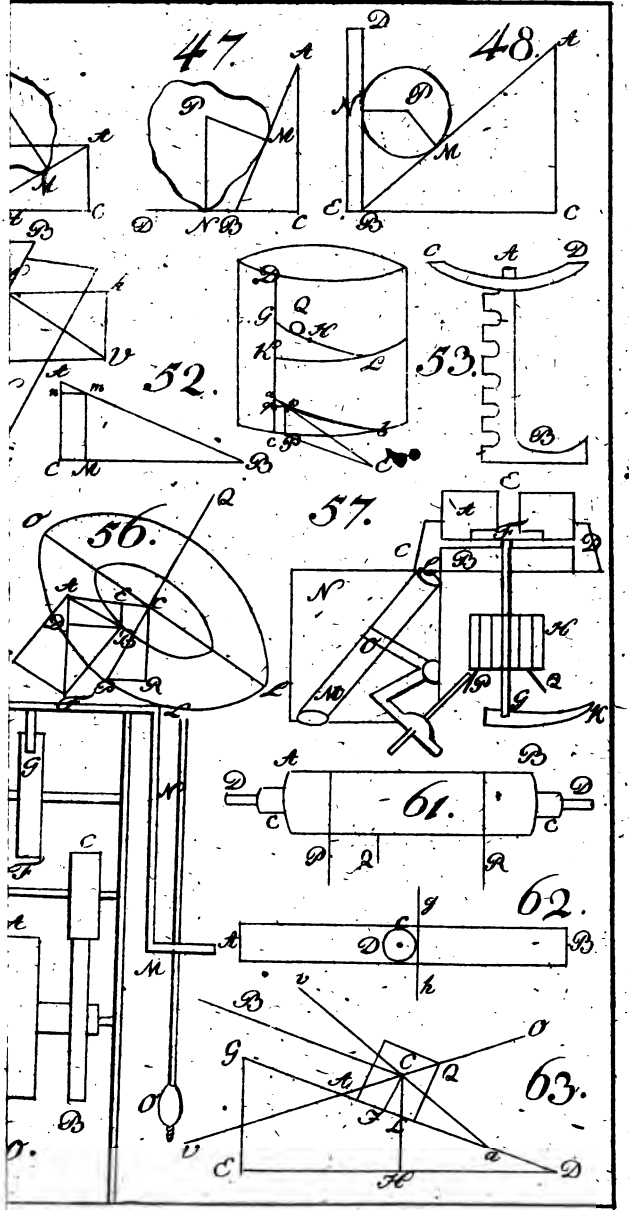
§. 169. Anm. Von letzterer Art §. 168. ist die bekannte Brandersche camera obscura, die mit so vielen andern Vorrichtungen: einem einfachen und zusammengesetzten Microscop, einem Sonnenmicroscop, einem Sternrohre, einem Höhenmesser, einem Distanzenmesser und einem Helioscop verbunden ist, daß sie einen ganzen optischen Apparat ausmacht.

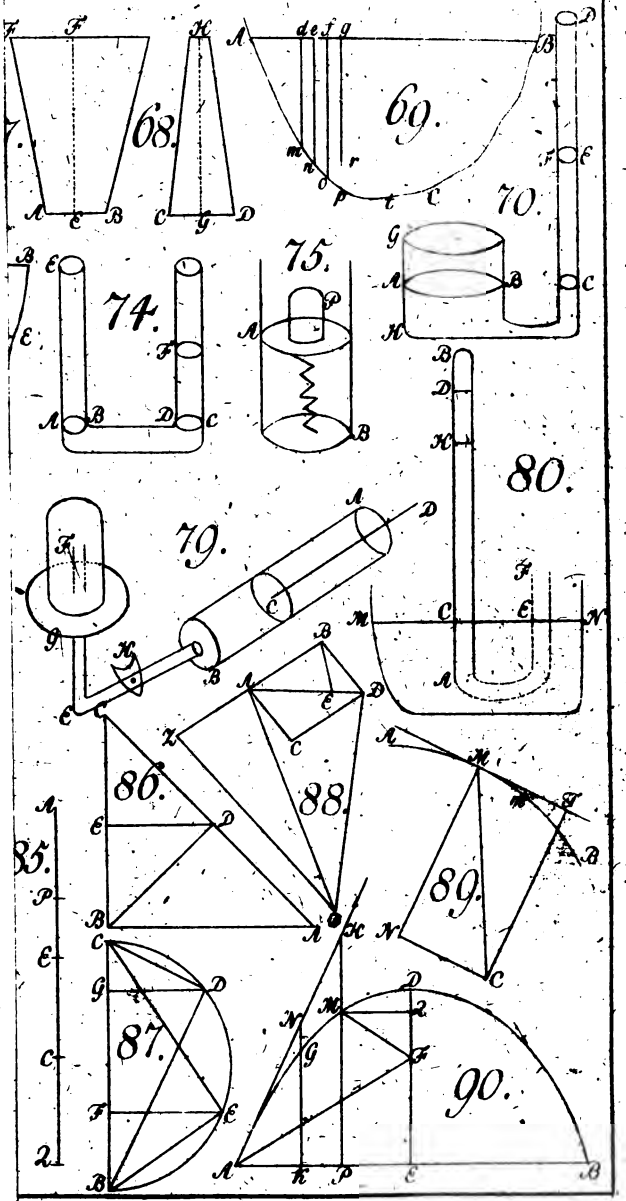
Ende der 1. Abth. des 2ten Theils.

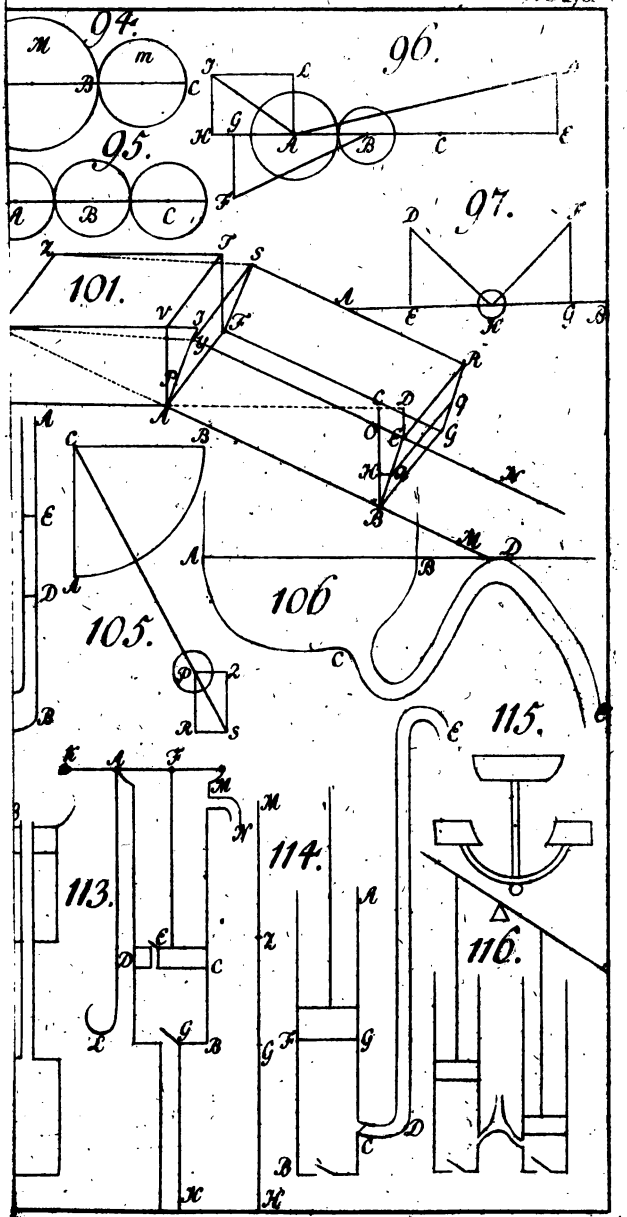

3.
4
5.
9.
10.
14.
15.
18.
19.
22.


25.
26.
31.
30.
34.
35.
42.
41.
43.

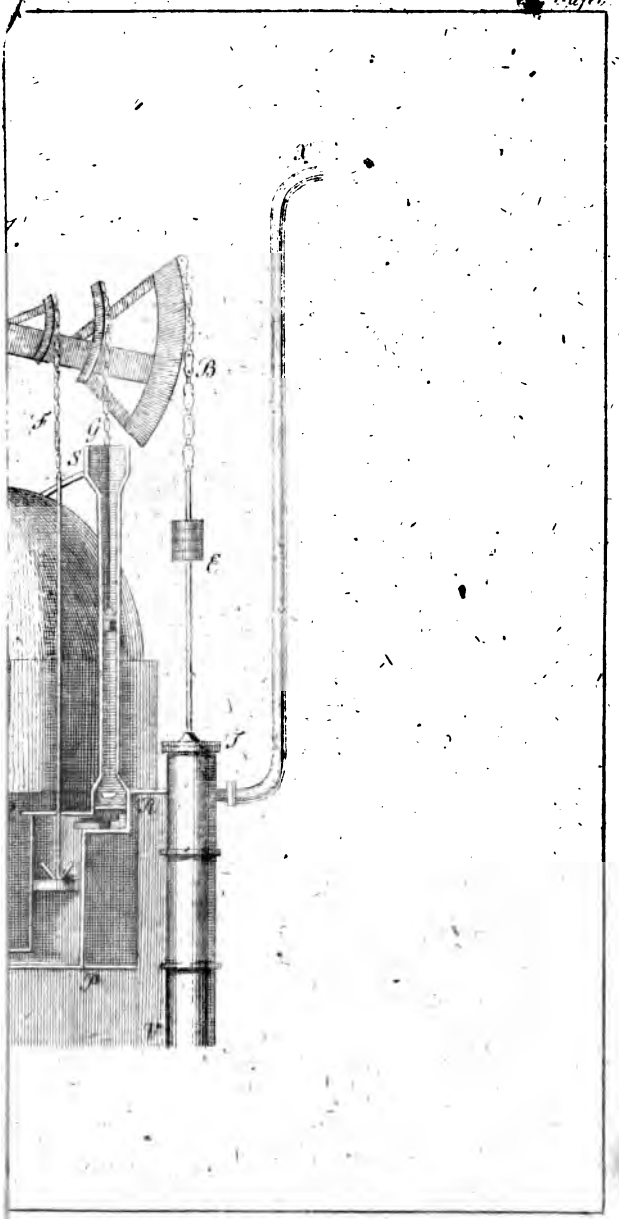
III. Tafel.



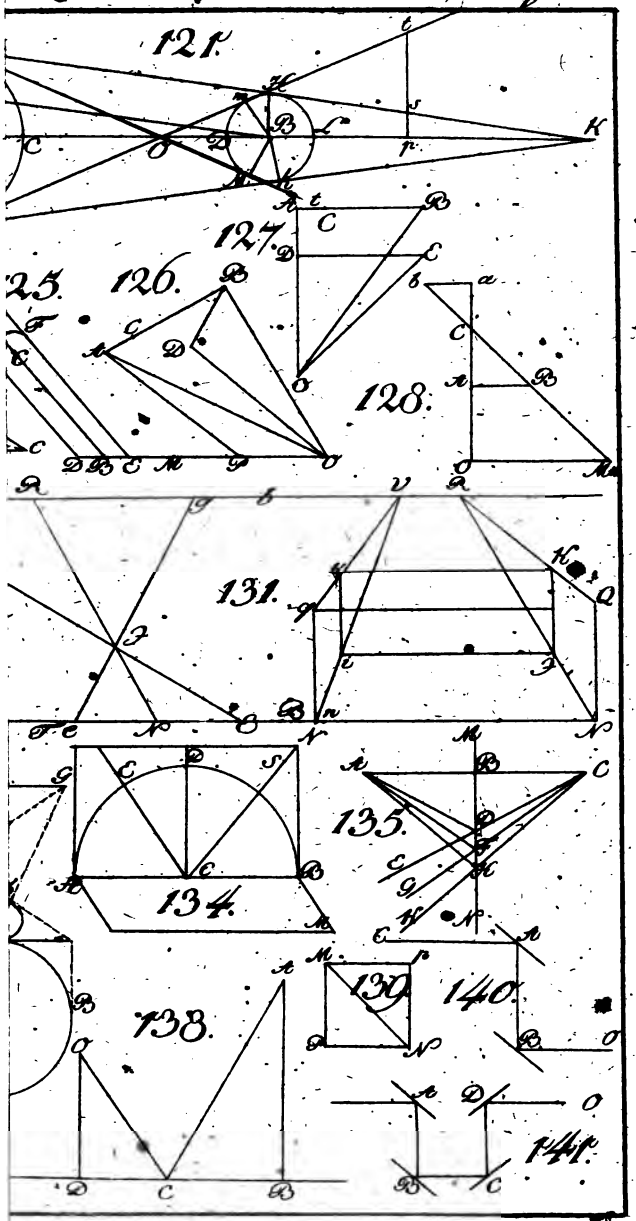

67.
68.
69.
70.
74.
75.
70.
80.
70.
86.
88.
89.
85.
87.
90.

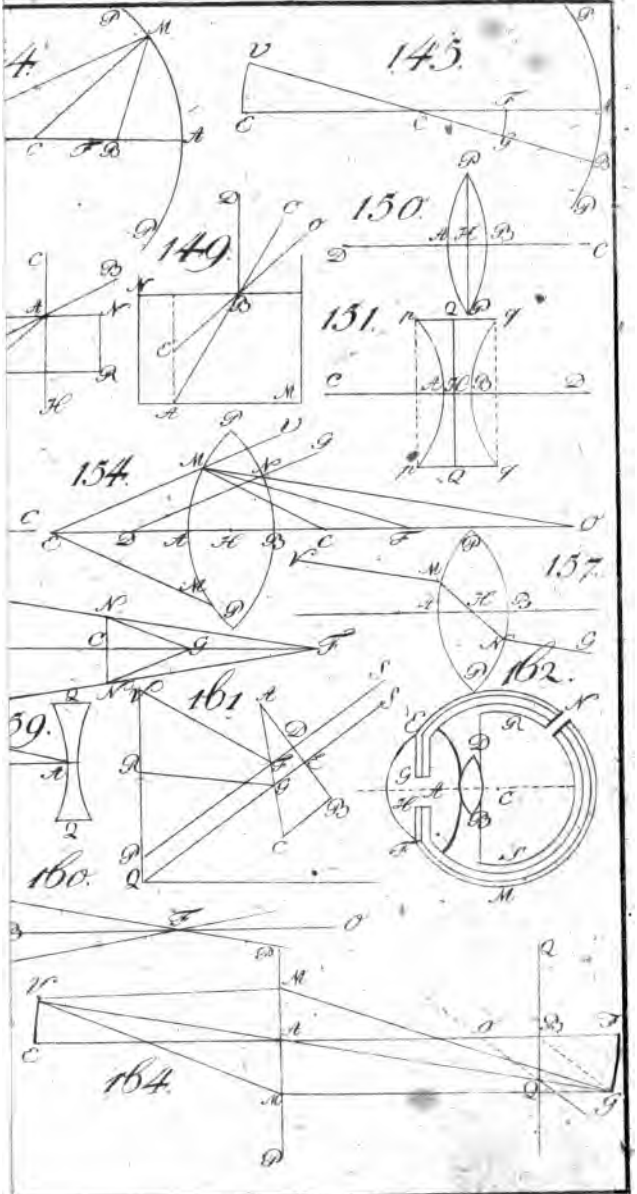

94.
95.
96.
97.
101.
105.
106
113.
114.
115.
116.

VI. Tafel.



7. Tafel.




4.
145.
149.
150.
151.
154.
157.
159.
160.
161.
162.
164.